WYDAWNICTWA NAUKOWO-TECHNICZNE
WARSZAWA

Andrzej Guziński

Liniowe elektroniczne układy analogowe

Wydanie drugie poprawione



Opracowanie graficzne *Tadeusz Pietrzyk*

621.37:681.33

Podręcznik jest przeznaczony dla studentów elektroniki wyższych szkół technicznych. Może być przydatny także dla inżynierów – konstruktorów układów elektronicznych.

Tytuł dotowany przez Ministra Edukacji Narodowej

ISBN 83-204-1674-4

SPIS TREŚCI

5 WŁAŚCIWOŚCI WZMACNIAJĄCE TRANZYSTORÓW W RÓŻNYCH KONFIGURACJACH PRACY stronica 137

6 SPRZĘŻENIE ZWROTNE stronica 179

7 WZMACNIACZE PRĄDU STAŁEGO stronica 210

PRZEDMOWA

Celem podręcznika jest przedstawienie podstawowej wiedzy o analogowych układach liniowych, a także sposobu poznawania ich właściwości, czyli techniki analizy układów. Podręcznik opracowano opierając się na wykładzie z przedmiotu „Układy analogowe liniowe" prowadzonym dla kierunków Elektronika, Informatyka i Telekomunikacja na Wydziale Elektroniki Politechniki Gdańskiej. Większość zagadnień jest jednak ujęta szerzej niż w tym jednosemestralnym wykładzie.

Założono, że Czytelnik zna elementarne prawa teorii obwodów liniowych, w tym analizę węzłową, podstawy rachunku macierzowego oraz zasady pracy i właściwości tranzystorów łącznie ze schematami zastępczymi. W podręczniku znalazły się w formie zwięzłego przypomnienia tylko te zagadnienia, które są wykorzystywane w analizie rozważanych układów.

W sytuacji, gdy komputery stały się podstawowym narzędziem w analizie i projektowaniu układów elektronicznych analiza „ręczna" ma ważne, ale nieco inne znaczenie niż dawniej. Powinna wskazywać przede wszystkim kierunki zmian elementów, prowadzące do uzyskania zadawalających parametrów układu, pozostawiając dokładne obliczenia analizie komputerowej. Dla uproszczenia analizy i lepszej przejrzystości uzyskiwanych wzorów przyjmuje się w podręczniku liczne przybliżenia nie spłycające jednak opisu najistotniejszych właściwości układów.

Podręcznik nie jest adresowany do specjalistów w dziedzinie projektowania układów analogowych, zawiera jedynie podstawowe zagadnienia. Sposób ich przedstawiania zmienia się. W początkowych rozdziałach wyprowadzenia wzorów są bardziej szczegółowe, a komentarze szersze niż w dalszych rozdziałach książki. Autor zakłada, że Czytelnik w miarę czytania książki będzie powiększał swój zasób wiedzy oraz nabierał doświadczenia i wprawy w analizowaniu układów.

Podręcznik zawiera liczne przykłady mające na celu przybliżenie czytelnikowi uzyskiwanych w praktyce inżynierskiej wartości elementów i parametrów układów.

Każdy rozdział kończy podsumowanie, wskazujące na najważniejsze zagadnienia omówione w rozdziale oraz spis literatury, niestety w przeważającej części obcojęzycznej.

Po pierwszym rozdziale, stanowiącym wprowadzenie, następuje ważny rozdział omawiający techniki analizy układów liniowych. Przedstawia ona przebieg procesu analizy i każdy jego etap: tworzenie schematów zastępczych układów z określeniem wartości elementów schematów zastępczych tranzystorów, analizę, prowadzącą do wyznaczenia funkcji układowych i ich parametrów, a także użyteczne techniki analizy takie, jak aproksymacja biegunem dominującym, metoda rozwarciowych stałych czasu itp. Przedsawione w tym rozdziale techniki są konsekwentnie wykorzystywane w dalszych rozdziałach podręcznika.

Rozdziały 3 i 4 dotyczą zasilania i stabilizacji punktu pracy tranzystorów w układach dyskretnych i układach scalonych, przy czym przywiązano jednakową wagę do tranzystorów bipolarnych i polowych.

Właściwości wzmacniające tranzystorów w różnych konfiguracjach pracy omawiono w rozdz. 5. Jest to rozdział podstawowy do poznania właściwości różnych rozwiązań układowych wzmacniaczy, a zawarta w nim wiedza jest niezbędna do zrozumienia rozdziałów omawiających konkretne klasy wzmacniaczy.

Rozdział 6 jest poświęcony sprzężeniu zwrotnemu. Zawiera on obok teorii elementarnej zarys teorii ogólnej w ujęciu grafowym, bardzo użytecznej w analizie układów ze wzmacniaczami operacyjnymi.

W rozdziale 7 zaprezentowano wzmacniacze prądu stałego, realizowane współcześnie w postaci układów scalonych. Omówiono w nim znane z rozdz. 5 układy w wersji scalonej, a także wzmacniacz różnicowy i operacyjny.

Zastosowanie wzmacniaczy operacyjnych do realizacji układów liniowych przedstawiono w rozdz. 8. Znaczną część rozdziału stanowi omówienie filtrów aktywnych RC, filtrów C przełączane i filtrów C pracujących w czasie ciągłym.

Wzmacniacze szerokopasmowe RC, a także scalone, omówiono w rozdz. 9. Rozdział 10 jest poświęcony wzmacniaczom wąskopasmowym, głównie wzmacniaczom rezonasowym LC, a rozdz. 11 wzmacniaczom mocy małej częstotliwości. Podręcznik kończy rozdz. 12, omawiający szumy w układach liniowych. Autor ma nadzieję, że podręcznik przynajmniej w pewnym stopniu wypełni lukę jaka powstała po dawno wydanych podręcznikach profesora Witolda Goldego i profesora Andrzeja Filipkowskiego. Sądzę, że jego odbiorcami, poza wykładowcami i studentami wydziałów elektroniki i pokrewnych, mogą być inżynierowie – konstruktorzy układów elektronicznych, a także w ograniczonym zakresie, nauczyciele i uczniowie techników elektronicznych.

Pragnę serdecznie podziękować opiniodawcy podręcznika prof. dr hab. inż. Andrzejowi Filipkowskiemu za wnikliwą recenzję i liczne cenne uwagi, które sprawiły, że obecna postać podręcznika jest z całą pewnością lepsza od recenzowanej. Dziękuję swoim współpracownikom pani inż. Małgorzacie Gierszanow i panu mgr inż. Jerzemu Woźniakowi oraz panu mgr inż. Andrzejowi Nowakowi za wydatną pomoc w przygotowaniu rękopisu podręcznika.

Podręcznik dedykuję moim studentom z Politechniki Gdańskiej, Wyższej Szkoły Morskiej w Gdyni i z Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Koszalinie, a także moim nauczycielom – emerytowanym i czynnym profesorom i docentom Wydziału Elektroniki Politechniki Gdańskiej.

AUTOR

Gdańsk, maj 1989 roku.

OZNACZENIA NAPIĘĆ I PRĄDÓW

W podręczniku przyjęto następujące oznaczenia napięć i prądów:

Napięcia i prądy stałe jak np. napięcie baza-emiter U_{BE}, prąd kolektora I_C lub prąd zasilania I_1 oznacza się wielkimi literami z indeksem w postaci wielkiej litery, wielkich liter lub cyfr.

Małosygnałowe wielkości np. napięcie wyjściowe układu $u_o(t)$ lub składowa zmienna prądu kolektora i_c oznacza się małymi literami z indeksem w postaci małej litery, małych liter lub cyfr.

Małą literą z indeksem w postaci wielkiej litery, wielkich liter lub wielkich liter i cyfr oznacza się wartości chwilowe jak np. wartość chwilową prądu kolektora i_C, napięcia kolektor-emiter u_{CE}, napięcia baza-emiter pierwszego tranzystora u_{BE1}.

Wielkie litery z indeksem w postaci małej litery lub małych liter oznaczają amplitudy przebiegów zmiennoprądowych np. I_c – amplituda składowej zmiennej prądu kolektora, U_{ce} – amplituda składowej zmiennej napięcia kolektor-emiter.

Małosygnałowe wielkości zapisane w dziedzinie pulsacji zespolonej s lub $j\omega$ oznacza się wielkimi literami z indeksem w postaci małej litery, małych liter lub cyfr z zaznaczonym argumentem np. $U_{i1}(s)$, $I_b(j\omega)$. Dla uproszczenia zapisu, w tekscie gdzie występują tylko wielkości zespolone, dopuszcza się opuszczenie argumentów np. $H(s) = U_1(s)/U_2(s)$ można zapisać $H = U_1/U_2$.

1

WIADOMOŚCI WSTĘPNE

1.1 WPROWADZENIE

Układem elektronicznym jest połączenie elementów, takich jak np. rezystory, kondensatory, cewki indukcyjne, przyrządy półprzewodnikowe, realizujące pewną określoną funkcję układową np. wzmacnianie, filtrowanie, prostowanie, generowanie sygnałów elektrycznych. Układy elektroniczne zmieniają cechy sygnału elektrycznego np. wzmacniają, prostują, można powiedzieć ogólnie, że układy elektroniczne służą do przetwarzania sygnałów elektrycznych. Jak wiadomo sygnały elektryczne można podzielić na analogowe – zmieniające swą wartość w sposób ciągły i cyfrowe, które są sygnałami nieciągłymi, dyskretnymi, najczęściej dwuwartościowymi.

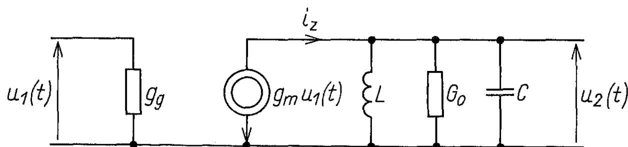
Układy elektroniczne przetwarzające sygnały analogowe nazywa się *układami analogowymi*, układy przetwarzające sygnały cyfrowe – *układami cyfrowymi*. Układy analogowe ze względu na sposób przetwarzania sygnału dzieli się na *liniowe* i *nieliniowe*. Zwięźle można zdefiniować układ liniowy jako układ spełniający zasadę superpozycji lub układ, w którym sygnał wyjściowy jest liniową kombinacją sygnałów wejściowych. Do zagadnienia liniowości układu można podejść również od strony elementów składowych. Jeżeli elementy, z których jest zbudowany układ są liniowe, to układ jest liniowy. Należy jednak pamiętać, że w rzeczywistości elementy, z których buduje się układy elektroniczne, w szczególności elementy aktywne, nie są liniowe. Można je w przybliżeniu uważać za liniowe, jednak tylko w określonym zakresie prądów i napięć.

Przedmiotem naszego zainteresowania są układy analogowe, liniowe, poprzestańmy zatem na stwierdzeniu, że układy nieliniowe nie spełniają zasady superpozycji.

1.2 METODY OPISU I WŁAŚCIWOŚCI UKŁADÓW LINIOWYCH

Układy liniowe można opisywać różnymi sposobami zależnie od potrzeb praktycznych. Bezpośrednio z praw fizyki wynika *opis czasowy*, który otrzymuje się z równań Kirchhoffa w postaci równań różniczkowo-całkowych. Zmiennymi są prądy lub napięcia jako funkcje czasu. Dla przykładu rozważmy obwód przedstawiony na rys. 1/1, który jest zmienno-prądowym schematem zastępczym pojedynczego stopnia wzmacniacza rezonansowego LC. Interesuje nas zależność napięcia wyjściowego $u_2(t)$ od napięcia wejściowego $u_1(t)$. Po zsumowaniu prądu otrzymuje się następujące równanie różniczkowo-całkowe:

$$-g_m u_1(t) = G_o u_2(t) + C\frac{\mathrm{d}u_2(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L}\int u_2(t)\mathrm{d}t \qquad (1/1)$$



1/1 Zmiennoprądowy schemat zastępczy wzmacniacza rezonansowego LC w dziedzinie czasu

Opis czasowy umożliwia podanie innej definicji układów liniowych, a mianowicie:

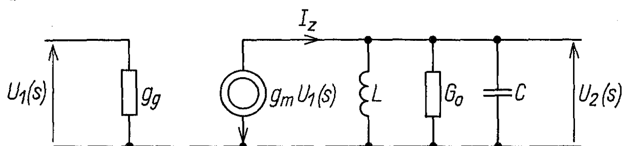
> jeżeli układ można opisać liniowymi równaniami różniczkowo-całkowymi lub różniczkowymi, to układ jest *liniowy*. Co więcej jeżeli równania są zwyczajne, to układ jest *skupiony*, a jeżeli współczynniki w równaniu są stałe, to układ jest *stacjonarny*.

Z równania (1/1) wynika, że analizowany przykładowo układ jest *skupiony*, *liniowy* i *stacjonarny*, mówimy że jest to *układ* SLS. Układ jest nieliniowy, jeżeli jest opisywany nieliniowymi równaniami różniczkowymi, o stałych rozłożonych jeżeli równania są cząstkowe, niestacjonarny jeżeli współczynniki są funkcjami czasu. Przedmiotem naszych zasadniczych rozważań są układy: skupione – liniowe – stacjonarne, a więc układy SLS.

Znacznie częściej stosowanym opisem układów liniowych jest opis operatorowy, który można otrzymać z równań różniczkowo-całkowych lub różniczkowych, stosując do nich przekształcenie Laplace'a. Zmiennymi są transformaty Laplace'a napięć $U(s)$ lub prądów $I(s)$, jako funkcje zmiennej zespolonej $s = \sigma + j\omega$. Mówimy też, że jest to opis na płaszczyźnie zespolonej s. Równanie różniczkowe zwyczajne, liniowe o stałych współczynnikach, przekształca się w równanie algebraiczne, liniowe względem transformat. Po zastosowaniu przekształcenia Laplace'a do równania (1/1) otrzymuje się

$$-g_m U_1(s) = (G_o + sC + 1/sL)\,U_2(s) \tag{1/2}$$

Jak wiadomo, w celu uzyskania opisu operatorowego formułuje się równania Kirchhoffa bezpośrednio w dziedzinie zmiennej zespolonej s. Na rysunku 1/2 przedstawiono schemat zastępczy rozważanego układu w dziedzinie s. Suma transformat prądów w węźle 2, po uwzględnieniu admitancji $Y_G = G_o$, $Y_C = sC$ i $Y_L = 1/sL$ prowadzi bezpośrednio do równania (1/2). Przy założeniu, że wszystkie przebiegi w układzie są sinusoidalne, a warunki początkowe zerowe, przez formalne podstawienie $s = j\omega$ otrzymuje się z opisu operatorowego opis, w którym zmiennymi są amplitudy zespolone napięć lub prądów.



1/2 Zmiennoprądowy schemat zastępczy wzmacniacza rezonansowego LC w dziedzinie zmiennej s

W dalszych rozważaniach będziemy stosować głównie opis operatorowy przy zerowych warunkach początkowych. W wielu przypadkach wystarczająco opisuje właściwości układów liniowych stan wyjścia i wejścia, a więc *ujęcie transmisyjne*. Układ przedstawia się wówczas w postaci czwórnika SLS.

Będziemy rozważać układy SLS zawierające liniowe elementy aktywne i będące, również w sensie definicji znanej z teorii obwodów, *układami aktywnymi*. Aktywne układy SLS mogą być *bilateralne* – przenoszące sygnały w obie strony, z wejścia na wyjście i z wyjścia na wejście lub *unilateralne*, przenoszące sygnały tylko w jedną stronę.

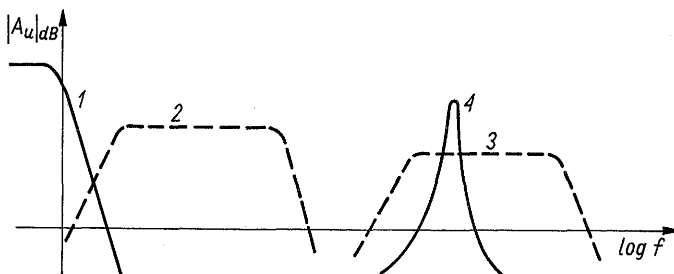
W ujęciu transmisyjnym jest wygodnie stosować metodę operatorową. Zauważmy, że z równania (1/2) otrzymuje się

$$A_u(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-g_m}{G + sC + 1/sL} \tag{1/3}$$

przy czym $A_u(s)$ – *transmitancja napięciowa* lub w rozważanym przykładzie, wzmocnienie napięciowe pojedynczego stopnia wzmacniacza rezonansowego LC.

Transmitancja układu przedstawiana jako *moduł* i argument (*faza*) w funkcji pulsacji (częstotliwości) niesie wiele informacji o właściwościach układu. Dla wzmacniaczy ważna jest np. *częstotliwościowa charakterystyka amplitudowa*, będąca wykresem modułu transmitancji w funkcji częstotliwości. Na jej podstawie można określić np. trzydecybelowe pulsacje graniczne, pasmo trzydecybelowe itp.

Trzydecybelową pulsacją graniczną jest pulsacja, przy której moduł maleje o 3 dB w odniesieniu do jego wartości maksymalnej (stanowi $1/\sqrt{2}$ wartości maksymalnej). W przypadku układów dolnoprzepustowych (rys. 1/3 krzywa *1*) jest to trzydecybelowa pulsacja górna równa pasmu trzydecybelowemu. W przypadku układów środkowoprzepustowych (rys. 1/3 krzywe *2* i *3*) są to pulsacje dolna i górna, pasmem trzydecybelowym jest różnica między pulsacją górną i dolną.



1/3 Charakterystyki modułu wzmocnienia napięciowe goróżnych wzmacniaczy: *1* – wzmacniacz napięcia stałego, *2* – wzmacniacz m.cz. *3* – wzmacniacz szerokopasmowy w.cz. *4* – wzmacniacz wąskopasmowy w.cz.

1.3 PRZETWARZANIE SYGNAŁÓW W UKŁADACH LINIOWYCH

Układy liniowe przetwarzają sygnały elektryczne tylko w pewien określony sposób. Jeżeli sygnał wejściowy jest sygnałem sinusoidalnym o pewnej częstotliwości, to sygnał wyjściowy jest sygnałem sinusoidalnym o tej samej częstotliwości, przesuniętym w fazie i o amplitudzie proporcjonalnej do amplitudy sygnału wejściowego. Jeżeli do wejścia doprowadzi się sygnał okresowy niesinusoidalny lub kilka sygnałów sinusoidalnych o różnych częstotliwościach, to zgodnie z zasadą superpozycji, na wyjściu pojawią się również sygnały sinusoidalne o tych samych częstotliwościach, przesunięte w fazie i o amplitudach proporcjonalnych do amplitud sygnałów wejściowych. Analogiczny rezultat otrzyma się przy pobudzeniach sygnałem nieokresowym czy przypadkowym. Układy liniowe charakteryzują się bowiem dla danej częstotliwości jednoznacznymi zależnościami amplitudy i fazy na wejściu i wyjściu.

Rozważmy to zagadnienie na przykładzie stopnia wzmacniacza rezonansowego LC, którego zmiennoprądowy schemat zastępczy przedstawiono rys. 1/1 i rys. 1/2. Jeżeli przyjmiemy $s = j\omega$, to po podstawieniu we wzorze (1/3)

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad B = \frac{G}{C} \qquad A_0 = -\frac{g_m}{G} \qquad (1/4)$$

i po wyznaczeniu modułu i fazy otrzymuje się

$$A_u(j\omega) = A_0 \frac{B\omega}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+B^2\omega^2}} \exp\left(-j\mathrm{arctg}\frac{\omega_0^2-\omega^2}{B\omega}\right) \tag{1/5}$$

Ze wzoru tego wynika, że moduł wzmocnienia napięciowego $|A_u|$ i argument (faza) wzmocnienia napięciowego ψ są dane wzorami

$$\begin{aligned} |A_u| &= |A_0| \frac{B\omega}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+B^2\omega^2}} \\ \psi &= -\mathrm{arctg}\frac{\omega_0^2-\omega^2}{B\omega} - \pi \end{aligned} \tag{1/6}$$

Niech sygnał wejściowy

$$u_1(t) = U_{m1}\cos(\omega t + \varphi_1)$$

wtedy z równania (1/3) wynika

$$U_2 = U_1 A_u(j\omega) = U_{m1}|A_u|\exp[j(\varphi_1 + \psi)] = U_{m2}\exp(j\varphi_2)$$

Ostatecznie otrzymuje się

$$U_{m2} = U_{m1}|A_u|$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \psi$$

przy czym $|A_u|$ i ψ są dane wzorem (1/6).
Jak widać amplituda sygnału wyjściowego U_{m2} jest proporcjonalna do amplitudy sygnału wejściowego U_{m1}, a faza sygnału wyjściowego φ_2 jest przesunięta w stosunku do fazy sygnału wejściowego φ_1. Z zasady superpozycji wynika, że analogiczny rezultat otrzyma się dla dowolnej składowej przebiegu niesinusoidalnego okresowego.
Zwróćmy uwagę, że wielkości $|A_u|$ i ψ charakteryzują badany układ i są funkcjami częstotliwości. Nazywa się je *charakterystykami amplitudową* i *fazową*, w tym konkretnym przypadku, wzmocnienia napięciowego wzmacniacza.

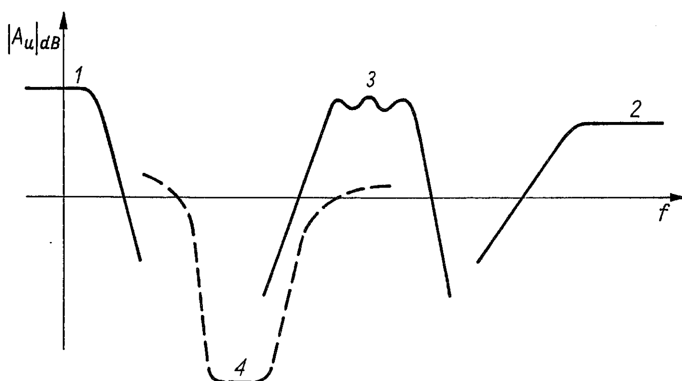
1.4 UKŁADY LINIOWE W SYSTEMACH ELEKTRONICZNYCH

Sposób przetwarzania sygnałów przez układy liniowe implikuje zakres stosowania układów liniowych w systemach elektronicznych. Proporcjonalność amplitudy sygnału wyjściowego do wejściowego wskazuje na możliwość zwiększania amplitudy, a więc wzmacniania sygnałów. Przesuwanie fazy

sygnału nasuwa pomysł budowania przesuwników fazy. Częstotliwościowa zależność modułu i fazy transmitancji układu daje możliwość różnego wzmacniania i przesuwania fazy przy różnych częstotliwościach czyli kształtowania widma sygnałów. Z zasady superpozycji wynika prosta idea dodawania sygnałów, a przy jednoczesnym wprowadzaniu odpowiedniego przesunięcia fazy – odejmowania sygnałów. Z opisu czasowego danego wzorem (1/1) widać, że istnieje również możliwość różniczkowania i całkowania sygnałów. Ogólnie można funkcje układów liniowych podzielić na wzmacnianie, kształtowanie charakterystyk częstotliwościowych (filtrację) i realizowanie operacji matematycznych takich, jak sumowanie, całkowanie czy różniczkowanie.

Podstawową klasę układów liniowych stanowią układy wzmacniające – *wzmacniacze*. Dzieli się je na *szerokopasmowe* i *wąskopasmowe*. W pierwszym przypadku dąży się do tego, aby w możliwie szerokim zakresie częstotliwości wzmocnienie układu było stałe, nie zależało lub słabo zależało od częstotliwości, w drugim przypadku chodzi o to aby poza pewnym wąskim zakresem częstotliwości wzmocnienie szybko malało. Ze względu na zakres częstotliwości wzmacniacze dzielimy arbitralnie na *wzmacniacze małej*, *średniej* i *wielkiej częstotliwości*. Wzmacniacze małej częstotliwości (m.cz.) to wzmacniacze częstotliwości akustycznych do 20 kHz. Za średnie częstotliwości uważa się przedział od kilkunastu do 10 MHz. Wzmacniacze wielkiej częstotliwości (w.cz.) to układy wzmacniające sygnały o częstotliwościach większych niż 10 MHz. Wzmacniacze nazywa się *napięciowymi*, gdy służą do wzmacniania napięcia lub wzmacniaczami *mocy*, gdy służą do dostarczania mocy sygnału do obciążenia. Szczególnym rodzajem wzmacniaczy są wzmacniacze napięcia stałego, które w rzeczywistości wzmacniają również sygnały zmienne aż do pewnej częstotliwości granicznej. Na rysunku 1/3 pokazano charakterystyki amplitudowe (modułu wzmocnienia) dla różnych rodzajów wzmacniaczy.

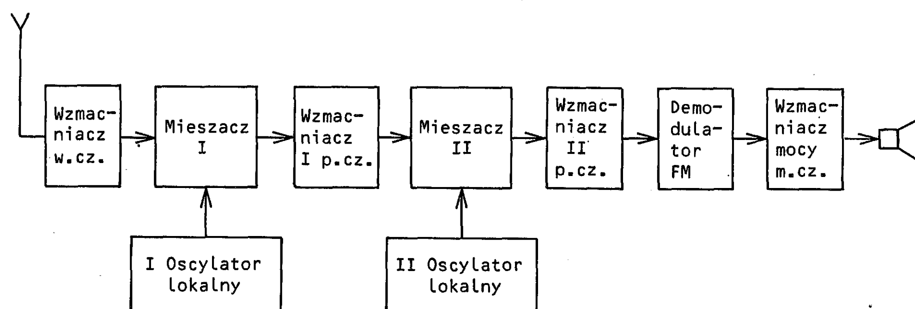
Drugą ważną klasą układów liniowych są filtry, służące do filtracji sygnałów lub, co jest równoważne, do kształtowania charakterystyk częstot-



1/4 Charakterystyki modułu transmitancji filtrów: *1* – dolnoprzepustowego, *2* – górnoprzepustowego, *3* – środkowoprzepustowego, *4* – środkowozaporowego

liwościowych. Niezależnie od sposobu realizacji filtrów można je podzielić na *filtry dolnoprzepustowe, górnoprzepustowe, środkowoprzepustowe* i *środkowozaporowe*. Odpowiadające im charakterystyki modułu transmitancji napięciowej przedstawiono na rys. 1/4.

Układy liniowe stosuje się w różnych systemach analogowych: telekomunikacyjnych, pomiarowych, elektromedycznych, geofizycznych, regulacji automatycznej i innych. Służą do wzmacniania bardzo słabych sygnałów takich, jak sygnały z kosmosu, sygnały żywych organizmów np. sygnały elektrokardiograficzne, encyfalograficzne, sygnałów akustycznych, sygnałów wizji. Przez filtrację umożliwiają wydzielanie pożądanych sygnałów na tle zakłóceń, realizują też operacje matematyczne na sygnałach.



1/5 Schemat blokowy odbiornika FM z podwójną przemianą częstotliwości

Na rysunku 1/5 przedstawiono blokowy schemat odbiornika pracującego z modulacją częstotliwości. Ilustruje on dość złożone przetwarzanie sygnału wielkiej częstotliwości, zmodulowanego częstotliwościowo, na sygnał małej częstotliwości, stanowiący przesyłaną informację. W odbiorniku tym występuje wzmacniacz w.cz., wąskopasmowe wzmacniacze I i II p.cz. oraz wzmacniacz mocy m.cz., które są układami liniowymi. Pozostałe bloki (rys. 1/5) są układami nieliniowymi.

1.5 PODSUMOWANIE

Liniowe układy analogowe spełniają zasadę superpozycji i przetwarzają sygnały ciągłe. W dziedzinie czasu opisują je liniowe równania różniczkowo-całkowe. Jeżeli układy są stacjonarne i skupione (SLS) , to równania te są zwyczajne, o stałych współczynnikach. W dziedzinie pulsacji zespolonej, opisowi temu odpowiada opis liniowymi równaniami algebraicznymi.

Układy liniowe pobudzone sygnałem harmonicznym przetwarzają sygnał wejściowy w taki sposób, że amplituda sygnału wyjściowego jest proporcjonalna do amplitudy sygnału wejściowego, a faza sygnału wyjściowego jest przesunięta w stosunku do fazy sygnału wejściowego.

Układy liniowe służą głównie do wzmacniania i filtracji, a także do wykonywania liniowych operacji matematyczych na sygnałach.

LITERATURA

1. Filipkowski A.: *Układy elektroniczne analogowe i cyfrowe.* WNT, Warszawa 1980.
2. Osiowski J.: *Podstawy analizy i syntezy liniowych układów elektrycznych.* Ośrodek Postępu technicznego NOT, Warszawa 1971.
3. Lathi B.P.: *Modern digital and analog communication systems.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1983.
4. Siebert W.McC.: *Circuits, signals and systems.* MIT Press, McGraw-Hill, New York 1986.

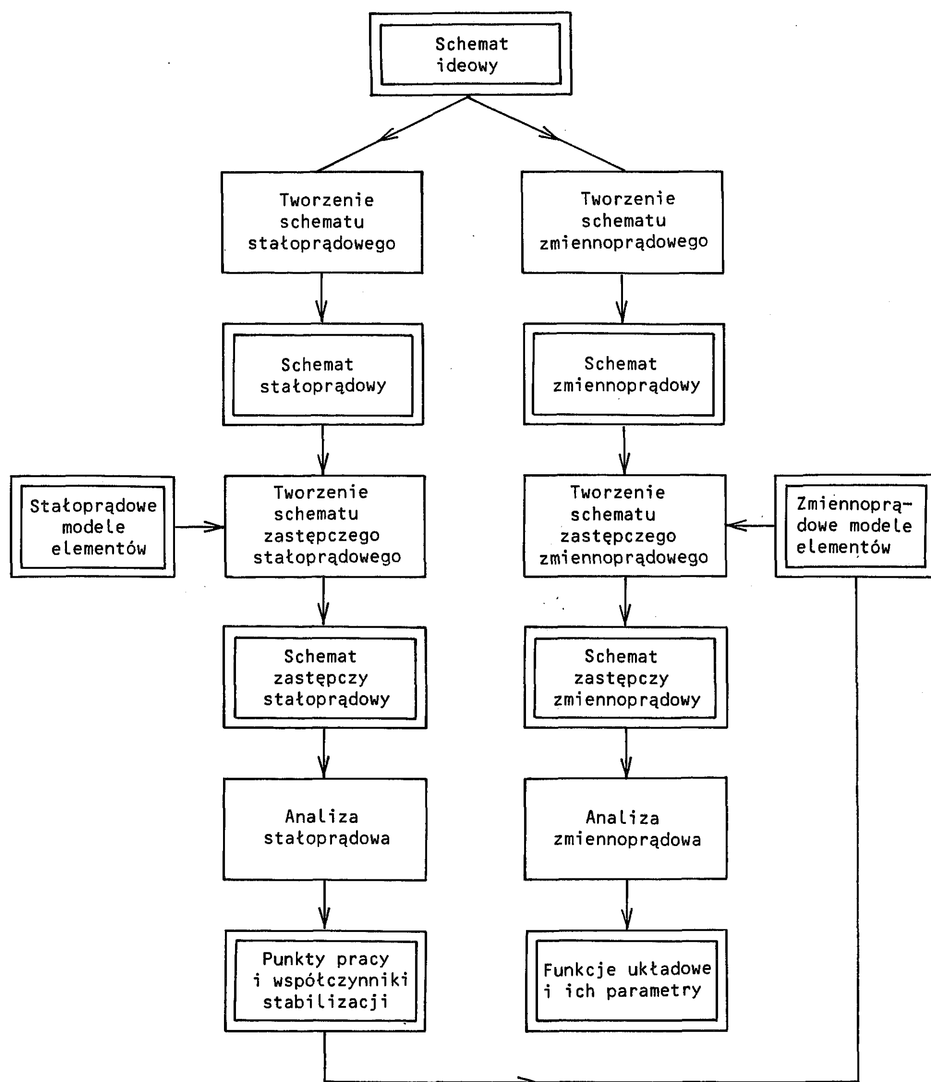
2

TECHNIKI ANALIZY UKŁADÓW LINIOWYCH

2.1 PRZEBIEG PROCESU ANALIZY

W analizie punktem wyjścia jest układ, a ściślej jego schemat ideowy, celem jest zbadanie jego właściwości, a więc wyznaczenie interesujących funkcji układowych i parametrów tych funkcji. Znajomość właściwości układów umożliwia ich projektowanie. Również w tym przypadku wychodzi się od schematu ideowego lecz wartości elementów, warunki pracy elementów aktywnych, napięcia zasilania są nieznane. Dane są natomiast wymagania stawiane układowi, a więc funkcje układowe i ich parametry. Projektowanie jest najczęściej procesem odwrotnym do analizy i korzysta z odpowiednio przekształconych wzorów otrzymanych w wyniku analizy. Szczególnym przypadkiem projektowania jest synteza, gdzie niekiedy nie jest znany schemat ideowy, a jedynie funkcja jaką układ ma realizować. Można stwierdzić, że bez poznania właściwości układów, a zatem bez analizy układów, niemożliwe jest ich projektowanie.

Układy liniowe zawierają na ogół elementy aktywne takie jak np. tranzystory bipolarne i w związku z tym wymagają zasilania napięciem stałym dla zapewnienia odpowiednich warunków pracy. Na wejście układu jest podawany zazwyczaj sygnał zmienny. W układzie podczas jego pracy występują zatem składowe stałe i składowe zmienne. Sumę składowej stałej i składowej zmiennej nazywa się *wartością chwilową*. Amplitudy składowych zmiennych są znacznie mniejsze niż wartości składowych stałych, jest to warunek zachowania liniowości układu. W takiej sytuacji jest dopuszczalne, wygodne i upraszczające analizę, rozdzielne przeprowadzenie analizy zmiennoprądowej i stałoprądowej. Takie podejście ilustruje rys. 2/1, przedstawiający graficznie przebieg procesu analizy układów liniowych. Jak pokazano na rysunku, punktem wyjścia do analizy jest schemat ideowy. Na jego podstawie należy utworzyć schematy stałoprądowy i zmiennoprądowy, a następnie, dysponując schematami zastępczymi (modelami) elementów dla prądu



2/1 Graficzne przedstawienie przebiegu procesu analizy

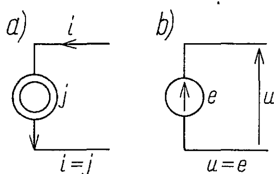
stałego i dla przebiegów zmiennych, utworzyć schematy zastępcze – stałoprądowy i zmiennoprądowy. Otrzymane schematy zastępcze poddaje się analizie odpowiednio – stałoprądowej i zmiennoprądowej. Efektem procesu analizy zmiennoprądowej są funkcje układowe takie, jak np. wzmocnienie napięciowe, impedancje wejściowe i wyjściowe i ich parametry takie, jak np. wzmocnienie w środku pasma, częstotliwości trzydecybelowe dolne i górne itp. W wyniku analizy stałoprądowej otrzymuje się napięcia i prądy stałe, zapewniające właściwe warunki pracy elementów aktywnych oraz informacje o stałości tych warunków przy zmianach temperatury, napięć zasilania itp.

W dalszym ciągu tego rozdziału rozważymy wszystkie czynności w procesie analizy, ujęte w pojedynczych ramkach na rys. 2/1, ilustrując je rezultatami tych czynności (na rys. 2/1 w podwójnych ramkach).

2.2 ELEMENTARNE UKŁADY AKTYWNE

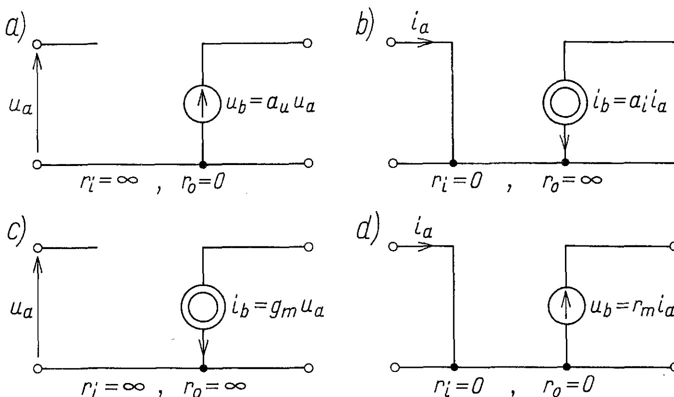
W schematach zastępczych elementów i układów występują pewne dwójniki i czwórniki, które w rzeczywistości, w swojej idealnej postaci, nie istnieją. Reprezentują one pewne istotne właściwości obwodów i ułatwiają przeniesienie właściwości rzeczywistych układów do łatwiejszych w analizie schematów zastępczych. W syntezie układów aktywnych nazywa się je *elementarnymi układami aktywnymi.*

Ograniczymy się do omówienia tylko tych elementarnych układów aktywnych, których znajomość jest niezbędna w analizie układów liniowych. Z tego punktu widzenia wśród dwójników interesujące są źródła prądowe i napięciowe, których symbole i równania opisujące przedstawiono na rys. 2/2.



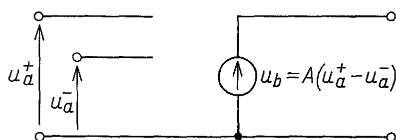
2/2 Symbole i opis idealnych źródeł niezależnych: a) prądowego, b) napięciowego

Spośród czterech źródeł sterowanych, przedstawionych wraz z ich opisem na rys. 2/3, najczęściej występuje w schematach zastępczych *źródło prądowe sterowane napięciem* oraz *źródło napięciowe sterowane napięciem.* Pierwsze jest podstawowym elementem schematów zastępczych tranzystorów, drugie schematów zastępczych wzmacniaczy operacyjnych.



2/3 Symbole idealnych źródeł sterowanych: a) źródło napięciowe sterowane napięciem, b) źródło prądowe sterowane prądem, c) źródło prądowe sterowane napięciem, d) źródło napięciowe sterowane prądem

Na rysunku 2/4 przedstawiono różnicowe źródło napięciowe sterowane napięciem, które przy $A \to \infty$ stanowi schemat zastępczy idealnego wzmacniacza operacyjnego. Charakteryzuje się ono nieskończoną rezystancją wejściową, zerową rezystancją wyjściową i nieograniczonym pasmem.

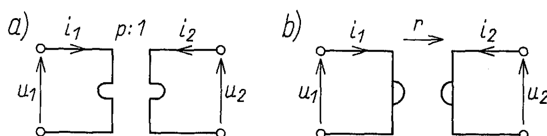


2/4 Schemat zastępczy różnicowego napięciowego źródła sterowanego napięciem

W schematach zastępczych obwodów rezonansowych LC, występujących we wzmacniaczach rezonansowych LC, jest konieczne użycie transformatora idealnego (rys. 2/5a). Transformator idealny jest czwórnikiem o równaniach:

$$u_1(t) = pu_2(t) \qquad i_1(t) = -\frac{1}{p} i_2(t) \qquad p \neq 0 \tag{2/1}$$

przy czym p – przekładnia transformatora idealnego.



2/5 Symbole: a) transformatora idealnego, b) żyratora

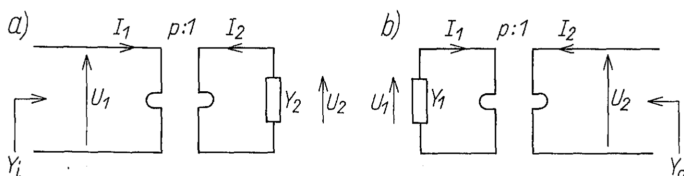
W dziedzinie pulsacji zespolonej $s = \sigma + j\omega$ opis transformatora idealnego otrzymuje się przez formalne podstawienie w równaniu (2/1) $U_1(s)$ w miejsce u_1 i $U_2(s)$ w miejsce u_2.

Jak wiadomo z teorii obwodów admitancję wejściową i wyjściową transformatora idealnego, obciążonego na wejściu i wyjściu tak, jak to pokazano na rys. 2/6, można wyznaczyć ze wzorów

$$Y_i = \frac{1}{p^2} Y_2 \tag{2/2}$$

$$Y_o = p^2 Y_1 \tag{2/3}$$

Oczywiście odwrotne związki otrzyma się dla impedancji.

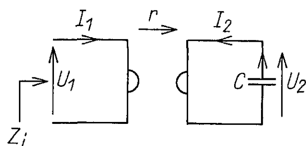


2/6 Transformator idealny obciążony: a) na wyjściu, b) na wejściu

Na rysunku 2/5b przedstawiono żyrator (żyrator idealny). Jest to czwórnik o równaniach

$$u_1 = -ri_2 \qquad u_2 = ri_1 \qquad r > 0 \tag{2/4}$$

przy czym r – rezystancja (stała) żyracji.



2/7 Żyrator obciążony pojemnością

Żyrator podobnie do innych elementarnych układów aktywnych spełnia istotną funkcję w syntezie układów aktywnych. Ma on jednak również bezpośrednie zastosowanie do symulacji cewki indukcyjnej. Jest to elementarny układ aktywny, który realizuje się ze wzmacniaczy operacyjnych lub bezpośrednio jako półprzewodnikowy układ scalony. W efekcie otrzymuje się, oczywiście nieidealny, rzeczywisty żyrator. Rozważmy na płaszczyźnie zespolonej s żyrator idealny, obciążony pojemnością (rys. 2/7). Z rysunku 2/7 wynika

$$Z_i = \frac{U_1}{I_1} = -r^2 \frac{I_2}{U_2}$$

ponieważ

$$\frac{I_2}{U_2} = -sC$$

otrzymuje się

$$Z_i = sr^2C = sL_\alpha \tag{2/5}$$

przy czym

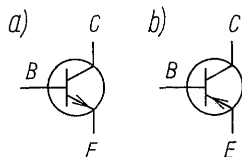
$$L_\alpha = r^2C \tag{2/6}$$

Obciążony pojemnością żyrator symuluje indukcyjność L_α daną wzorem (2/6). Układ ten nazywa się *analogiem indukcyjności* i stosuje się w filtrach pasywnych RLC małych częstotliwości, zamiast cewek indukcyjnych.

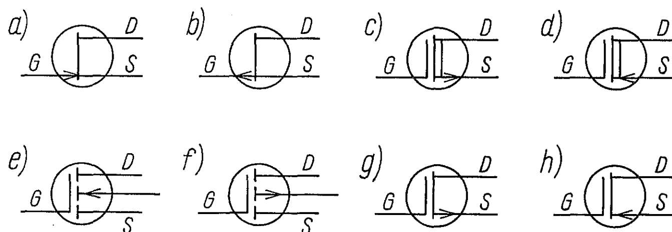
2.3 STAŁOPRĄDOWE SCHEMATY ZASTĘPCZE TRANZYSTORÓW

2.3.1 Wprowadzenie

Jak wiadomo, elementami aktywnymi w układach liniowych są współcześnie głównie tranzystory bipolarne i unipolarne. Na rysunku 2/8 przedstawiono symbole graficzne tranzystora bipolarnego – BJT (ang. *bipolar junction transistor*) *npn* i *pnp*. Na rysunku 2/9 przedstawiono symbole graficzne tranzystorów polowych złączowych – JFET (ang. *junction field-effect transistor*) i z izolowaną bramką – MOSFET (ang. *metal-oxide-semiconductor field-effect transistor*) z kanałem typu *n* i *p*. Tranzystory MOSFET występują w dwóch wersjach, z kanałem zubożonym i kanałem wzbogaconym.



2/8 Symbole tranzystorów bipolarnych: a) *npn*, b) *pnp*



2/9 Symbole tranzystorów polowych: a) JFET z kanałem *n*, b) JFET z kanałem *p*, c) MOSFET z zubożonym kanałem *n*, d) MOSFET z zubożonym kanałem *p*, e) MOSFET z wzbogaconym kanałem *n*, f) MOSFET z wzbogaconym kanałem *p*, g) i h) uproszczone symbole tranzystorów z rys. 2/9e, f ze zwartymi zaciskami podłoże-źródło

Z przebiegu procesu analizy, przedstawionego w rozdz. 2.1 wynika, że niezbędna jest wiedza o schematach zastępczych elemenentów aktywnych, nazywanych także *modelami elementów aktywnych.* W przypadku układów liniowych wykorzystuje się przede wszystkim zmiennoprądowe modele małosygnałowe, ale także, w przypadku analizy czy projektowania układu zasilania tranzystorów, modele stałoprądowe (patrz rozdz. 3 i 4). Modele stałoprądowe są szczególnym przypadkiem modeli wielkosygnałowych statycznych. Te ostatnie wykorzystuje się w układach liniowych do analizy pracy układu na granicy zakresu, który przyjmuje się jako liniowy i zakresu nieliniowego, np. do wyznaczania wielkosygnałowej statycznej charakterystyki przejściowej (patrz przykładowo rozdz. 7.2.2, 7.3.6 i 11.3).

Wiadomo, że w zakresie zmiennoprądowym tranzystor BJT może pracować w konfiguracji wspólnego emitera – CE (ang. *common emitter*), wspólnej bazy – CB (ang. *common base*) lub wspólnego kolektora – CC

(ang. *common collector*), a tranzystor JFET i MOSFET w konfiguracji wspólnego źródła – CS (ang. *common source*), wspólnej bramki – CG (ang. *common gate*) i wspólnego drenu – CD (ang. *common drain*). Przypomnijmy, że jeżeli wspólnym zaciskiem dla wejścia i wyjścia jest odpowiednio emiter, baza i kolektor, to mamy do czynienia z konfiguracjami CE, CB i CC. Analogicznie określa się konfiguracje pracy tranzystorów JFET i MOSFET.

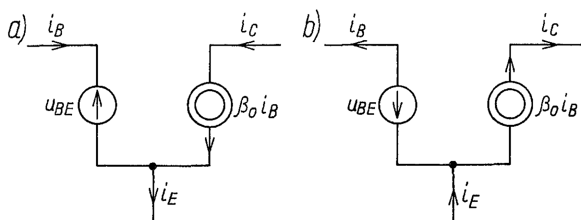
Ze względu na przyjętą tu węzłową metodę analizy układów tranzystorowych (patrz rozdz. 2.6.1) przypomnienie modeli małosygnałowych ograniczono tylko do jednej konfiguracji, mianowicie: wspólnego emitera dla tranzystorów BJT i wspólnego drenu dla tranzystorów JFET i MOSFET.

2.3.2 Wielkosygnałowy model tranzystora bipolarnego

Na rysunku 2/10 przedstawiono najprostsze modele wielkosygnałowe tranzystorów bipolarnych dla obszaru aktywnego. Modele te określają związki między wartościami chwilowymi. Zazwyczaj wartość chwilowa zawiera dużą składową stałą i znacznie mniejszą składową zmienną, np.

$$i_B = I_B + i_b$$

$$\begin{pmatrix}\text{Wartość chwilowa}\\ \text{prądu bazy}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Składowa stała}\\ \text{prądu bazy}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Składowa zmienna}\\ \text{prądu bazy}\end{pmatrix}$$

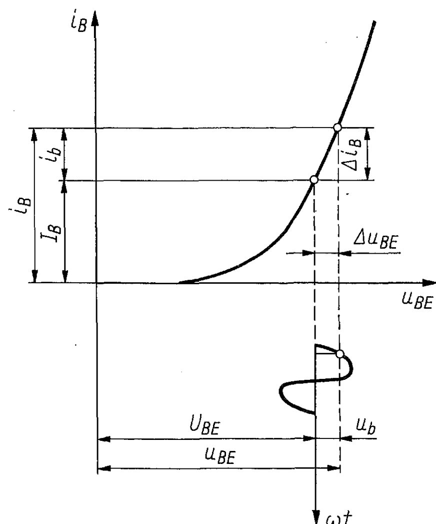


2/10 Proste modele wielkosygnałowe tranzystorów bipolarnych: a) *npn*, b) *pnp*

Składową zmienną można traktować w określonej chwili, jako przyrost składowej stałej, czyli

$$i_B = I_B + \Delta I_B$$

Przy takim założeniu modele z rys. 2/10 nazywa się statycznymi. Jeśli przyjmiemy składowe zmienne równe zero, to modele z rys. 2/10 możemy uznać za stałoprądowe. Ilustracją jest rys. 2/11, na którym przedstawiono wielkosygnałową charakterystykę statyczną $i_B = f(u_{BE})$. Dla $\Delta U_{BE} = 0$ i $\Delta I_B = 0$ otrzymuje się charakterystykę stałoprądową $I_B = f(U_{BE})$.



2/11 Charakterystyka $i_B = f(u_{BE})$

W wielkosygnałowym modelu (rys. 2/10) dla przypadku statycznego

$$i_B = \frac{I_S}{\beta_0} \exp\left(\frac{u_{BE}}{U_T}\right) \tag{2/7}$$

przy czym

$$U_T = \frac{\mathrm{k}T}{\mathrm{q}} \tag{2/8}$$

i_B – wartość chwilowa prądu bazy, u_{BE} – wartość chwilowa napięcia baza-emiter, β_0 – zwarciowy współczynnik wzmocnienia prądowego tranzystora w konfiguracji wspólnego emitera, I_S – prąd nasycenia złącza kolektorowego (typowa wartość dla krzemu $10^{-15}...10^{-14}$A), i_C, i_E – wartości chwilowe prądu kolektora i emitera, U_T – potencjał termiczny (w temperaturze 25°C $U_T \cong 26$ mV), k – stała Boltzmanna ($1{,}381 \cdot 10^{-23}$ J/K), T – temperatura bezwzględna, q – ładunek elektronu ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C).
Z teorii przyrządów półprzewodnikowych wiadomo, że

$$i_C = \alpha_0 i_E + I_{C_0} \tag{2/9}$$

przy czym α_0 – współczynnik wzmocnienia prądowego w konfiguracji wspólnej bazy, I_{C_0} – prąd zerowy złącza kolektor-baza przy polaryzacji wstecznej i odłączonym emiterze (typowa wartość dla krzemu $10^{-12}...10^{-10}$A, podwaja się przy wzroście temperatury o każde 8°C).

Między wielkościami α_0 i β_0 istnieją związki

$$\beta_0 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} \qquad \alpha_0 = \frac{\beta_0}{\beta_0 + 1} \tag{2/10}$$

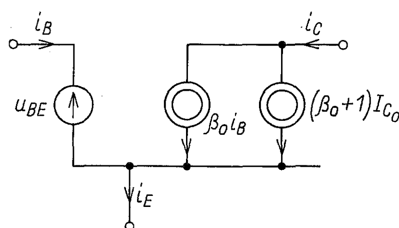
Mając na uwadze te związki oraz

$$i_E = i_C + i_B \tag{2/11}$$

wzór (2/9) można przekształcić do postaci

$$i_C = \beta_0 i_B + (\beta_0 + 1) I_{C_0} \tag{2/12}$$

Uwzględnienie prądu I_{C_0} prowadzi do bardziej rozbudowanego schematu zastępczego, przedstawionego na rys. 2/12.



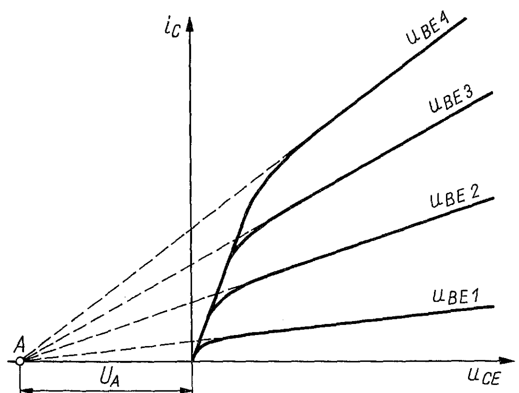
2/12 Stałoprądowy model tranzystora *npn* uwzględniający wpływ temperatury na prąd kolektora

W dotychczasowych rozważaniach nie uwzględniono zależności prądu kolektora od napięcia kolektora. W rzeczywistości prąd kolektora zależy od napięcia kolektor-emiter, o czym świadczy np. kształt charakterystyk wyjściowych tranzystora. Na rysunku 2/13 przedstawiono rodzinę charakterystyk wyjściowych tranzystora *npn* z przesadnie zaznaczonym nachyleniem. Po przedłużeniu liniowych części krzywych wstecz osi u_{CE} otrzymuje się punkt na osi u_{CE}, który określa napięcie

$$U_A = \frac{i_C}{\dfrac{\partial i_C}{\partial u_{CE}}} \tag{2/13}$$

nazywane *napięciem Early'ego.*

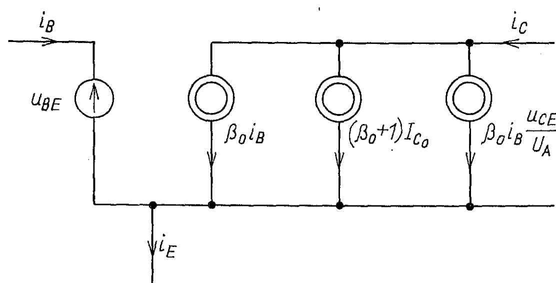
Dla tranzystorów z jednorodną bazą nachylenie $\partial i_C / \partial u_{CE}$ jest proporcjonalne do prądu i_C. Napięcie U_A jest zatem stałe, niezależne od i_C i dlatego te przedłużenia charakterystyk przecinają się w jednym punkcie na osi u_{CE}. Zależność i_C od u_{CE} jest nazywana *efektem Early'ego.* Uwzględniając ten efekt można prąd kolektora przedstawić następująco



2/13 Charakterystyka $i_C = f(u_{CE})$ ilustrująca efekt Earły'ego

$$i_C = I_S\left(1 + \frac{u_{CE}}{U_A}\right)\exp\left(\frac{u_{BE}}{U_T}\right) \tag{2/14}$$

Typowe wartości U_A tranzystorów krzemowych wynoszą 50...100 V. Jeżeli w modelu z rys. 2/12 weźmie się pod uwagę równanie (2/14), to przyjmie on postać z rys. 2/14.

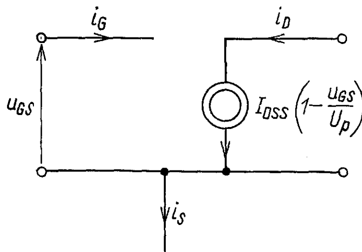


2/14 Stałoprądowy model tranzystora *npn* uwzględniający efekt Early'ego

W analizie komputerowej stosuje się bardziej złożone modele, uwzględniające również inne efekty. W analizie niekomputerowej („ręcznej") jest najczęściej wystarczający najprostszy model z rys. 2/10. W przypadku badania stałości temperaturowej warunków pracy tranzystorów jest użyteczny model z rys. 2/12. Model z rys. 2/14 stosuje się w analizie wzmacniaczy o bardzo dużym wzmocnieniu.

2.3.3 Wielkosygnałowy model tranzystora JFET

Na rysunku 2/15 przedstawiono model wielkosygnałowy złączowego tranzystora polowego (JFET) dla zakresu pentodowego, a więc dla zakresu, w którym tranzystor jest stosowany jako element wzmacniający. W tablicy 2/1 określono znaki napięć i prądów w zależności od rodzaju kanału tranzystora. Prąd drenu i_D można określić wzorem



2/15 Wielkosygnałowy model tranzystora JFET

2/1 Znaki napięć i prądów tranzystorów JFET

Kanał	U_p	I_{DSS}	U_{GS}	i_D
p	dodatnie	ujemny	dodatnie	ujemny
n	ujemne	dodatni	ujemne	dodatni

$$i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_p}\right)^2 \tag{2/15}$$

przy czym u_{GS} – napięcie bramka-źródło, U_p – napięcie progowe, określone jako

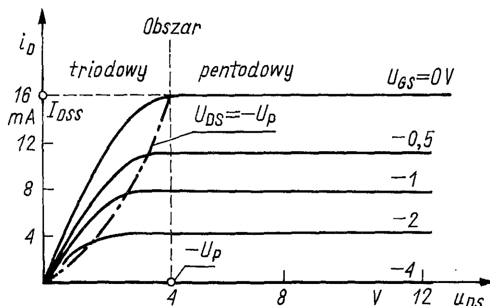
$$U_p = u_{GS}|_{i_D = 0,\ u_{DS}\ \text{małe}} \tag{2/16}$$

I_{DSS} – prąd maksymalny drenu, określony jako

$$I_{DSS} = i_D|_{u_{GS} = 0,\ u_{DS} = -U_p} \tag{2/17}$$

Jest to opis najprostszy i najmniej dokładny, jednak w niekomputerowej analizie na ogół wystarczający.

Na rysunku 2/16 przedstawiono charakterystyki wyjściowe $i_D = f(u_{DS})$ tranzystora z kanałem *n*. Z rysunku widać, jak można na podstawie tych charakterystyk, wyznaczyć napięcie progowe U_p i prąd I_{DSS}. Jak wynika ze schematu zastępczego prąd źródła $i_S = i_D$, prąd barmki $i_G = 0$, a rezystancje wejściowa i wyjściowa są nieskończenie duże. W rzeczywistości rezystancja



2/16 Charakterystyka wyjściowa tranzystora JFET z kanałem *n*

wyjściowa jest skończona i prąd i_D zależy od napięcia u_{DS}, podobnie jak dla tranzystorów bipolarnych, a wzór (2/15) można zmodyfikować do postaci

$$i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_p}\right)^2 (1 + \lambda u_{DS}) \tag{2/18}$$

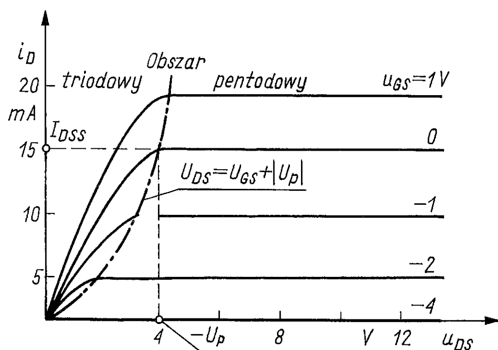
Parametr λ jest dodatni dla kanału *n* i ujemny dla kanału *p*, a jego typowa wartość wynosi $10^{-2}V^{-1}$. Typowa wartość bezwzględna napięcia U_p tranzystorów małej mocy wynosi 1...5V, a prądu I_{DSS} od 0,3 do kilkunastu miliamperów.

2.3.4 Wielkosygnałowy model tranzystora MOSFET

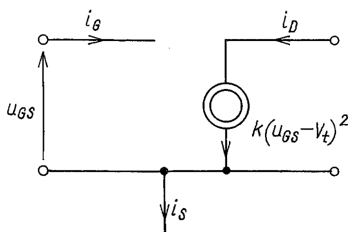
Schemat zastępczy tranzystora polowego z izolowaną bramką i kanałem zubożonym (MOSFET) jest prawie identyczny ze schematem tranzystora JFET. Różnica polega na możliwości pracy przy napięciach $u_{GS} > 0$ dla kanału *n* i $u_{GS} < 0$ dla kanału *p*.

Na rysunku 2/17 przedstawiono charakterystyki wyjściowe tranzystora MOSFET z zubożonym kanałem typu *n*. Jak widać najwyżej przebiega krzywa dla $U_{GS} = 1$ V, a nie, jak to ma miejsce w przypadku złączowego tranzystora polowego, dla $U_{GS} = 0$ (patrz rys. 2/16).

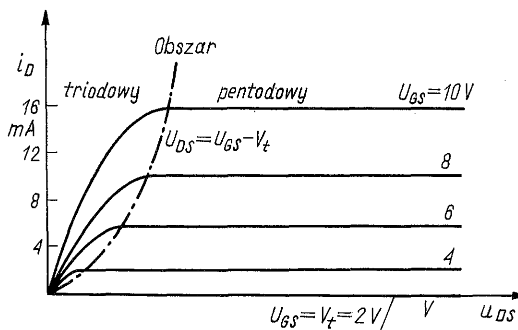
Na rysunku 2/18 przedstawiono wielkosygnałowy model, dla obszaru pentodowego, tranzystora polowego z izolowaną bramką, z kanałem wzboga-



2/17 Charakterystyka wyjściowa tranzystora MOSFET z zubożonym kanałem *n*



2/18 Wielkosygnałowy model tranzystora MOSFET z kanałem wzbogaconym *n*



2/19 Charakterystyka wyjściowa tranzystora MOSFET z kanałem wzbogaconym *n*

conym. Na rysunku 2/19 przedstawiono natomiast przykładowe charakterystyki wyjściowe. Prąd drenu jest określony wzorem

$$i_D = k(u_{GS} - V_t)^2 \tag{2/19}$$

przy czym

$$k = \frac{k'}{2}\frac{W}{L} \tag{2/20}$$

V_t – napięcie progowe określone wzorem

$$V_t = u_{GS}|_{i_D} = 0 \tag{2/21}$$

$$k' = \mu_n C_{ox} \tag{2/22}$$

W, L – odpowiednio: szerokość i długość kanału, μ_n – ruchliwość nośników, C_{ox} – pojemność warstwy izolującej bramkę na jednostkę powierzchni. Typową wartością k' przy grubości dielektryka 0,1 μm jest 20 $\mu A \cdot V^{-2}$. Typowe wartości napięcia V_t wynoszą 0,5...2 V.

Również w przypadku tych tranzystorów występuje zależność prądu drenu i_D od napięcia u_{DS}. Prąd drenu i_D dokładniej aproksymuje następująca zależność:

$$i_D = k(u_{GS} - V_t)^2 (1 + \lambda u_{DS}) \tag{2/23}$$

Typowe wartości λ należą do przedziału $0{,}005...0{,}03 \cdot V^{-1}$.

2.3.5 Wpływ polaryzacji podłoża na właściwości tranzystora MOSFET

Rozważając wielkosygnałowy model tranzystora MOSFET milcząco założyliśmy, że zacisk podłoża jest zwarty z zaciskiem źródła. Taka sytuacja występuje rzeczywiście w większości układów zbudowanych z elementów

dyskretnych. Inaczej jest w układach scalonych MOS. Różne potencjały stałe źródła i podłoża, takie, że prowadzą do zaporowej polaryzacji złącza źródło-podłoże (dla kanału p – $U_{SB} < 0$, dla kanału n – $U_{SB} > 0$), wpływają na szerokość kanału, co prowadzi do wzrostu napięcia V_t zgodnie ze wzorem

$$V_t = V_{t0} + \gamma\sqrt{2\varphi_f + |U_{SB}|} - \gamma\sqrt{2\varphi_f} \qquad (2/24)$$

przy czym γ – stała zależna od materiałów i technologii typowa wartość $\gamma = 0{,}5 \ldots 2\,V^{\frac{1}{2}}$, φ_f – potencjał Fermiego (ok. 0,3 V).
Prąd drenu, pomijając wpływ rezystancji wyjściowej tranzystora, można przedstawić ogólniej następująco:

$$i_D = k\left(u_{GS} - V_{t0} - \gamma\sqrt{2\varphi_f + |U_{SB}|} + \gamma\sqrt{2\varphi_f}\right)^2 \qquad (2/25)$$

Efektem polaryzacji podłoża jest również utworzenie się drugiej „bramki" i powstanie drugiego źródła prądowego sterowanego napięciem u_{bs}. Efekty zmiennoprądowe polaryzacji podłoża omówiono szczegółowiej w rozdz. 2.4.4.

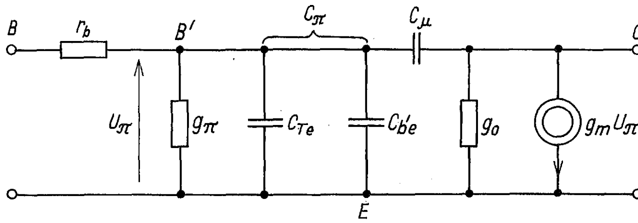
2.4 ZMIENNOPRĄDOWE SCHEMATY ZASTĘPCZE TRANZYSTORÓW

2.4.1 Wprowadzenie

Schematy zastępcze zmiennoprądowe, nazywane też *modelami zmiennoprądowymi*, tworzy się dla małosygnałowej analizy zmiennoprądowej. Symulują one właściwości elementów aktywnych w otoczeniu punktu pracy, dla małych jego zmian. Zmiany te są utożsamiane ze składowymi zmiennoprądowymi o na tyle małych amplitudach, że jest możliwe traktowanie ich jako zmiany różniczkowe. Opracowano wiele modeli mniej lub bardziej dokładnie odzwierciedlających rzeczywiste właściwości tranzystorów i innych elementów aktywnych, w tym wiele, do stosowania w analizie komputerowej. Zajmiemy się tylko niektórymi schematami zastępczymi tranzystorów, najbardziej przydatnymi w niekomputerowej analizie układów liniowych. Zwrócimy przy tym uwagę na sposób wyznaczania wartości elementów występujących w schematach zastępczych na podstawie ogólnie dostępnych danych.

2.4.2 Małosygnałowy schemat zastępczy tranzystora bipolarnego

Na rysunku 2/20 przedstawiono najpowszechniej używany zmiennoprądowy schemat zastępczy tranzystora bipolarnego w konfiguracji wspólnego emitera. Jest on nazwany *schematem zastępczym mieszane* lub *hybrydowe* π. W odróżnieniu od dotąd przytaczanych schematów zastępczych jest to schemat zmiennoprądowy, słuszny tylko dla małych sygnałów.



2/20 Zmiennoprądowy schemat zastępczy tranzystora bipolarnego (π mieszane)

Niech tranzystor charakeryzuje się następującymi wielkościami chwilowymi:

$$i_C = I_C + i_c = I_S \exp\left(\frac{u_{BE}}{U_T}\right)$$

$$u_{BE} = U_{BE} + u_{be}$$

Zauważmy, że składowe zmienne

$$i_c = i_C - I_C = \Delta i_C$$

$$u_{be} = u_{BE} - U_{BE} = \Delta u_{BE}$$

można uważać za małe zmiany wartości chwilowych i_C i u_{BE} o Δi_C i Δu_{BE}.

Transkonduktancja g_m, źródła prądowego ze schematu zastępczego (rys. 2/20), może być wyznaczona następująco:

$$g_m = \frac{\partial i_C}{\partial u_{BE}} = \frac{I_S}{U_T} \exp\left(\frac{u_{BE}}{U_T}\right) = \frac{I_S}{U_T} \exp\left(\frac{U_{BE}}{U_T}\right) \exp\left(\frac{u_{be}}{U_T}\right) =$$

$$= \frac{I_C}{U_T} \exp\left(\frac{u_{be}}{U_T}\right) = \frac{I_C}{U_T}\left[1 + \frac{\Delta u_{BE}}{U_T} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_{BE}}{U_T}\right)^2 + \ldots\right]$$

Jeżeli $\Delta u_{BE} = u_{be} << U_T$, to:

$$g_m = \frac{\Delta i_C}{\Delta u_{BE}} = \frac{I_C}{U_T} = \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{k}T} I_C \qquad (2/26)$$

Można wykazać, że dla $\Delta u_{BE} < 10\,\mathrm{mV}$ przybliżenie dane wzorem (2/26) jest obarczone błędem mniejszym niż 10%. Przeprowadzone rozumowanie wskazuje wyraźnie, że g_m jest parametrem małosygnałowym tak, jak i pozostałe wielkości w schemacie zastępczym tranzystora. W temperaturze pokojowej U_T ma wartość ok. 26 mV, można zatem napisać

$$g_m = \frac{1}{26\ \mathrm{mV}} I_C \cong \frac{40}{1\ \mathrm{V}} I_C \tag{2/27}$$

przy czym $\{g_m\} = \mathrm{mS}$, jeżeli $\{I_C\} = \mathrm{mA}$.
Dla małych sygnałów, transkonduktancja g_m zależy liniowo od prądu kolektora i dla prądu $I_C = 1\,\mathrm{mA}$ ma wartość ok. 40 mS.

Przewodność wejściowa g_π może być wyznaczona z g_m, a mianowicie

$$g_\pi = \frac{\partial i_B}{\partial u_{BE}} = \frac{1}{\beta_0} \frac{\partial i_C}{\partial u_{BE}} = \frac{g_m}{\beta_0} \tag{2/28}$$

Jeżeli przykładowo $\beta_0 = 100$, to przy $I_C = 1\,\mathrm{mA}$ $g_\pi = 0{,}4\,\mathrm{mS}$, a $r_\pi = 1/g_\pi = 2{,}5\,\mathrm{k\Omega}$.

Przewodność wyjściową g_o otrzymuje się następująco:

$$g_o = \frac{\partial i_C}{\partial u_{CE}} = \frac{I_C}{U_A} = g_m \frac{U_T}{U_A} \tag{2/29}$$

Jest ona również proporcjonalna do I_C. Przyjmując typową wartość napięcia Early'ego 100 V i prąd 1 mA otrzymuje się $g_o = 10\,\mu\mathrm{S}$, czyli $r_o = 1/g_o = 100\,\mathrm{k\Omega}$.

Ostatnim rezystywnym elementem występującym w omawianym schemacie zastępczym jest rezystancja rozproszenia bazy r_b, włączona między zacisk bazy B i zacisk wewnętrznej bazy B'. Ten parametr jest zwykle podawany przez producenta. Wartość r_b w zależności od rodzaju tranzystora i jego właściwości częstotliwościowych waha się od kilku do kilkuset omów. Rezystancja r_b również zależy od I_C, a ściślej, maleje przy wzroście prądu kolektora. Dla typowego tranzystora *npn* rezystancja r_b może zmaleć o 50% przy wzroście wartości I_C od 0,1 mA do 10 mA.

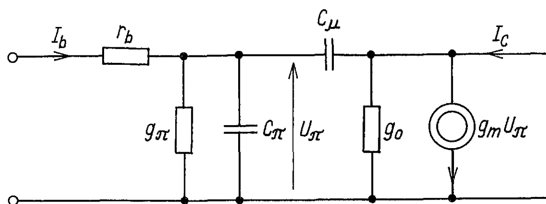
W modelu tranzystora występują dwie pojemności złączowe emiterowa i kolektorowa C_μ oraz jedna pojemność dyfuzyjna baza-emiter. Dla konstruktora układów jest mniej istotne fizyczne pochodzenie tych pojemności, dlatego pojemność dyfuzyjną i złączową emitera rozważa się łącznie jako C_π.

Pojemność C_μ jest zwykle podawana w katalogach tranzystorów, ale może być również wyznaczona ze wzoru

$$C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{\sqrt{1 - \dfrac{U_{CB}}{\psi_0}}} \tag{2/30}$$

przy czym: $C_{\mu 0}$ – pojemność przy polaryzacji złącza kolektor-baza napięciem $U_{CB} = 0$, U_{CB} – napięcie polaryzujące złącze kolektor-baza, ψ_0 – potencjał bariery złącza.

Typowe wartości $C_{\mu 0}$ leżą w zakresie 0,2... 1 pF, a ψ_0 dla złącza kolektor-baza wynosi 0,55... 0,8 V. Dla typowych punktów pracy prowadzi to do wartości C_μ od ułamka do kilkunastu pikofaradów.



2/21 Schemat zastępczy tranzystora bipolarnego przydatny do wyznaczenia $\beta(j\omega)$

Pojemność C_π można wyznaczyć opierając się na definicji zwarciowego wzmocnienia prądowego, w układzie wspólnego emitera (rys. 2/21). Rozważmy to zagadnienie w dziedzinie $s = j\omega$. Napięcie $U_\pi(j\omega)$, jak wynika z rysunku, wyznacza wzór

$$U_\pi(j\omega) = \frac{r_\pi}{1 + j\omega r_\pi(C_\pi + C_\mu)} I_b(j\omega)$$

natomiast

$$I_c(j\omega) = \frac{g_m r_\pi}{1 + j\omega r_\pi(C_\pi + C_\mu)} I_b(j\omega)$$

Opierając się na definicji

$$\beta(j\omega) = \frac{I_c(j\omega)}{I_b(j\omega)}$$

otrzymuje się

$$\beta(j\omega) = \frac{\beta_0}{1 + j\omega r_\pi(C_\pi + C_\mu)} \tag{2/31}$$

Ważnym parametrem tranzystora jest częstotliwość f_T, przy której $|\beta(j\omega_T)| = 1$. Z tej równości i wzoru (2/31) wynika

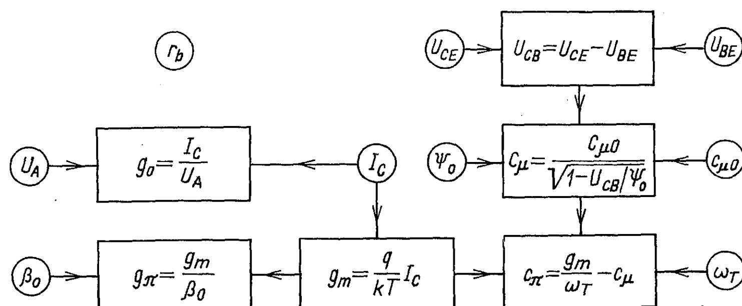
$$\omega_T = \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} \tag{2/32}$$

i tym samym

$$C_\pi = \frac{g_m}{\omega_T} - C_\mu \tag{2/33}$$

Częstotliwość f_T jest podawana w katalogach i, jak wynika ze wzoru (2/33), może posłużyć do wyznaczenia C_π. Wartość f_T, w zależności od przeznaczenia tranzystora, wynosi od 100 kHz do kilku gigaherców.

Na rysunku 2/22 pokazano sposób wyznaczania wartości elementów schematu zastępczego π mieszane tranzystora o wspólnym emiterze. W kółkach ujęto wielkości, których wartości podaje producent tranzystorów lub przyjmuje konstruktor układów. W prostokątach przytoczono stosowne wzory obliczeniowe.



2/22 Schemat postępowania przy wyznaczaniu wartości elementów modelu tranzystora bipolarnego

Zdarza się, że w miejsce f_T, podawane są częstotliwości trzydecybelowe wzmocnień prądowych: w układzie wspólnego emitera f_β lub wspólnej bazy f_α, przy czym wzmocnienie prądowe tranzystora w konfiguracji wspólnej bazy definiuje się jako stosunek $I_c(j\omega)/I_e(j\omega)$ przy $U_{cb}(j\omega) = 0$. W takim przypadku można skorzystać ze związków między poszczególnymi częstotliwościami granicznymi tranzystora, a mianowicie

$$\omega_T = \omega_\beta\sqrt{\beta_0^2 - 1} \cong \beta_0\omega_\beta \tag{2/34}$$

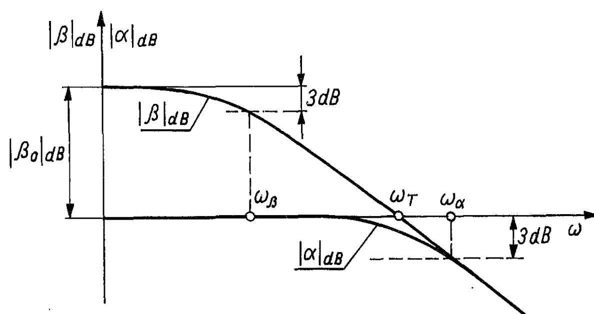
$$\omega_T = \omega_\alpha\sqrt{\frac{\beta_0^2 - 1}{\beta_0^2 + 1}} \cong \omega_\alpha \tag{2/35}$$

Związki między ω_T, ω_β, ω_α ilustruje rys. 2/23.

W literaturze stosuje się również inne oznaczenia dla elementów schematu zastępczego π mieszane. Związki między jedymi i drugimi oznaczeniami są następujące:

$$r_b = r_{bb'}, \qquad r_\pi = \frac{1}{g_{b'e}}, \qquad r_o = \frac{1}{g_{ce}} = r_c$$

$$C_\pi = C_{be} = C_{b'e} + C_{Te}, \qquad C_\mu = C_{Tc}$$



2/23 Charakterystyki częstotliwościowe modułów wzmocnień prądowych β(jω) i α(jω) tranzystora bipolarnego

W dokładniejszym schemacie zastępczym występuje również przewodność kolektor-baza g_μ, włączona pomiędzy zaciski C i B'. Jej odwrotność r_μ jest jednak β_0 razy większa niż $r_o = 1/g_o$. Ponieważ r_o jest rzędu 100 kΩ, w niekomputerowej analizie istnienie przewodności g_μ można zaniedbać.

2.4.3 Małosygnałowy schemat zastępczy tranzystora JFET

Złączowe tranzystory polowe w konfiguracji wspólnego źródła można przedstawić za pomocą schematu zastępczego przedstawionego na rys. 2/24. Jak widać jest on prostszy niż schemat zastępczego tranzystora bipolarnego. Transkonduktancję g_m wyznacza się następująco (patrz wzór (2/15)):

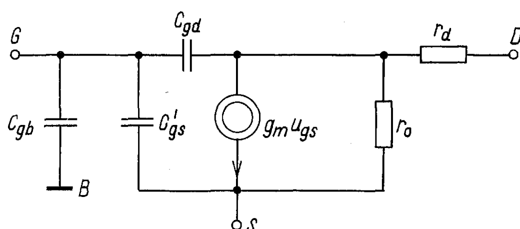
$$g_m = \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{U_p}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_p}\right) = g_{m0}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_p}\right) \tag{2/36}$$

przy czym

$$g_{m0} = -\frac{2I_{DSS}}{U_p} \tag{2/37}$$

Wielkość g_{m0} nazywa się transkonduktancją przy zerowej polaryzacji i jest to zawsze wielkość o dodatniej wartości. Wiadomo bowiem, że niezależnie od typu kanału, wartości I_{DSS} i U_p mają znaki przeciwne. Korzystając ze wzoru (2/15) można napisać

$$1 - \frac{u_{GS}}{U_p} = \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}}$$



2/24 Zmiennoprądowy schemat zastępczy tranzystora JFET

a po podstawieniu tej wielkości do wzoru (2/36) otrzymuje się

$$g_m = g_{m0}\sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}} = \frac{2}{|U_p|}\sqrt{I_D I_{DSS}} \tag{2/38}$$

Wartości I_{DSS} i U_p podaje producent tranzystorów, można je także wyznaczyć z charakterystyk statycznych tranzystora (patrz rys. 2/16). Wartość prądu I_D, (punkt pracy tranzystora) wybiera konstruktor układu. Przykładowo, odczytane z rys. 2/16, wartości są następujące: $I_{DSS} = 16\,\text{mA}$, $U_p = -4\,\text{V}$. Przyjmując $I_D = 4\,\text{mA}$ otrzymuje się $g_m = 4\,\text{mS}$.

Ze wzoru (2/36) wynika, że ze względu na jednakowe znaki napięć U_{GS} i U_p wielkość g_{m0} jest maksymalną wartością transkonduktancji g_m. W rozważanym przykładzie $g_{m0} = 8\,\text{mS}$.

Typowymi wartościami I_{DSS} i U_p, tranzystorów z kanałem n, są $I_{DSS} = 1\,\text{mA}$, $U_p = -2\,\text{V}$, wtedy $g_m = 1\,\text{mS}$. Z powyższego wynika, że tranzystory polowe, złączowe charakteryzują się wyraźnie mniejszymi wartościami transkonduktancji niż tranzystory bipolarne.

Rezystancję wyjściową r_o wyznacza się ze wzoru

$$r_o = \frac{1}{\lambda I_{DSS}} \frac{1}{\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_p}\right)^2} \tag{2/39}$$

Na mocy wzoru (2/18) i po przyjęciu $\lambda u_{DS} \ll 1$ można wzór (2/39) uprościć do postaci

$$r_o \cong \frac{1}{\lambda I_D} \tag{2/40}$$

Jak wiadomo, typową wartością λ jest 0,01 1/V, zatem dla $I_D = 1\,\text{mA}$, otrzymuje się $r_o = 100\,\text{k}\Omega$.

Występujące w schemacie pojemności C'_{gs} i C_{gd} są pojemnościami złączowymi i można je wyznaczyć ze wzorów

$$C'_{gs} = \frac{C'_{gs0}}{\left(1 + \frac{U_{GS}}{\psi_0}\right)^{1/3}} \tag{2/41}$$

$$C_{gd} = \frac{C_{gd0}}{\left(1 + \frac{U_{GD}}{\psi_0}\right)^{1/3}} \tag{2/42}$$

natomiast pojemność bramka-podłoże C_{gb} określa wzór

$$C_{gb} = \frac{C_{gb0}}{\left(1 + \frac{U_{GB}}{\psi_0}\right)^{1/2}} \tag{2/43}$$

przy czym U_{GS}, U_{GD}, U_{GB} – napięcia stałe, odpowiednio: baramka-źródło, bramka-dren i bramka-podłoże, C'_{gs0}, C_{gd0}, C_{gb0} – pojemności przy zerowej polaryzacji między odpowiednio: bramką i źródłem, bramką i drenem oraz bramką i podłożem, ψ_0 – potencjał bariery złącza.

Typowe wartości tych wielkości są następujące: $C'_{gs0} = 1...4$ pF, $C_{gd0} = 0{,}3...1$ pF, $C_{gb0} = 4...8$ pF. Potencjał bariery złącza bramka-źródło i bramka-dren przyjmuje wartości z zakresu 0,5...0,7 V, potencjał bramka-podłoże, z zakresu 0,5...0,6 V. Przyjmując $U_{GS} = 0{,}6$ V, $U_{GD} = 5{,}6$ V i $U_{GB} = 10$ V otrzymuje się: $C'_{gs} = 1{,}7$ pF, $C_{gd} = 0{,}25$ pF i $C_{gb} = 0{,}9$ pF.

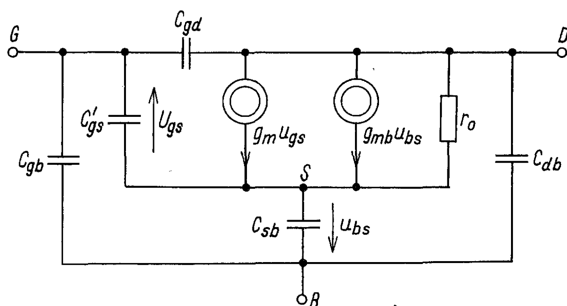
W przypadku, gdy źródło i podłoże są na jednakowym potencjale, między bramką i źródłem wystąpi pojemność

$$C_{gs} = C'_{gs} + C_{gb} \tag{2/44}$$

Posługiwanie się wzorami (2/41)...(2/43) do wyznaczania pojemności pasożytniczych jest niewygodne, ze względu na brak dokładnych danych o potencjałach barier złącz i pojemnościach przy zerowej polaryzacji. Producenci dla zadanego punktu pracy, podają wartości pojemności pasożytniczych, występujących w schemacie zastępczym (patrz rys. 2/24). Typowe wartości tych pojemności złączowych tranzystorów polowych są następujące: $C'_{gs} = 1{,}5$ pF, $C_{gd} = 0{,}5$ pF, $C_{gb} = 2$ pF.

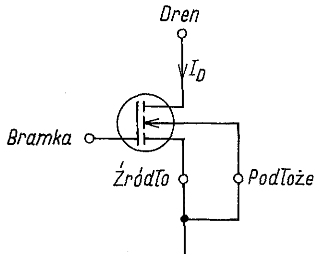
2.4.4. Małosygnałowy schemat zastępczy tranzystora MOSFET z wzbogaconym kanałem

Na rysunku 2/25 przedstawiono małosygnałowy model tranzystora polowego z izolowaną bramką. Pamiętać należy, że tranzystory te są elementami czterozaciskowymi. Oprócz bramki, źródła i drenu występuje zacisk podłoża, który może być zwarty ze źródłem lub wyprowadzony jako oddzielny zacisk.

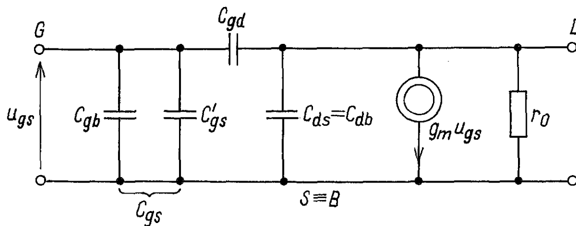


2/25 Zmiennoprądowy schemat zastępczy tranzystora MOSFET, uwzględniający efekt polaryzacji podłoża

W układach dyskretnych podłoże jest zwarte ze źródłem (rys. 2/26). Wtedy pojemność C_{sb} jest zwarta i napięcie $u_{bs}(t) = 0$, co prowadzi do schematu zastępczego w konfiguracji wspólnego źródła, przedstawionego na rys. 2/27.



2/26 Tranzystor MOSFET ze zwartymi źródłem i podłożem



2/27 Zmiennoprądowy schemat zastępczy tranzystora MOSFET przy $U_{SB} = 0$

W układach scalonych MOS, podłoża zwiera się do stałego potencjału, najniższego, w przypadku tranzystorów z kanałem *n* i najwyższego, w przypadku tranzystorów z kanałem *p*. Także w niektórych specjalnych układach dyskretnych wykorzystuje sie polaryzację podłoża względem źródła. W tych przypadkach należy stosować schemat zastępczy z rys. 2/25.

Transkonduktację g_m wyznacza się następująco:

$$g_m = 2k(u_{GS} - V_t) \qquad (2/45)$$

Na podstawie wzoru (2/19) otrzymuje się

$$u_{GS} - V_t = \sqrt{\frac{i_D}{k}}$$

co po podstawieniu do (2/45) prowadzi do wzoru

$$g_m = 2\sqrt{k i_D} \cong 2\sqrt{k I_D} \qquad (2/46)$$

Wielkość k dana jest wzorem (2/20).
Typową wartością k' jest 20 μA·V^{-2}, dla kanału *n* i 10 μA·V^{-2} dla kanału *p*. Przyjmując W/L z przedziału 2,5...10 otrzymuje się k w przedziale 100...400 μA·V^{-2}. Opierając się na (2/46) można oszacować typowe wartości g_m jako

$$g_m = \frac{(10...20)}{1\ \mathrm{V}} \sqrt{I_D}$$

przy czym:

jeżeli $\{I_D\} = \mu\mathrm{A}$ to $\{g_m\} = \mu\mathrm{S}$

Widać, że również wartości g_m tranzystorów polowych z izolowaną bramką są znacznie mniejsze niż tranzystorów bipolarnych. Przykładowo dla $W/L = 2{,}5$ i prądu $I_D = 1\ \mathrm{mA}$ otrzymuje się $g_m = 1\ \mathrm{mS}$. Producenci podają w katalogach wartości g_m dla określonego prądu drenu, nazwijmy go I_{D0}. Dane jest zatem

$$g_m(I_{D0}) = 2\sqrt{kI_{D0}}$$

Z zależności tej można wyznaczyć $2\sqrt{k}$ i tym samym

$$g_m(I_D) = g_m(I_{D0})\sqrt{\frac{I_D}{I_{D0}}} \tag{2/47}$$

Wzór (2/47) jest użyteczny do wyznaczania g_m przy prądzie I_D innym niż podany przez producenta.

Rezystancję wyjściową r_o wyznacza się tak, jak dla polowego tranzystora złączowego, a mianowicie:

$$r_o = \frac{1}{\lambda I_D} \tag{2/48}$$

Typowe wartości λ wynoszą w tym przypadku $0{,}005...0{,}02\ \mathrm{V}^{-1}$. Przyjmując np. $I_D = 1\ \mathrm{mA}$ i $\lambda = 0{,}02\ \mathrm{V}^{-1}$ otrzymuje się $r_o = 50\ \mathrm{k\Omega}$.

Transkonduktancję g_{mb} wyznacza się podobnie jak g_m, a mianowicie

$$g_{mb} = \frac{\partial i_D}{\partial u_{bs}} = \frac{\gamma\sqrt{ki_D}}{\sqrt{2\varphi_f + |U_{SB}|}} \tag{2/49}$$

Korzystając ze wzoru (2/46), g_{mb} można wyrazić przez g_m

$$g_{mb} = g_m \frac{\gamma}{2\sqrt{2\varphi_f + |U_{SB}|}} = g_m \chi \tag{2/50}$$

przy czym

$$\chi = \frac{\gamma}{2\sqrt{2\varphi_f + |U_{SB}|}} \tag{2/51}$$

Współczynnik χ w zależności od wartości U_{SB} przyjmuje wartości 0,1...0,3. Transkonduktancja g_{mb} jest zatem kilkakrotnie mniejsza niż transkonduktancji g_m.

Pojemności C_{sb} i C_{db} są pasożytniczymi pojemnościami zubożonego obszaru pomiędzy podłożem i odpowiednio: źródłem i drenem. Wyznacza się je ze wzorów

$$C_{sb} = \frac{C_{sb0}}{\left(1 + \frac{U_{SB}}{\psi_0}\right)^{1/2}} \tag{2/52}$$

$$C_{db} = \frac{C_{db0}}{\left(1 + \frac{U_{DB}}{\psi_0}\right)^{1/2}} \tag{2/53}$$

przy czym C_{sb0} i C_{db0} – pojemności przy zerowej polaryzacji, ψ_0 – potenacjał bariery złącza.

Można przyjąć, że typowe wartości tych pojemności przy zerowej polaryzacji są jednakowe i wynoszą ok. 0,1 pF, a $\psi_0 = 0{,}6$ V.

Pojemność C_{gb} jest pasożytniczą pojemnością tlenku między kontaktem bramki i zewnętrzną powierzchnią podłoża. Jest to pojemność stała o wartości ok. 0,1 pF.

Pojemność C'_{gs} jest pojemnością statyczną, wyznacza się ją z następującego wzoru:

$$C'_{gs} = \frac{2}{3} WL\, C_{ox} + C_{ol} \tag{2/54}$$

przy czym C_{ol} – stała, pasożytnicza pojemność tlenku między obszarem bramki pokrywającym się z obszarem źródła.

Pojemność C_{gd} jest również stałą, pasożytniczą pojemnością tlenku między obszarem bramki pokrywającym się z obszarem drenu. Przyjmuje się

$$C_{gd} = C_{ol} \tag{2/55}$$

Typowa wartość C_{ol} jest bardzo mała i wynosi ok. 0,01 pF.

Dla przykładu wyznaczmy wartości elementów schematu zastępczego tranzystora MOSFET z kanałem n, przy założeniu, że źródło i podłoże są zwarte (rys. 2/26). W tym przypadku obowiązuje schemat zastępczy z rys. 2/27. Załóżmy: $I_D = 1$ mA, $U_{DS} = 3$ V, $k' = 10\,\mu\text{A}\cdot\text{V}^{-1}$, $\lambda = 0{,}02\,\text{V}^{-1}$, $\psi_0 = 0{,}6$ V, $C_{sb0} = C_{db0} = 0{,}1$ pF, $C_{ol} = 0{,}01$ pF, $W = L = 10\,\mu$m, $C_{ox} = 3{,}5\cdot 10^{-4}\,\text{pF}\cdot\mu\text{m}^{-2}$. Na podstawie wzoru (2/46) otrzymuje się $g_m = 6{,}66$ mS, zaś wzoru (2/48) $r_o = 50\,\text{k}\Omega$. Ze względu na $U_{SB} = 0$, otrzymuje

się $C_{sb} = C_{sb0} = 0{,}1\,\mathrm{pF}$. Przy warunku $U_{SB} = 0$ mamy $U_{DB} = U_{DS} = 3\,\mathrm{V}$, skąd na podstawie wzoru (2/53) otrzymuje się: $C_{db} = C_{db0}\sqrt{1 + 3/0{,}6} = C_{db0}/\sqrt{6} = 0{,}04\,\mathrm{pF}$. Ze wzoru (2/54) otrzymuje się pojemność $C'_{gs} = \frac{2}{3\cdot 10^2}\, 3{,}5\cdot 10^{-4}\,\mathrm{pF} + 0{,}01\,\mathrm{pF} = 0{,}033\,\mathrm{pF}$. Ze wzoru (2/55) pojemność $C_{gd} = 0{,}01\,\mathrm{pF}$, stałą pojemność C_{gb} przyjmijmy równą 0,1 pF.

Jak pokazuje ten przykład pojemności pasożytnicze tranzystorów MOSFET są mniejsze w porównaniu z pojemnościami pasożytniczymi tranzystorów bipolarnych. Przykład ten pokazuje również, że wyznaczenie wartości elementów schematu zastępczego wymagało danych, które nie są powszechnie dostępne.

Producent tranzystorów, przy zadanym punkcie pracy I_D, U_{DS}, zazwyczaj podaje następujące wielkości dla konfiguracji wspólnego źródła:
- moduł transadmitancji z wejścia na wyjście $|Y_{fs}|$,
- moduł admitancji wyjściowej $|Y_{os}|$,
- zwarciową pojemność wejściową C_{iss},
- zwarciową pojemność wyjściową C_{oss},
- zwarciową transpojemność z wyjścia na wejście C_{rss}.

Podane oznaczenia są zaczerpnięte z katalogów amerykańskich.
Wielkość $|Y_{fs}|$ oznaczana też $|Y_m|$, jest podawana jako wynik pomiaru przy małych częstotliwościach (np. przy 1 kHz). Można zatem napisać

$$g_m = |Y_m| = |Y_{fs}| \tag{2/56}$$

Z tych samych względów można przyjąć

$$r_o = \frac{1}{|Y_{os}|} \tag{2/57}$$

Wartości pojemności C_{iss}, C_{oss} i C_{rss} są określane przez producenta na podstawie pomiarów parametrów czwórnikowych Y_{11}, Y_{22} i Y_{12} tranzystora, przy znanej częstotliwości. Opierając się na schemacie zastępczym z rys. 2/27 można wyznaczyć te wielkości, a mianowicie:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= s(C'_{gs} + C_{gb} + C_{gd}) \\ Y_{12} &= -sC_{gd} \\ Y_{22} &= \frac{1}{r_o} + s(C_{gd} + C_{db}) \end{aligned} \tag{2/58}$$

skąd otrzymuje się następujące wzory:

$$C_{iss} = C'_{gs} + C_{gb} + C_{gd}$$

$$C_{rss} = C_{gd} \tag{2/59}$$
$$C_{oss} = C_{gd} + C_{db}$$

Po przekształceniu wzorów (2/59) otrzymuje się

$$C_{gs} = C'_{gs} + C_{gb} = C_{iss} - C_{rss}$$
$$C_{gd} = C_{rss} \tag{2/60}$$
$$C_{ds} = C_{db} = C_{oss} - C_{rss}$$

Jak wynika z powyższego, na podstawie danych katalogowych, można wyznaczyć wszystkie wartości elementów schematu zastępczego tranzystora MOSFET. Otrzymane wartości elementów są jednak słuszne tylko dla zadanego przez producenta punktu pracy. Postępując analogicznie, jak w przypadku otrzymania wzoru (2/47), można wykazać słuszność następujących wzorów:

$$r_o(I_D) = r_o(I_{D0})\frac{I_{D0}}{I_D} \tag{2/61}$$

$$C_{db}(U_{DS}) = C_{db}(U_{DS0})\sqrt{\frac{1+\frac{U_{DS0}}{\psi_0}}{1+\frac{U_{DS}}{\psi_0}}} \tag{2/62}$$

Jeżeli $U_{DS0}/\psi_0 >> 1$ i $U_{DS}/\psi_0 >> 1$, to wzór (2/62) można uprościć do postaci

$$C_{db}(U_{DS}) = C_{db}(U_{DS0})\sqrt{\frac{U_{DS0}}{U_{DS}}} \tag{2/63}$$

Jak wynika ze wzorów (2/54) i (2/55) wartości pojemności C'_{gs}, C_{gb} i C_{gd} nie zależą od punktu pracy.

Wzory (2/47), (2/61) i (2/62) lub (2/63) umożliwiają wyznaczenie wartości g_m, r_o i C_{db} przy innym punkcie pracy niż podany w katalogu.

Przykład 2/1. Należy wyznaczyć wartości elementów schematu zastępczego (rys. 2/27) tranzystora *n*MOS z kanałem wzbogaconym, pracującym w punkcie pracy $I_D = 2{,}5\,\text{mA}$ i $U_{DS} = 10\,\text{V}$. Katalogowe dane, dla punktu pracy $I_{D0} = 5\,\text{mA}$, $U_{DS0} = 15\,\text{V}$, są następujące: 10 mS, $|Y_{fs}| = 10\,\text{mS}$, $|Y_{os}| = 0{,}025\,\text{mS}$, $C_{iss} = 4\,\text{pF}$, $C_{rss} = 0{,}3\,\text{pF}$, $C_{oss} = 1{,}5\,\text{pF}$.
Ze wzoru (2/47) otrzymuje się $g_m(2{,}5) = 10/\sqrt{2}\,\text{mS} = 7{,}07\,\text{mS}$. Na podstawie wzoru (2/61) mamy: $r_o(2{,}5) = 40/\sqrt{2}\,\text{k}\Omega = 28{,}28\,\text{k}\Omega$. Posługując się wzorami (2/60) otrzymuje się: $C_{gs} = (4 - 0{,}3)\,\text{pF} = 3{,}7\,\text{pF}$, $C_{gd} = 0{,}3\,\text{pF}$ i $C_{db}(15) = (1{,}5 - 0{,}3)\,\text{pF} = 1{,}2\,\text{pF}$. Ze wzoru (2/63) wynika $C_{db}(10) = 1{,}2\sqrt{3}\,\text{pF}$. □

Oprócz pojemności pasożytniczych podaje się wartość *częstotliwości odcięcia* f_T. Jest ona zdefiniowana analogicznie jak dla tranzystorów bipolarnych, jest to bowiem częstotliwość, przy której zwarciowe wzmocnienie prądowe $I_d(j\omega)/I_g(j\omega)$ przy $U_{ds}(j\omega) = 0$ jest równe 1.

Znając f_T dla tranzystorów JFET i MOSFET moża wyznaczyć sumę pojemności

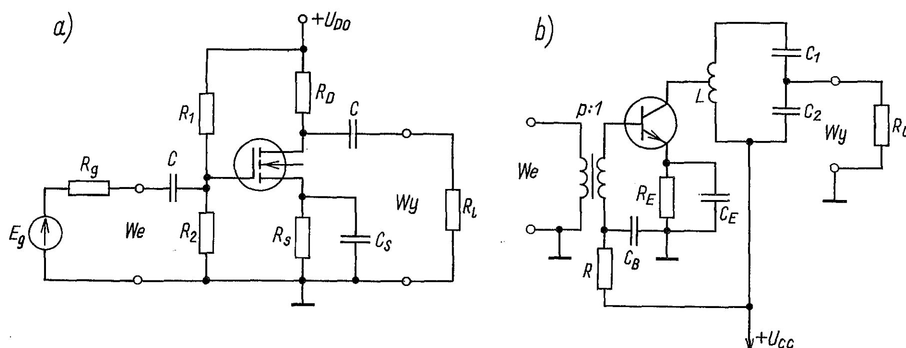
$$C_{gs} + C_{gd} + C_{ds} = \frac{g_m}{\omega_T} \tag{2/64}$$

Korzystając ze wzoru (2/64) można przykładowo wyznaczyć częstotliwość f_T tranzystora z rozważanego ostatniego przykładu. Mianowicie: $f_T = g_m/2\pi(C_{gs} + C_{gd} + C_{ds}) = 0{,}159 \cdot 7{,}07 \cdot 10^{-3}/4 \cdot 10^{-12}\text{Hz} = 2{,}8 \cdot 10^8\text{Hz} =$ $= 280\,\text{MHz}$.

2.5 TWORZENIE SCHEMATÓW ZASTĘPCZYCH UKŁADÓW LINIOWYCH

2.5.1 Wprowadzenie

Na rysunku 2/28 przedstawiono przykładowe dwa schematy ideowe układów liniowych, przy czym w pierwszym użyto tranzystora polowego, w drugim zaś – bipolarnego. W dokumentacji inżynierskiej schematy ideowe tych układów różniłyby się tylko tym, że obok oznaczeń elementów podane byłyby wartości tych elementów, typ tranzystora i wartość napięcia zasilania. Zgodnie z przebiegiem analizy (rozdz. 2.1), na podstawie tych schematów ideowych, należy utworzyć schematy zastępcze dla prądu stałego i zmiennego. Schematy zastępcze, symulują tylko określone właściwości układów i nie mogą być, tak jak schemat ideowy, podstawą do montażu układu.

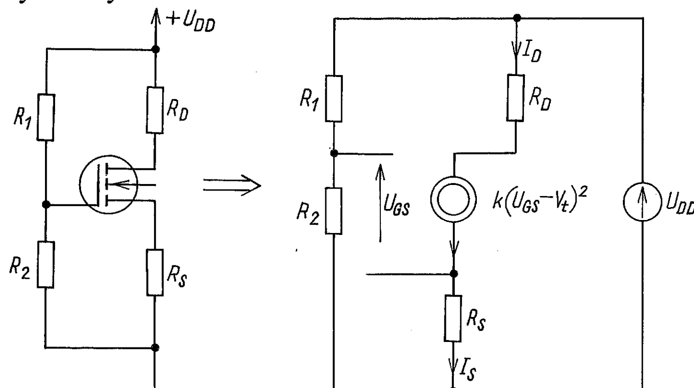


2/28 Schematy ideowe: a) wzmacniacza RC, b) wzmacniacza rezonansowego LC

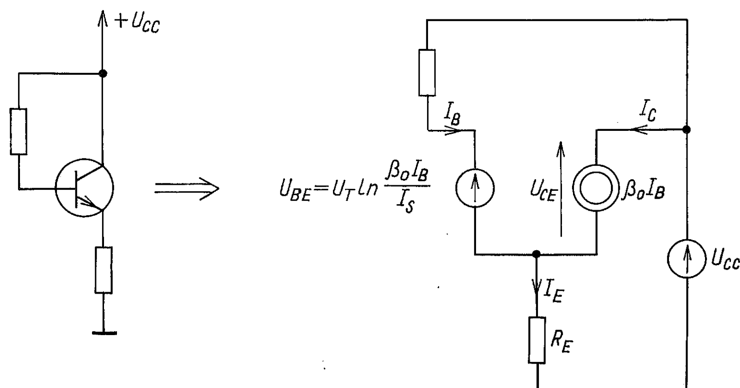
2.5.2 Tworzenie schematów stałoprądowych

Przy założeniu, że elementy pasywne są idealne algorytm tworzenia schematu zastępczego dla prądu stałego jest następujący:
- należy zewrzeć wszystkie cewki indukcyjne i rozewrzeć wszystkie pojemności – otrzymuje się schemat stałoprądowy (1 krok);
- w miejsce elementów aktywnych należy wprowadzić ich stałoprądowe schematy zastępcze – otrzymuje się schemat zastępczy dla prądu stałego (2 krok).

Wykonanie tych czynności w odniesieniu do schematów ideowych z rys. 2/28 daje w efekcie schematy stałoprądowe widoczne po lewej stronie rys. 2/29 i rys. 2/30 i stałoprądowe schematy zastępcze widoczne po prawej stronie tychże rysunków.



2/29 Schematy układu z rys. 2/28a: a) stałoprądowy, b) zastępczy stałoprądowy

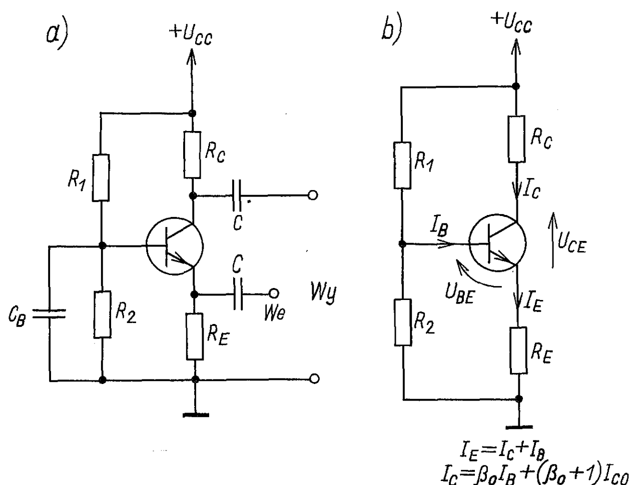


2/30 Schematy układu z rys. 2/28b: a) stałoprądowy, b) zastępczy stałoprądowy

Jeśli uwzględnia się nieidealności elementów pasywnych, to w drugim kroku należy również elementy pasywne zastąpić ich modelami stałoprądowymi.

W analizie niekomputerowej, poprzestaje się na pierwszym kroku przedstawionego algorytmu; korzysta się ze schematu stałoprądowego i rów-

nań opisujących tranzystor w zakresie stałoprądowym. Równania te stanowią analityczny model stałoprądowy tranzystora. Takie podejście ilustruje rys. 2/31. Na rysunku 2/31a przedstawiono schemat ideowy wzmacniacza RC o wspólnej bazie, a na rys. 2/31b schemat zastępczy dla prądu stałego. Na schemat ten składa się schemat stałoprądowy i równania (model analityczny) opisujące tranzystor.



$I_E = I_C + I_B$

$I_C = \beta_0 I_B + (\beta_0 + 1) I_{C0}$

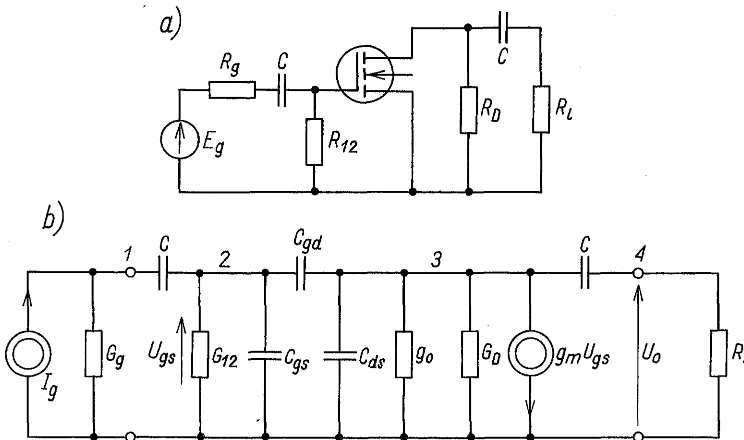
2/31 Schemat wzmacniacza o wspólnej bazie: a) ideowy, b) stałoprądowy

2.5.3 Tworzenie schematów zmiennoprądowych

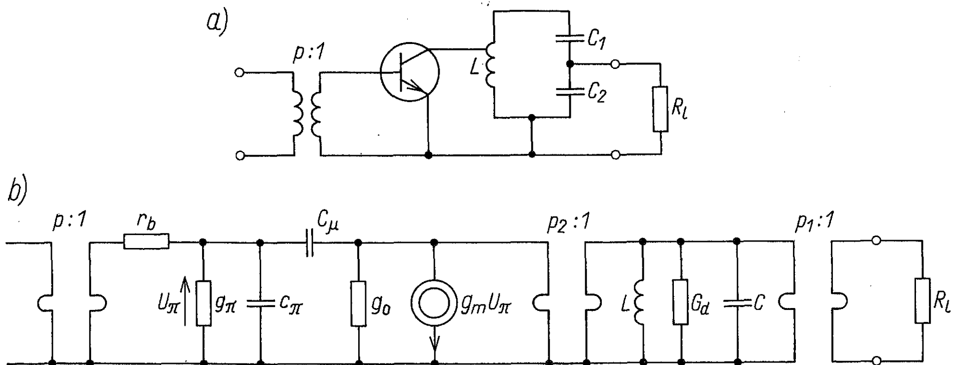
Algorytm tworzenia schematu zastępczego dla prądu zmiennego jest następujący:
- należy zewrzeć zaciski zasilania,
- należy zewrzeć te pojemności i rozewrzeć te indukcyjności, o których wiadomo, że w rozważanym zakresie częstotliwości, charakteryzują się odpowiednio bardzo małym i bardzo dużym modułem impedancji otrzymuje się schemat zmiennoprądowy;
- należy zastąpić elementy ich modelami zmiennoprądowymi otrzymuje się małosygnałowy schemat zastępczy dla prądu zmiennego.

Uzasadnienie takiego postępowania jest następujące:
- źródła zasilania charakteryzują się bardzo małymi rezystancjami wewnętrznymi (ułamki – kilka omów) i są ponadto bocznikowane kondensatorami o bardzo dużej pojemności;
- w układach występują elementy, których funkcją jest zwieranie, względnie rozwieranie, dla prądu zmiennego, pewnych części układu, o tych elementach wiadomo, że dla prądu zmiennego stanowią prawie zwarcie lub prawie rozwarcie, są to np. kondensatory bocznikujące rezystory emiterowe, dławiki zasilające jakąś część układu itp.

Zastosujmy przedstawiony algorytm do układu z rys. 2/28a. Przyjmijmy, że rezystory i kondensatory są idealne. O układzie z rys. 2/28a wiadomo, że dla przebiegów zmiennych, kondensator C_S spełnia funkcję zwierania źródła tranzystora do masy. Oznacza to, że wartość C_S jest tak dobrana, aby w częstotliwościowym zakresie pracy wzmacniacza $1/\omega C_S \to 0$. Kondensatory o pojemnościach C, mniejszych niż pojemności C_S, wpływają na częstotliwościową charakterystykę wzmacniacza. Postępując zgodnie z przytoczonym algorytmem otrzymuje się, w pierwszym kroku, schemat zmiennoprądowy jak na (rys. 2/32a), a w drugim kroku, schemat zastępczy dla przebiegów zmniennych rys. 2/32b. Wielkość $R_{12} = 1/G_{12}$ jest rezystancją równoległego połączenia R_1 i R_2, $G_D = 1/R_D$, $g_o = 1/r_o$, $G_L = 1/R_L$.



2/32 Schemat zmiennoprądowy (a) i małosygnałowy schemat zastępczy (b) układu z rys. 2/28a



2/33 Schemat zmiennoprądowy (a) i małosygnałowy schemat zastępczy (b) układu z rys. 2/28b

Postępując podobnie w stosunku do układu z rys. 2/28b, wiedząc, że $1/\omega C_B \to 0$ i $1/\omega C_E \to 0$, można otrzymać schemat zmiennoprądowy (rys. 2/33a) i schemat zastępczy dla przebiegów zmiennych (rys. 2/33b). Zauważmy, że w celu przedstawienia schematu zastępczego obwodu rezonasowego zastosowano dwa transformatory idealne. Transformator o przekładni p_2 symuluje przeniesienie sygnału z kolektora tranzystora, przez odczep cewki, do obwodu rezonansowego, a transformator o przekładni p_1 – przeniesienie sygnału z obwodu rezonasowego, przez dzielnik pojemnościowy, do wyjścia układu. Widać także, że szeregowa rezystancja strat cewki jest reprezentowana przez równoległą przewodność G_d. Bliżej te zagadnienia wyjaśnia rozdz. 10.2.2.

2.6 ANALIZA ZMIENNOPRĄDOWA UKŁADÓW LINIOWYCH

2.6.1 Wprowadzenie

Analizę stałoprądową i projektowanie układów zasilania tranzystorów, ze względu na ich prostotę, najwygodniej wykonywać bezpośrednio rozwiązując równania Kirchhoffa. W analizie zmiennoprądowej w wielu prostych przypadkach można postępować podobnie. W analizie układów bardziej złożonych jest jednak konieczne odmienne podejście.

Schematy zastępcze tranzystorów, ich struktura, a szczególnie rodzaj źródeł sterowanych, wskazują, że bardzo dogodną metodą analizy jest *metoda napięć węzłowych.* Jak wiadomo, metoda ta prowadzi do otrzymania macierzy admitancyjnych. *Macierz admitancyjna* natomiast *umożliwia wyznaczenie dowolnej funkcji układowej.* W przypadku układów ze wzmacniaczami operacyjnymi, a także innych układów ze sprzężeniem zwrotnym, efektywną metodą analizy jest metoda sygnałowych grafów przepływowych. Jeżeli wzmacniacze operacyjne można uważać za idealne, to bardzo użyteczna jest *metoda wykorzystująca pojęcie masy pozornej.*

Wygodne jest wykreślanie charakterystyk modułu i fazy wyznaczonych transmitancji za pomocą asymptotycznych wykresów Bodego.

Określanie trzydecybelowych pulsacji charakterystyk modułu transmitancji, w analizie niekomputerowej, wymaga również uproszczeń. Bardzo przydatna okazuje się *aproksymacja biegunem dominującym.*

Metoda rozwarciowych stałych czasu w wielu przypadkach umożliwia wyznaczenie pulsacji trzydecybelowych dość złożonych układów.

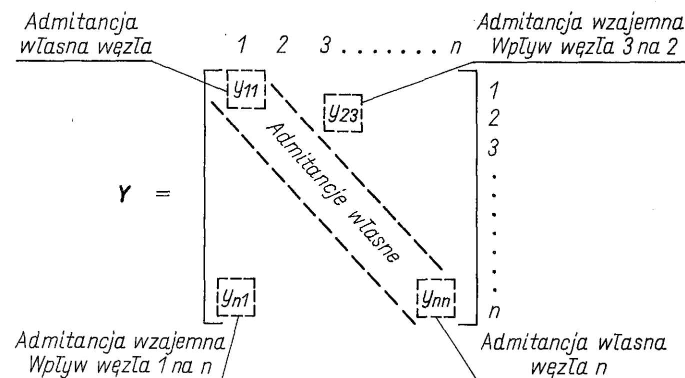
Wymienione zagadnienia, omówione w tym rozdziale, mają służyć jako narzędzie do poznania właściwości układów liniowych, przy możliwie niewielkim nakładzie pracy, lecz wystarczająco dokładnie.

2.6.2 Wyznaczanie macierzy admitancyjnej

Metoda węzłowa jest znana z teorii obwodów, poprzestaniemy zatem jedynie na przypomnieniu jak wyznacza się macierz admitancyjną obwodu liniowego. Prześledźmy sposób wyznaczania macierzy **Y** na przykładzie obwodu przedstawionego na rys. 2/31b. Zamierzamy zatem wyznaczyć macierz **Y** dla zmiennoprądowego schematu zastępczego stopnia wzmacniacza RC o wspólnym źródle, przedstawionego na rys. 2/28a. Macierz **Y** wyznacza się następująco:

- na głównej przekątnej wpisuje się admitancje własne węzłów, tzn. sumę wszystkich *admitancji incydentnych z rozważanym węzłem* (dołączonych do rozważanego węzła) plus sumę algebraiczną transadmitancji, tych źródeł sterowanych incydentnych z rozważanym węzłem, które są sterowane napięciem rozważanego węzła; znak transadmitancji przyjmuje się plus jeżeli prąd wypływa, minus jeżeli prąd wpływa do rozważanego węzła;
- poza główną przekątną wpisuje się *admitancje wzajemne* (odzwierciedlające wzajemny wpływ węzłów), tzn. ujemną sumę admitancji incydentnych z rozważaną parą węzłów (łączących bespośrednio parę węzłów) plus sumę algebraiczną transadmitancji tych źródeł sterowanych, które są incydentne z węzłem rozważanym i sterowane napięciem węzła, którego wpływ na węzeł rozważany badamy; znak transadmitancji ustala się tak, jak poprzednio;
- pierwszy indeks elementu macierzy wskazuje numer węzła, który jest rozważany (odbiornik oddziaływania), drugi indeks wskazuje numer węzła (źródło oddziaływania), którego wpływ badamy.

Sposób wyznaczania macierzy **Y** pokazano na rys. 2/34. W rozważanym przykładzie, na głównej przekątnej macierzy 4 x 4 wpisuje się zatem 4 admitancje własne. Do węzła 1 jest dołączona admitancja genaratora G_g i admitancja sC, zatem $Y_{11} = G_g + sC$. Do węzła 2 są dołączone: sC, G_{12}, sC_{gs} i sC_{gd}, zatem $Y_{22} = G_{12} + s(C + C_{gs} + C_{gd})$. Zauważmy, że w węźle 3, obok sumy admitan-



2/34 Ilustracja sposobu tworzenia macierzy admitancyjnej układu

cji $g_o + G_D + s(C + C_{gd} + C_{ds})$ nie ma g_m. Do węzła 3 jest wprawdzie dołączone źródło sterowane, ale nie jest sterowane napięciem tego węzła. Admitancja $Y_{33} = g_o + G_D + s(C + C_{gd} + C_{ds})$, a $Y_{44} = G_L + sC$. W pierwszym wierszu i drugiej kolumnie wpisuje się admitancję wzajemną Y_{12}, tzn. uwzględnia się wpływ węzła 2 na węzeł 1. Między węzłami 1 i 2 jest włączona tylko admitancja sC, zatem $Y_{12} = -sC$. Na miejscu 1...3 wpisujemy admitancję $Y_{13} = 0$, odzwierciedlającą brak wpływu węzła 3 na wezeł 1. Analogicznie $Y_{14} = 0$. Węzeł 1 wpływa na węzeł 2 przez $Y_{21} = -sC$. Natomiast węzeł 2 odziałuje na węzeł 3 zarówno przez admitancję sC_{gd} jak i źródło sterowane. Do węzła 3 jest dołączone źródło sterowane napięciem węzła, którego oddziaływanie badamy. Prąd źródła wypływa z węzła, uwzględnia się zatem transkonduktancję g_m ze znakiem plus. Admitancja $Y_{32} = g_m - sC_{gd}$. Postępując zgodnie z przytoczonym przepisem otrzymuje się w rezultacie następującą macierz admitancyjną:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + sC & -sC & 0 & 0 \\ -sC & G_{12} + s(C + C_{gs} + C_{gd}) & -sC_{gd} & 0 \\ 0 & g - sC_{gd} & g_o + G_D + s(C_{gd} + C_{ds} + C) & -sC \\ 0 & 0 & -sC & G_L + sC \end{bmatrix}$$

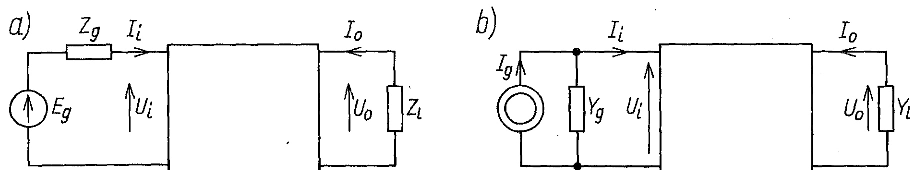
Do sprawdzenia poprawności zapisu macierzy jest użyteczna własność symetrii macierzy admitancyjnej obwodu pasywnego względem głównej przekątnej. Dla takiej macierzy jest spełniona zależność

$$Y_{ik} = Y_{ki} \qquad i \neq k$$

W przypadku rozważanego obwodu, można zauważyć, że po pominięciu transadmitancji źródeł sterowanych, otrzymuje się macierz symetryczną.

2.6.3 Wyznaczanie funkcji układowych z macierzy admitancyjnej układu

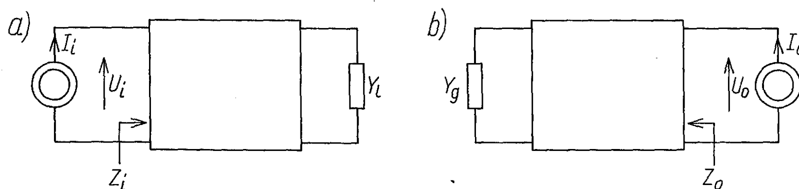
Najpełniej o właściwościach układu można wnioskować na podstawie jego parametrów roboczych, a więc funkcji układowych, wyznaczonych w warunkach pracy układu. Oznacza to uwzględnienie wpływu impedancji (admitancji) wewnętrznej generatora pobudzającego układ i impedancji (admitancji) obciążającej układ. Układ liniowy sterowany ze źródła napięciowego o impedancji wewnętrznej Z_g i obciążony impedancją Z_l przedstawiono na rys. 2/35a; na rys. 2/35b układ po zamianie generatora napięciowego na prądowy i zastąpieniu impedancji obciążenia admitancją obciążenia. Wielkości te łączą znane związki



2/35 Czwórniki liniowe: a) sterowany z generatora napięciowego, b) prądowego

$$I_g = \frac{E_g}{Z_g} \qquad Y_g = \frac{1}{Z_g} \qquad Y_l = \frac{1}{Z_l} \tag{2/65}$$

Jak wiadomo z teorii obwodów, definiuje się parametry robocze pracującego w tych warunkach układu takie, jak: zwykłe i skuteczne wzmocnienia napięciowe, prądowe, mocy, wzmocnienie dysponowane mocy. Impedancje i admitancje wejściową i wyjściową definiuje się na podstawie układów z rys. 2/36. Przypomnijmy te definicje



2/36 Sposób sterowania czwórników w celu wyznaczenia: a) impedancji wejściowej, b) impedancji wyjściowej

– *wzmocnienie napięciowe skuteczne*

$$A_{us} = \frac{U_o}{E_g} = \frac{U_o}{I_g} Y_g \tag{2/66}$$

– *wzmocnienie napięciowe*

$$A_u = \frac{U_o}{U_i} = \lim_{Z_g \to 0} A_{us} \tag{2/67}$$

– *wzmocnienie prądowe skuteczne*

$$A_{is} = -\frac{I_o}{I_g} = \frac{U_o}{I_g} Y_l = A_{us} Z_g Y_l \tag{2/68}$$

– *wzmocnienie prądowe*

$$A_i = -\frac{I_o}{I_i} = -\frac{U_o}{U_i} Z_i Y_l = -A_u Z_i Y_l \tag{2/69}$$

– *impedancja (admitancja) wejściowa*

$$Z_i = \frac{1}{Y_i} = \frac{U_i}{I_i} \tag{2/70}$$

– *impedancja (admitancja) wyjściowa*

$$Z_o = \frac{1}{Y_o} = \frac{U_o}{I_o} \tag{2/71}$$

Użyteczność przytoczonych związków między parametrami roboczymi polega na tym, że wystarcza z macierzy **Y** wyznaczyć tylko A_{us},Z_i, Z_o. Na tej podstawie, znając jako zadane Y_g i Y_l, ze wzoru (2/67) wyznacza się A_u, z (2/68) – A_{is} ze wzoru (2/69) – A_i.

Problem można zatem postawić następująco: jest dana macierz **Y** układu oraz admitancja generatora Y_g i obciążenia Y_l, należy wyznaczyć wzmocnienie napięciowe skuteczne i impedancje wejściową i wyjściową układu.

Niech macierz **Y** ma rozmiary n x n i węzeł 1 jest wejściem, węzeł n wyjściem układu. Równanie macierzowe ma wtedy następującą postać:

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ 0 \\ \\ \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_g + Y_{11} & Y_{12} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} \; - & Y_{2n} \\ \vdots & - & \vdots \\ \vdots & - & \vdots \\ \vdots & - & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} \ldots\ldots\ldots\ldots & Y_{nn} + Y_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}$$

Korzystając z metody Cramera rozwiązywania układów równań liniowych można napisać:

$$U_o = U_n = \frac{\Delta_{1n}}{\Delta}(-1)^{n+1} I_g$$

przy czym: Δ_{1n} – wyznacznik macierzy otrzymanej z macierzy **Y** w wyniku skreślenia pierwszego wiersza i n-tej kolumny, Δ – wyznacznik główny macierzy **Y**.

Po podstawieniu otrzymanej zależności do wzoru (2/66), otrzymuje się:

$$A_{us} = \frac{\Delta_{1n}}{\Delta}(-1)^{n+1} Y_g \tag{2/72}$$

Impedancję Z_i, (rys. 2/36a), wyznacza się pobudzając wejście układu prądem I_i. Jest to równoznaczne przyjęciu $Y_g = 0$, co pociąga za sobą $I_i = I_g$. Wobec tego

$$U_i = U_1 = I_g \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\bigg|_{Y_g = 0} = I_i \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\bigg|_{Y_g = 0}$$

przy czym: Δ_{11} – wyznacznik macierzy otrzymanej z macierzy **Y** w wyniku skreślenia pierwszego wiersza i pierwszej kolumny.
Porównując otrzymany rezultat ze wzorem (2/70), otrzymuje się:

$$Z_i = \frac{1}{Y_i} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\bigg|_{Y_g = 0} \tag{2/73}$$

W celu wyznaczenia impedancji wyjściowej Z_i, (rys. 2/36b), należy zewrzeć E_g, usunąć Y_l ($Y_l = 0$) i pobudzić wyjście układu prądem I_o. Jest to równoznaczne zamianie macierzy kolumnowej pobudzeń

$$[\, I_g \quad 0 \quad 0 \ldots\ldots 0\,]^T$$

na następującą macierz:

$$[\, 0 \quad 0 \quad 0 \ldots\ldots I_o\,]^T$$

i przyjęciu $Y_l = 0$. Przy tych założeniach napięcie $U_o = U_n'$ jest dane wzorem

$$U_o = U_n' = I_o \frac{\Delta_{nn}}{\Delta}\bigg|_{Y_l = 0}$$

przy czym: Δ_{nn} – wyznacznik macierzy otrzymanej z macierzy **Y** po skreśleniu n-tego wiersza i n-tej kolumny.
Na podstawie wzoru (2/71) można zatem napisać

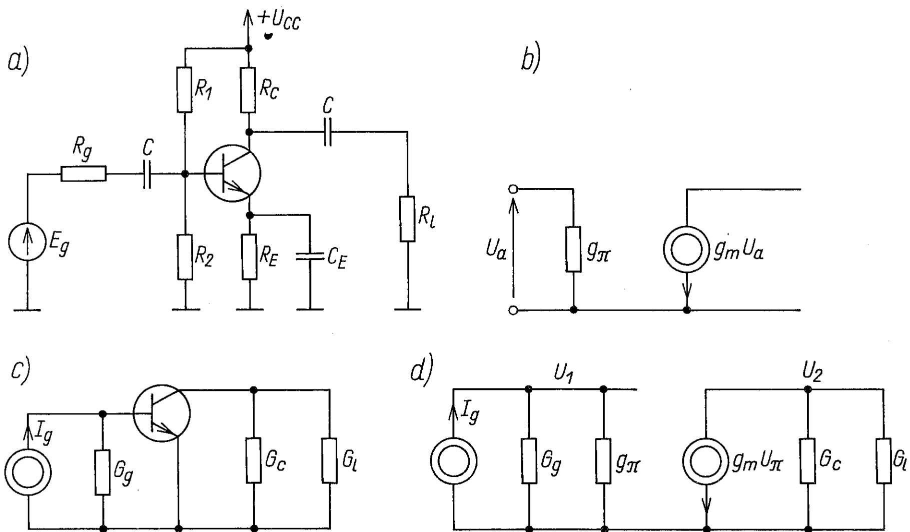
$$Z_o = \frac{1}{Y_o} = \frac{\Delta_{nn}}{\Delta}\bigg|_{Y_l = 0} \tag{2/74}$$

Jak widać z przeprowadzonego rozumowania, do wyznaczenia wielkości zdefiniowanych wzorami (2/66)...(2/71) na podstawie macierzy **Y**, wystarcza wyznaczenie: wyznacznika głównego Δ, jego wartości przy $Y_g = 0$ i przy $Y_l = 0$, podwyznaczników Δ_{1n} oraz Δ_{11} przy $Y_g = 0$ i Δ_{nn} przy $Y_l = 0$. Korzystając z wzorów (2/72)...(2/74) otrzymuje się A_{us}, Z_i i Z_o, a następnie znając te wielkości, ze wzorów (2/67)...(2/69) można wyznaczyć A_u, A_{is} i A_i.

Przykład 2/2. Dany jest stopień wzmacniacza RC (rys. 2/37a), sterowany ze źródła napięciowego E_g o rezystancji wewnętrznej R_g i obciążony rezystancją R_l. Przyjmując małosygnałowy schemat zastępczy tranzystora jak na rys. 2/37b, należy wyznaczyć wzmocnienie napięciowe skuteczne A_{us0}, wzmocnienie napięciowe A_{u0}, impedancję wejściową Z_i i wyjściową Z_o. Przyjąć: $R_{12} \to \infty$, $C = C_E \to \infty$.

Zgodnie z przebiegiem procesu analizy (rys. 2/1) należy utworzyć zmiennoprądowy, małosygnałowy schemat zastępczy układu. Po zwarciu U_{CC} z masą, pojemności C i C_E oraz rozwarciu R_{12} ($R_{12} \to \infty$), otrzymuje się schemat zmiennoprądowy pokazany na rys. 2/37c. Jak widać dokonano także zamiany źródła napięciowego na prądowe i rezystancji na przewodności.

Po wprowadzeniu do schematu zmiennoprądowego (rys. 2/37c) schematu zastępczego tranzystora z rys. 2/37b otrzymuje się schemat zastępczy rozważanego układu przedstawiony na rys. 2/37d.



2/37 Wzmacniacz o wspólnym emiterze: a) schemat ideowy, b) schemat zastępczy tranzystora, c) schemat zmiennoprądowy, d) małosygnałowy schemat zastępczy dla małych częstotliwości

Wprawdzie tak prosty obwód można przeanalizować wprost z równań Kirchhoffa, to jednak w celu ilustracji metody napięć węzłowych, właśnie tę metodę zastosujemy. Jak widać, w obwodzie można wyróżnić dwa węzły o napięciach U_1 i U_2. Macierz **Y** ma zatem rozmiar 2 x 2 i jest następująca:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + g_\pi & 0 \\ g_m & G_c + G_l \end{bmatrix} \qquad \text{(P. 2/2.1)}$$

skąd wynika:

$$\Delta = (G_g + g_\pi)(G_c + G_l) \qquad \text{(P. 2/2.2)}$$

$$\Delta_{11} = G_c + G_l \qquad \Delta_{12} = g_m \qquad \Delta_{22} = G_g + g_\pi$$

oraz na podstawie wzoru (2/72):

$$A_{us0} = -\frac{g_m G_g}{(g_\pi + G_g)(G_c + G_l)} = -\frac{r_\pi}{r_\pi + R_g} g_m (R_c \| R_l) \qquad \text{(P. 2/2.3)}$$

Ze wzoru (2/67) otrzymuje się

$$A_{u0} = -g_m (R_c \| R_l) \qquad \text{(P. 2/2.4)}$$

Impedancje wejściowa i wyjściowa, ze wzorów (2/73) i (2/74) są następujące:

$$Z_i = \frac{G_c + G_l}{g_\pi (G_c + G_l)} = r_\pi \qquad \text{(P. 2/2.5)}$$

$$Z_o = \frac{G_g + g_\pi}{G_c (G_g + g_\pi)} = R_c \qquad \text{(P. 2/2.6)}$$

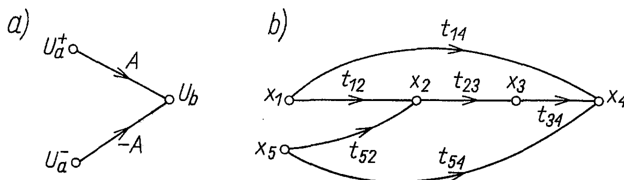
□

2.6.4 Sygnałowe grafy przepływowe, tworzenie grafów układów

Liczną grupę układów elektronicznych stanowią obecnie układy, w których elementami aktywnymi są wzmacniacze operacyjne w postaci scalonych układów półprzewodnikowych. Wzmacniacz operacyjny modeluje się za pomocą różnicowego źródła napięciowego sterowanego napięciem, a idealny wzmacniacz operacyjny, jak to pokazano w rozdz. 2/2, za pomocą takiego źródła o nieskończonym wzmocnieniu. Układy ze wzmacniaczami operacyjnymi są układami ze sprzężeniem zwrotnym (patrz rozdz. 6). Rodzaj źródeł sterowanych oraz struktura układów ze sprzężeniem zwrotnym sprawia, że dogodną metodą analizy tej klasy układów jest metoda sygnałowych grafów przepływowych.

Sygnałowy graf przepływowy jest reprezentacją graficzną opisu układów za pomocą równań liniowych. W dziedzinie pulsacji zespolonej s, są to równania algebraiczne. Sygnałowy graf przepływowy układu odzwierciedla graficznie strukturę przepływu sygnałów w układzie, a nie strukturę układu. Sygnałom (prądom lub napięciom) przyporządkowuje się węzły grafu i nazywa się je *węzłami sygnałowymi.* Transmitancjom przyporządkowuje się skierowane krawędzie i nazywa się je *gałęziami.* Każda gałąź jest skierowana, co symbolizuje strzałka wskazująca kierunek transmisji (przepływu sygnału) i opisana transmitancją, nazywaną *transmitancją gałęziową.* Wzmacniaczowi operacyjnemu o wzmocnieniu A odpowiada sygnałowy graf przepływowy, pokazany na rys. 2/38a. Graf ten jest reperezentacją graficzną równania opisującego wzmacniacz operacyjny w dziedzinie pulsacji zespolonej s, a mianowicie

$$U_b(s) = A(s)[U_a^+(s) - U_a^-(s)]$$



2/38 Sygnałowy graf przepływowy a) wzmacniacza operacyjnego, b) przykładowy

Na rysunku 2/38b przedstawiono sygnałowy graf przepływowy pewnego układu. Zauważmy, że transmitancje gałęziowe: t_{12}, t_{23}, itd, oznaczone są indeksami w kolejności zgodnej z kierunkiem przepływu sygnałów. Mianowicie: t_{12} od x_1 do x_2, t_{23} od x_2 do x_3 itd.
Na podstawie równania opisującego wzmacniacz operacyjny i grafu z rys. 2/38a można wydedukować następującą zasadę:

Sygnał w rozważanym węźle jest sumą sygnałów wymnożonych przez transmitancję gałęzi przez którą dopływa do węzła.

Można to zapisać następująco:

$$x_k = \sum_{i=1}^{n} t_{ik} x_i \tag{2/75}$$

przy czym: x_i – sygnał w rozważanym węźle, t_{ik} – transmitancja gałęziowa między węzłami x_i i x_k, n – liczba sygnałów wpływających do węzła x_k.
Opierając się na tej zasadzie można na podstawie grafu z rys. 2/38b odtworzyć równania opisujące układ. Do węzła x_2 dopływają sygnały x_1 i x_5 pomnożone odpowiednio przez t_{12} i t_{52}, tak więc

$$x_2 = t_{12}x_1 + t_{52}x_5$$

Pozostałe równania są następujące:

$$x_3 = t_{23}x_2$$

$$x_4 = t_{14}x_1 + t_{34}x_3 + t_{54}x_5$$

Węzły sygnałowe x_1 i x_5 są zmiennymi niezależnymi, pozostałe węzły są zmiennymi zależnymi.

Z równania określającego x_2 wynika, że:

$$t_{12} = \left.\frac{x_2}{x_1}\right|_{x_5=0} \qquad t_{52} = \left.\frac{x_2}{x_5}\right|_{x_1=0}$$

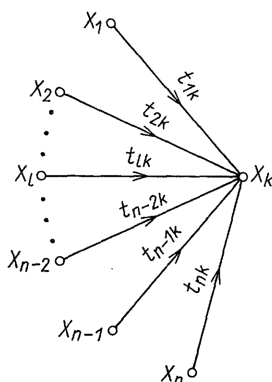
Ogólniej można sformułować następującą zasadę:

> Transmitancja gałęziowa jest stosunkiem sygnału na wyjściu gałęzi do sygnału na wejściu gałęzi przy założeniu, że wszystkie inne sygnały dopływające do wyjścia gałęzi są równe 0.

Analitycznie można to ująć następująco:

$$t_{lk} = \frac{x_k}{x_l}\bigg|_{x_i = 0 \;\; i \neq l} \tag{2/76}$$

Ilustracją wzorów (2/75) i (2/76) jest rys. 2/39.



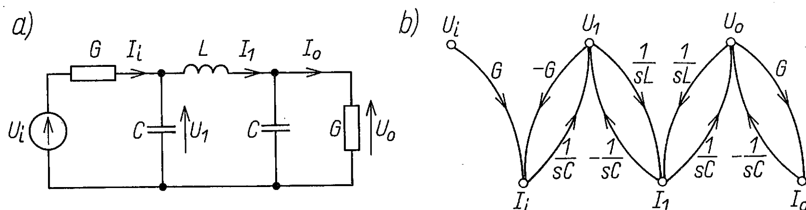
2/39 Ilustracja wyznaczania sygnału w węźle grafu

Sygnałowy graf przepływowy układu, ściślej graf obwodu stanowiącego małosygnałowy schemat zastępczy układu, można utworzyć opierając się na opisie za pomocą równań Kirhchoffa. W takim przypadku napięciom i prądom przyporzadkowuje się węzły sygnałowe, zaś gałęziom skierowanym transmitancje gałęziowe będące współczynnikami w tych równaniach. Rozważmy dla przykładu filtr dolnoprzepustowy RLC, przedstawiony na rys. 2/40a. Równania Kirhchoffa opisujące ten filtr w dziedzinie pulsacji zespolonej s są następujące:

$$I_i = G(U_i - U_1) \qquad I_1 = \frac{1}{sL}(U_1 - U_o) \qquad I_o = GU_o$$

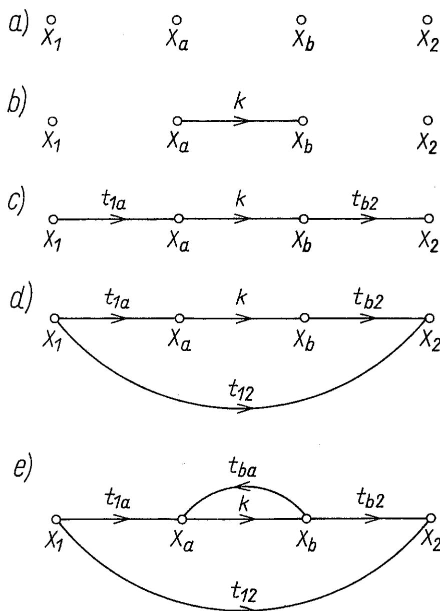
$$U_1 = \frac{1}{sC}(I_i - I_1) \qquad U_o = \frac{1}{sC}(I_1 - I_o)$$

Po przyporządkowaniu napięciom U_i, U_1, U_o węzłów sygnałowych w górnym rzędzie (patrz rys. 2/40b), prądom I_i, I_1, I_o w dolnym rzędzie, na podstawie zapisanych wyżej równań Kirhchoffa, otrzymuje się sygnałowy graf przepływowy rozważanego filtru. Graf ten jak widać nie odzwierciedla struktury



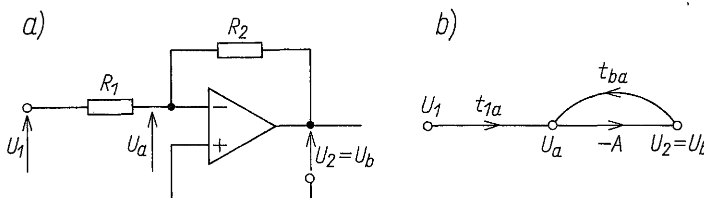
2/40 Schemat filtru RLC (a), odpowiadający mu sygnałowy graf przepływowy (b)

układu, pokazuje natomiast strukturę przepływu sygnałów. Zuważmy, że transmitancje gałęziowe są admitancjami lub impedancjami. Takie podejście, aczkolwiek użyteczne w niektórych przypadkach, jak np. w syntezie filtrów aktywnych, ogólnie nie jest metodą efektywną. Znacznie bardziej efektywne jest tworzenie sygnałowego grafu przepływowego bezpośrednio na podstawie struktury układu, biorąc pod uwagę nie wszystkie, lecz tylko niektóre napięcia i prądy. Załóżmy, że układ zawiera jakiś element aktywny np. wzmacniacz operacyjny, czy tranzystor. Oznacza to, że w schemacie zastępczym wystąpi jakieś źródło sterowane. Niech x_1 będzie sygnałem wejściowym, x_2 sygnałem wyjściowym układu, x_a sygnałem na wejściu źródła sterowanego, x_b sygnałem na jego wyjściu. Wymienionym sygnałom przyporzadkowuje się węzły sygnałowe (rys. 2/41a). Sygnał x_b, jako sygnał wyjściowy źródła sterowanego, zależy od x_a. Sygnał x_a wpływa zatem do węzła sygnałowego x_b za pośrednictwem jakiejś transmitancji gałęziowej. Niech ta transmitancja będzie k; zaznaczmy to na rysunku (rys. 2/41b). Jest oczywiste, że sygnał x_1 z wejścia dopływa do wejścia źródła sterowanego x_a, sygnał z wyjścia źródła



2/41 Ilustracja tworzenia sygnałowego grafu przepływowego dla dowolnego układu z jednym źródłem sterowanym: a) przyporządkowanie sygnałów węzłom, b) transmisja w źródle sterowanym, c) transmisja sygnałów z wejścia do źródła sterowanego i ze źródła sterowanego do wyjścia, d) transmisja bezpośrednia z wejścia do wyjścia, e) kompletny sygnałowy graf przepływowy

sterowanego x_b dopływa do wyjścia układu x_2; zaznaczono to na rys. 2/41c. Nie można wykluczyć sytuacji, w której sygnał wejściowy x_1, przepływa do wyjścia x_2 bezpośrednio, omijając źródło sterowane (rys. 2/41d). Sygnał wyjściowy źródła sterowanego x_b może zwrotnie przepływać do jego wejścia x_a, może zatem istnieć transmisja za pośrednictwem transmitancji t_{ba} (rys. 2/41e). Na rysunku 2/41e przedstawiono kompletny sygnałowy graf przepływowy dla zupełnie dowolnego układu zawierającego jedno, dowolne źródło sterowane. Jest to jednocześnie sygnałowy graf przepływowy dowolnego układu z jednopętlowym sprzężeniem zwrotnym (rozdz. 6). Rozważmy dla przykładu układ z wzmacniaczem operacyjnym przedstawiony na rys. 2/42a. Można skorzystać z ogólnego grafu z rys. 2/41e, przyporząd-



2/42 Wzmacniacz odwracający fazę: a) schemat, b) sygnałowy graf przepływowy

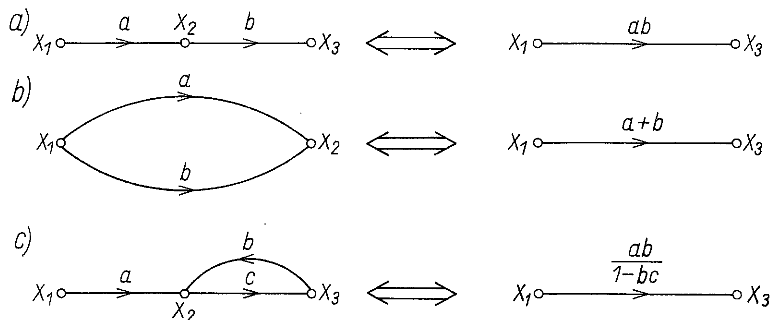
kowując $U_1 = x_1$, $U_2 = x_2$, $U_a = x_a$, $U_b = x_b$. Sygnałowy graf przepływowy rozważanego układu ma wówczas identyczną strukturę z grafem z rys. 2/41e. Jeżeli jednak zauważymy, że idealny wzmacniacz operacyjny ma zerową rezystancję wyjściową, to dojdziemy do wniosku, że każdy sygnał dopływający bezpośrednio do wyjścia jest zwierany do masy, czyli $t_{12} = 0$. Ponadto, jak wynika z rys. 2/42a, napięcie $U_2 = U_b$, wyjście źródła jest tożsame z wyjściem układu, oznacza to, że $t_{b2} = 1$. Sygnałowy graf przepływowy układu z rys. 2/42a jest zatem prostszy (patrz rys. 2/42b).

2.6.5 Wyznaczanie funkcji układowych z sygnałowych grafów przepływowych

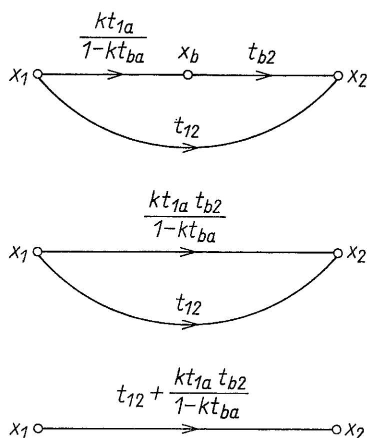
Wyznaczanie funkcji układowej polega na zredukowaniu grafu do pojedynczej gałęzi, na wejściu której jest sygnał wejściowy (pobudzenie), a na wyjściu sygnał wyjściowy (odpowiedź). Transmitancja gałęziowa tej jedynej gałęzi jest transmitancją układu. W zależności od rodzaju sygnałów na wejściu i wyjściu, może to być transmitancja napięciowa, prądowa, transimpedancja, impedancja wejściowa itp.

W przypadku prostych grafów do dokonania redukcji grafu do pojedyńczej gałęzi wystarczają trzy proste reguły redukcji przedstawione na rys. 2/43. Na rysunku 2/44 pokazano proces redukcji grafu z rys. 2/41e. Jak widać transmitancja układu jest określona wzorem

$$T = t_{1a} + \frac{k t_{1a} t_{b2}}{1 - k t_{ba}}$$



2/43 Ilustracja reguł redukcji grafu: a) szeregowe połączenie gałęzi, b) równoległe połączenie gałęzi, c) gałąź z pętlą



2/44 Przykład redukcji grafu

Transmitancja układu z rys. 2/42a jest jeszcze prostsza, określa ją wzór

$$T = -\left.\frac{At_{1a}}{1+At_{ba}}\right|_{A\to\infty} = -\frac{t_{1a}}{t_{ba}}$$

W przypadku bardziej złożonych grafów wygodniej posłużyć się *regułami Masona*, które można sformułować następująco:

Transmitancję zdefiniowaną jako stosunek dwóch dowolnych sygnałów wyznacza się ze wzoru

$$T(s) = \frac{1}{\Delta}\sum_{i=1}^{n} T_i\Delta_i \tag{2/77}$$

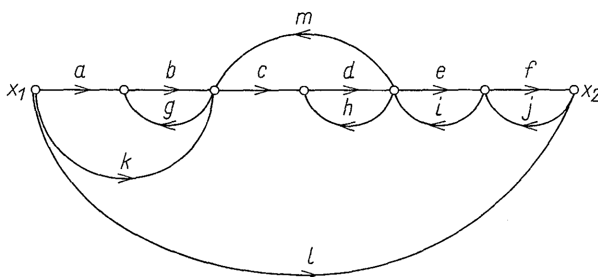
przy czym: T_i – transmitancja i-tej drogi przepływu sygnału z wejścia na wyjście, Δ – wyznacznik główny grafu, Δ_i – wyznacznik podgrafu otrzymanego z grafu przez usunięcie części grafu incydentnej (mającej przynajmniej węzeł wspólny) z i-tą drogą przepływu sygnału, n – liczba dróg przepływu sygnału z wejścia na wyjście.

Przez pojęcie droga przepływu sygnału z wejścia na wyjście rozumie się łańcuch gałęzi skierowanych od wejścia do wyjścia, przy czym na danej drodze sygnał może przepływać przez gałąź (także węzeł) tylko jeden raz.
Wyznacznik główny grafu określa wzór

$$\Delta = 1 - \sum_{i} T_{li} + \sum_{i,k} T_{li} T_{lk} - \sum_{i,k,j} T_{li} T_{lk} T_{lj} + \ldots \qquad (2/78)$$

przy czym: T_{li} – transmitancja i-tej pętli, $T_{li}\,T_{lk}$ – iloczyn transmitancji nieincydentnych par pętli (nie mających wspólnego węzła), $T_{li}\,T_{lk}\,T_{lj}$ - iloczyn transmitancji nieincydentnych trójek pętli itd.
Podwyznacznik Δ_i wyznacza się dla pografu nieincydentnego z i-tą drogą przepływu sygnału ze wzoru (2/78).

Przykład 2/3. Należy wyznaczyć transmitancję x_2/x_1 sygnałowego grafu przepływowego przedstawionego na rys. 2/45.



2/45 Przykład sygnałowego grafu przepływowego

Wyznaczmy najpierw transmitancje dróg przepływu sygnału z wejścia na wyjście. Istnieją trzy takie drogi przepływu (rys. 2/46) o następujących transmitancjach:

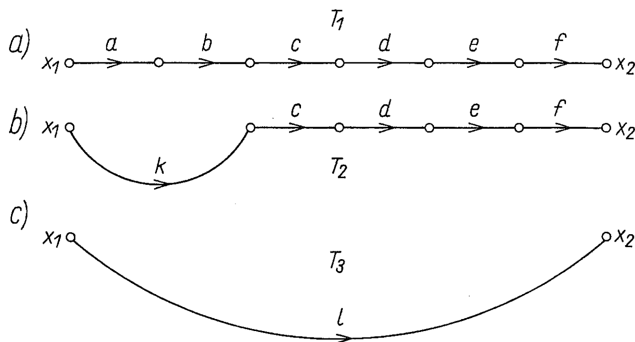
$$T_1 = abcdef, \qquad T_2 = kcdef, \qquad T_3 = l \qquad (P.\ 2/3.1)$$

Do wyznaczenia wyznacznika głównego grafu należy zidentyfikować pętle, a także nieincydentne pary, trójki itd pętli.Transmitancje 5 pętli występujące w grafie (rys. 2/47a) są następujące:

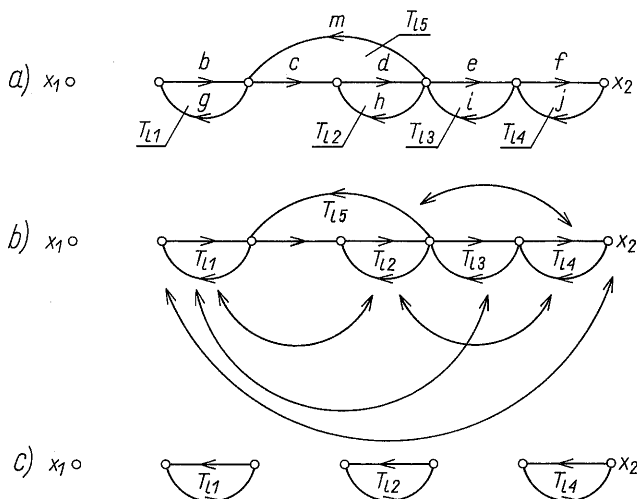
$$T_{l1} = bg \qquad T_{l2} = dh \qquad T_{l3} = ei \qquad T_{l4} = fj \qquad T_{l5} = cdm$$

Transmitancje pary pętli nieincydentnych (rys. 2/47b) to

$$T_{l1} \text{ i } T_{l2} \qquad T_{l2} \text{ i } T_{l4} \qquad T_{l1} \text{ i } T_{l3} \qquad T_{l1} \text{ i } T_{l4} \qquad T_{l4} \text{ i } T_{l5}$$



2/46 Trzy drogi przepływu sygnału z wejścia do wyjścia w grafie z rys. 2/45



2/47 Ilustracja zastosowania reguły Masona do grafu z rys. 2/45: a) pętle w grafie, b) pary pętli nieincydentnych, c) trójka pętli nieincydentnych

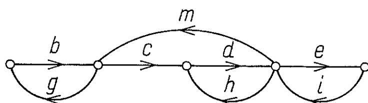
Na rysunku 2/47c pokazano jedyną trójkę nieincydentnych pętli o transmitancjach

$$T_{l1} \qquad T_{l2} \qquad T_{l4}$$

Zgodnie ze wzorem (2/78) wyznacznik główny grafu jest zatem następujący:

$$\Delta = 1 - bg - dh - ei - fj - cdm + bgdh + dhfj + cdmfj + bgei + bgfj + bgdhfj \quad \text{(P. 2/3.2)}$$

Po usunięciu części grafu incydentnych z pierwszą i drugą drogą przepływu, otrzymuje się grafy zerowe, natomiast na rys. 2/48 przedstawiono podgraf nieincydentny z trzecią drogą przepływu sygnału z wejścia do wyjścia. Posługując się wzorem (2/78) otrzymuje się



2/48 Podgraf nieincydentny trzeciej drogi przepływu (rys. 2/46c)

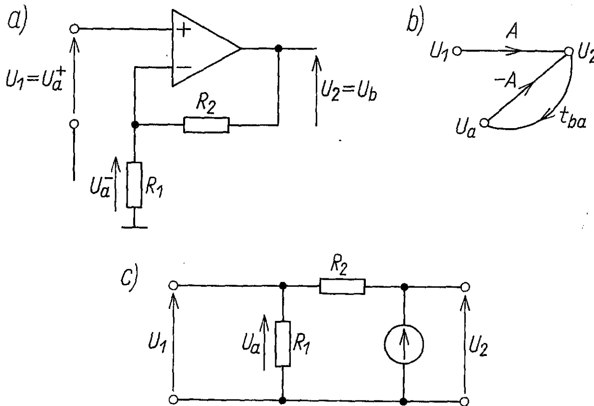
$$\Delta_1 = 1, \qquad \Delta_2 = 1, \qquad \Delta_3 = 1 - bg - dh - ei + bgdh + bgei - cdm \tag{P. 2/3.3}$$

Po podstawieniu otrzymanych wielkości do wzoru (2/77) otrzymuje się ostatecznie

$$T = \frac{x_2}{x_1} = \frac{T_1\Delta_1 + T_2\Delta_2 + T_3\Delta_3}{\Delta} = \frac{T_1 + T_2 + T_3\Delta_3}{\Delta}$$

przy czym: T_1, T_2, T_3, Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ są dane wzorami (P. 2/3.1)...(P. 2/3.3). □

Przykład 2/4. Należy wyznaczyć wzmocnienie napięciowe układu przedstawionego na rys. 2/49a. Przyjąć, że wzmacniacz operacyjny jest idealny.



2/49 Wzmacniacz nieodwracający fazy: a) schemat, b) sygnałowy graf przepływowy, c) zmiennoprądowy schemat zastępczy

Narysujmy sygnałowy graf przepływowy układu. Z rysunku 2/49a wynika, że napięcia $U_1 = U_a^+$ i $U_2 = U_b$. W grafie należy zatem wyróżnić tylko trzy węzły: U_1, U_2, i $U_a = U_a^-$. Poza transmitancją będącą wzmocnieniem wzmacniacza operacyjnego A należy uwzględnić tylko przepływ sygnału z wyjścia $U_2 = U_b$ na wejście wzmacniacza U_a, a więc transmitancję t_{ba}. Pokazuje to rys. 2/49b. Po zastosowaniu reguły Masona otrzymuje się

$$A_u = \frac{A}{1 + At_{ba}} \tag{P. 2/4.1}$$

Zgodnie ze wzorem (2/76) definicja transmitancji t_{ba} jest następująca:

$$t_{ba} = \frac{U_a}{U_2} \tag{P. 2/4.2}$$

Zauważmy, że w definicji nie występuje żaden warunek, do węzła U_a nie dopływa bowiem żaden inny sygnał poza rozpatrywanym. Zgodnie z definicją t_{ba} i schematem zastępczym dla przebiegów zmniennych układu (rys. 2/49c) otrzymuje się z dzielnika napięciowego R_1-R_2 transmitancję t_{ba}, a mianowicie

$$t_{ba} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{P. 2/4.3}$$

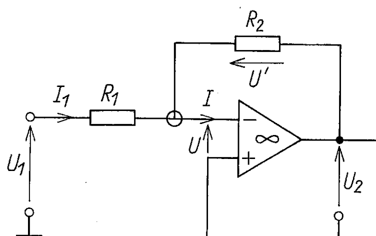
Po podstawieniu tej wielkości do wzoru (P. 2/4.1) otrzymuje się ostatecznie

$$A_u = \left. \frac{A}{1 + A\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}} \right|_{A \to \infty} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \qquad \text{(P.2/4.4)}$$

□

2.6.6 Wykorzystanie masy pozornej w analizie układów z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi

Rozważmy wejście odwracające fazę idealnego wzmacniacza operacyjnego predstawionego na rys. 2/50. Napięcie U_2 na wyjściu jest skończone, natomiast wzmocnienie wzmacniacza operacyjnego jest nieskończenie duże. Wynika stąd, że napięcie między zaciskami wejściowymi wzmacniacza operacyjnego $U = 0$, tylko wtedy, przy nieskończonym wzmocnieniu, jest bowiem możliwa skończona odpowiedź wzmacniacza. Węzeł oznaczony kółkiem (wejście odwracające fazę) jest zatem zwarty do masy. Zauważmy jednak, że rezystancja wejściowa idealnego wzmacniacza operacyjnego jest nieskończenie duża i między zaciskami wejściowymi wzmacniacza operacyjnego jest zatem rozwarcie.



2/50 Schemat wzmacniacza do wyjaśnienia pojęcia masy pozornej

Idealny wzmacniacz operacyjny charakteryzuje się „dziwną" właściwością, jego wejście jest jednocześnie zwarciem i rozwarciem, a ściślej bezprądowym zwarciem. Napięcie $U = 0$ i prąd $I = 0$ (patrz rys. 2/50).

Węzeł (oznaczony kółkiem), będący wejściem odwracającym fazę idealnego wzmacniacza operacyjnego, nazywa się *masą pozorną.*

Wykorzystując tę właściwość idealnych wzmacniaczy operacyjnych można bardzo efektywnie analizować układy zawierające idealne wzmacniacze operacyjne. Wykonajmy to na przykładzie wzmacniacza z rys. 2/50. Skoro węzeł oznaczony kółkiem jest zwarty z masą, to

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

Wobec $I = 0$ mamy

$$U' = I_1 R_2 = \frac{R_2}{R_1} U_1$$

a ponieważ $U = 0$, otrzymuje się

$$U_2 = -U' = -\frac{R_2}{R_1} U_1$$

skąd

$$A_u = -\frac{R_2}{R_1}$$

2.6.7 Częstotliwościowe charakterystyki Bodego

Wynikiem analizy zmiennoprądowej w dziedzinie pulsacji zespolonej s są transmitancje, względnie immitancje układu. Jak wiadomo, są one w przypadku układów SLS wymiernymi funkcjami zmiennej zespolonej s i mogą być przedstawione następująco:

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \qquad (2/79)$$

Przedstawia się je graficznie jako moduł i argument (fazę) funkcji układowej. Charakterystyki te nazywa się *częstotliwościowymi charakterystykami amplitudowo-fazowymi*. Wykreślenie tych charakterystyk, wymaga wyznaczenia wartości funkcji dla określonych częstotliwości. W analizie niekomputerowej jest to uciążliwe. Poroblem ten można ominąć posługując się *asymptotycznymi charakterystykami Bodego.*

Charakterystyki Bodego stanowią aproksymację modułu i fazy funkcji układowej odcinkami linii prostych, którymi są mało- i wielkoczęstotliwościowe asymptoty. Aproksymacja ta jest szczególnie użyteczna w przypadku funkcji układowych o zerach i biegunach rzeczywistych.

Funkcję układową układu SLS, charakteryzującą zera i bieguny, które są pierwiastkami równań:

dla zer $P(s) = 0$

dla biegunów $Q(s) = 0$

Pierwiastki równania wielomianowego zmiennej zespolonej s mogą być rzeczywiste, w tym równe zero, a także zespolone w parach sprzężonych. Ze względu na użyteczność omawianej aproksymacji, rozważmy funkcję układo-

wą zawierającą jedynie zera i bieguny rzeczywiste. W takim przypadku funkcję układową można przedstawić następująco:

$$H(s) = H_0 \frac{\prod_{i=1}^{n} P_i(s)}{s^k \prod_{j=1}^{m} Q_j(s)} \qquad (2/80)$$

przy czym poszczególne funkcje występujące we wzorze (2/80) i odpowiadające im zera, względnie bieguny, są następujące:

$$P_i(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{zi}}$$
$$z_i = -\omega_{zi} \qquad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (2/81)$$

$$Q_j(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{pj}}$$
$$p_j = -\omega_{pj} \qquad j = 1, 2, \ldots, m \qquad (2/82)$$

$$p_l = 0 \qquad \text{dla } k > 0$$
$$z_l = 0 \qquad \text{dla } k < 0 \qquad (2/83)$$

przy czym k – liczba całkowita, $l = 1, 2, \ldots |k|$.
Przedstawmy funkcję (2/80) w postaci modułu w decybelach i argumentu (fazy), mianowicie:

$$20\log|H(j\omega)| = 20\log|H_0| + 20\sum_{i=1}^{n} \log|P_i| - 20\sum_{j=1}^{m} \log|Q_j| + - 20k\log\omega \qquad (2/84)$$

$$\arg H(j\omega) = \arg H_0 + \sum_{i=1}^{n} \arg P_i - \sum_{j=1}^{m} \arg Q_j - k\arg(j\omega) \qquad (2/85)$$

Jak wynika ze wzorów (2/84) i (2/85) wpływ wielkości H_0, P_i, Q_j, s na moduł i fazę funkcji układowej sumuje się w sensie algebraicznym. Wystarczy zatem zbadać ich wpływ oddzielnie. Mianowicie:
- stała H_0 wprowadza stałą wartość $20\log|H_0|$ i zerową fazę dla $H_0 > 0$, a równą $-180°$ dla $H_0 < 0$.
- wielkość s, odpowiadająca zeru lub biegunowi w zerze (w początku układu współrzędnych), wprowadza moduł będący liniową funkcją $\log\omega$, o nachyleniu $\pm 20\log 2 = \pm 6$dB/okt. (dwukrotną zmianę pulsacji nazywa się oktawą) oraz fazę $\pm \arg(j\omega) = \pm 90°$.

– wielkość P_i, odpowiadająca zeru rzeczywistemu, ma moduł

$$20\log|P_i| = 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} \qquad (2/86)$$

oraz fazę

$$\arg P_i = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right) \qquad (2/87)$$

Dla $\omega \ll \omega_{zi}$ nachylenie modułu jest w przybliżeniu równe $20\log 1 = 0$ dB/okt., natomiast faza $\operatorname{arctg}0 = 0$. Są to asymptoty małoczęstotliwościowe.

Dla $\omega \gg \omega_{zi}$ nachylenie modułu jest w przybliżeniu równe $20\log(\omega/\omega_{zi}) = +6$ dB/okt., natomiast faza $\operatorname{arctg}(\omega/\omega_{zi}) = 90°$. Są to asymptoty wielkoczęstotliwościowe. Obie asymptoty modułu przecinają się dla: $20\log(\omega/\omega_{zi}) = 20\log 1$ czyli dla $\omega = \omega_{zi}$. Dla tej pulsacji dokładna wartość modułu jest równa $20\log 2 = 3$ dB, a zatem błąd wynosi -3 dB; jest to błąd maksymalny. Również przy tej pulsacji wystąpi maksymalny błąd fazy równy $+45°$.

– wielkość Q_j, odpowiadająca biegunom rzeczywistym, ma moduł i fazę następujące:

$$20\log|Q_j| = 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} \qquad (2/88)$$

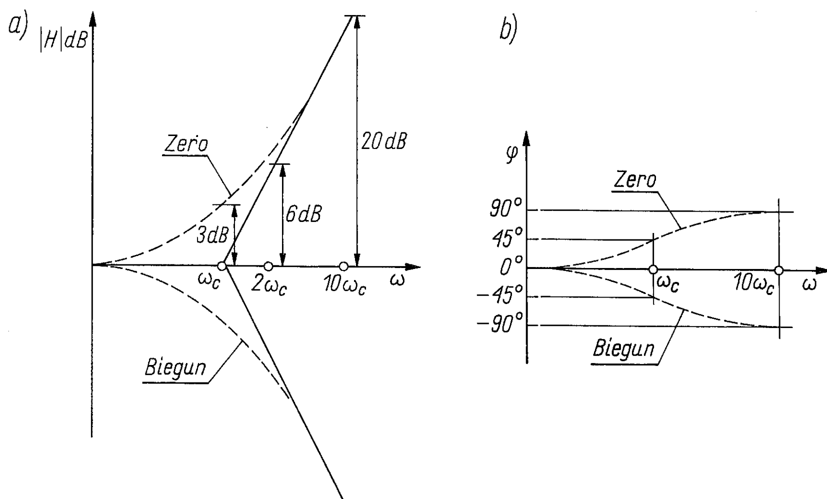
$$\arg Q = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_{pj}}\right) \qquad (2/89)$$

Otrzymuje się zatem dla biegunów asymtoty o nachyleniu 0 dB/okt. i -6 dB/okt., 0 i $-90°$ oraz maksymalne błędy 3 dB i $-45°$ (patrz rys. 2/51a, b).

Wyniki obliczeń wskazują, że w odległości jednej dekady (10-krotna zmiana pulsacji) od pulsacji zera lub bieguna błąd fazy jest odpowiednio $\pm 5{,}7°$. Przyjmuje się, że asymptoty fazowe 0°-90° łączy asymptota o nachyleniu $\pm 45°$/dek. przechodząca przy pulsacji zera lub bieguna przez dokładną wartość fazy $\pm 45°$. Na rysunku 2/51a przedstawiono aymptoty mało- i wielkoczęstotliwościową modułów, a na rys. 2/51b asymptoty fazy. Zaznaczono także krzywe dokładne i odchylenie ich od asymptot.

Wykreślanie charakterystyk w układzie współrzędnych $20\log|H_0| - \log\omega$, ma przebieg następujący:

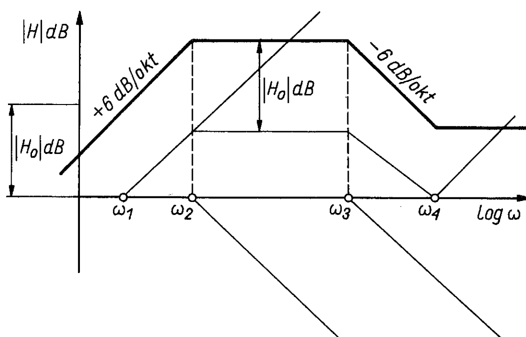
– wyznaczyć zera i bieguny funkcji $H(s)$;
– wyznaczyć wartość $20\log|H_0|$, przy czym $H_0 = H(0)$ zaznaczyć na wykresie;



2/51 Charakterystyki Bodego dla zera i bieguna rzeczywistego a) modułu, b) fazy

- na osi $\log\omega$ zaznaczyć logarytmy wartości bezwzględnych zer i biegunów;
- każdemu zeru przyporządkować asymptoty 0 dB/okt. i + 6 dB/okt., przy czym asymptota 0 dB/okt. przebiega na poziomie 0 dB od $-\infty$ do wartości rozważanego zera, natomiast asymptota + 6 dB/okt. ma początek na osi 0 dB w punkcie odpowiadającym wartości rozważanego zera i przyjmuje wartości większe niż 0 dB;
- każdemu biegunowi przyporządkować asymptoty 0 dB/okt. i − 6 dB/okt. i zaznaczyć analogicznie jak dla zer, z tym, że asymptota − 6 dB/okt. przyjmuje wartości mniejsze niż 0 dB;
- zsumować otrzymane wykresy;
- jeżeli występują zera lub bieguny w zerze, to do otrzymanego rezultatu, w przypadku zer dodać, a w przypadku biegunów odjąć, nachylenie $6N$ dB/okt. (N – liczba zer lub biegunów).

Ilustracją zastosowania tego przepisu jest rys. 2/52, na którym wykreślono asymptotyczną charakterystykę modułu transmitancji o dwóch zerach $-\omega_1$, $-\omega_4$ i dwóch biegunach $-\omega_2$, $-\omega_3$, przy czym: $\omega_4 > \omega_3 > \omega_2 > \omega_1$.



2/52 Ilustracja wykreślania charakterystyki modułu transmitancji za pomocą wykresów Bodego

Podobny przepis można utworzyć dla charakterystyki fazowej, pozostawmy to jako ćwiczenie.

2.6.8 Aproksymacja biegunem dominującym

Transmitancję układu SLS o postaci (2/79) można także przedstawić w następującej postaci:

$$H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + \dots a_n s^n}{1 + b_1 s + \dots b_m s^m} \tag{2/90}$$

przy czym: współczynniki a_i i b_i – liczby rzeczywiste.

Rozważmy, bardzo często występujący przypadek transmitancji o biegunach rzeczywistych, bez zer lub z zerami nieistotnymi do określenia charakterystyki modułu w interesującym paśmie częstotliwości. Niech będzie transmitancja następująca:

$$H(s) = \frac{H_0}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right)\left(1 - \frac{s}{p_2}\right)\dots\left(1 - \frac{s}{p_m}\right)} \tag{2/91}$$

przy czym: H_0 – stała, a $p_1, p_2, \dots p_m$ – rzeczywiste biegunamy transmitancji. Zauważmy, że porównanie przekształconego mianownika transmitancji (2/91) z mianownikiem transmitancji danej wzorem (2/90) prowadzi do zależności

$$1 - s\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_m}\right) + s^2\left(\frac{1}{p_1 p_2} + \frac{1}{p_1 p_3} + \dots\right) + \dots =$$
$$= 1 + b_1 s + \dots + b_m s^m$$

skąd wynika

$$b_1 = \sum_{j=1}^{m}\left(-\frac{1}{p_j}\right) \tag{2/92}$$

Ważny i dość częsty w praktyce jest przypadek, gdy:

$$|p_1| \ll |p_2|, \quad |p_3|, \quad \dots \Rightarrow \frac{1}{|p_1|} \gg \left|\sum_{j=2}^{m}\left(-\frac{1}{p_j}\right)\right|$$

Taki biegun nazywa się *dominującym*, a można go wyznaczyć ze wzoru

$$p_1 = -\frac{1}{b_1} \tag{2/93}$$

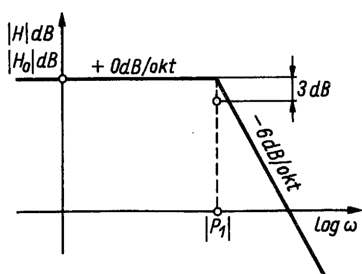
W takim przypadku transmitancję (2/91) można aproksymować następująco:

$$H(s) = \frac{H_0}{1 - \frac{s}{p_1}} = \frac{H_0}{1 + b_1 s} \tag{2/94}$$

Opierając się na asymptotycznych wykresach Bodego zauważmy, że jednobiegunowa transmitancja (2/94) – (rys. 2/53), poza małoczęstotliwościową asymptotą 0 dB/okt. ma, asymptotę wielkoczęstotliwościową o nachyleniu – 6 dB/okt. Asymptoty przecinają się przy pulsacji $\omega = |p_1|$ i module transmitancji $|H_0|$. Rzeczywista wartość modułu transmitancji jest o 3 dB mniejsza. Zgodnie z definicją (por. rozdz. 1.2) pulsacja

$$\omega_g = |p_1| = \frac{1}{b_1} \tag{2/95}$$

jest trzydecybelową pulsacją górną układu o transmitancji (2/91) jeżeli biegun p_1 jest dominujący.



2/53 Charakterystyka modułu transmitancji aproksymowanej biegunem dominującym

Jeżeli transmitancja o postaci (2/91) jest drugiego stopnia, to można ją przedstawić następująco:

$$H(s) = \frac{H_0}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right)\left(1 - \frac{s}{p_2}\right)} = \frac{H_0}{1 - s\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right) + s^2 \frac{1}{p_1 p_2}}$$

Jeżeli ponadto $|p_1| \ll |p_2|$, to można ją aproksymować funkcją

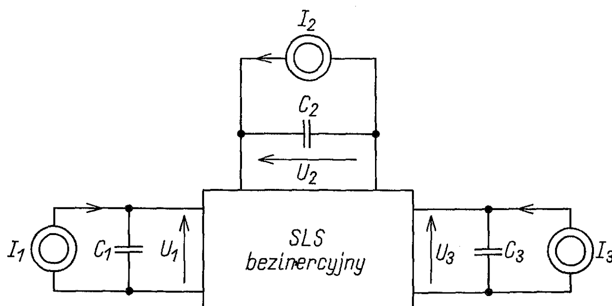
$$H(s) \cong \frac{H_0}{1 - \frac{s}{p_w}} \qquad P_w = \frac{p_1 p_2}{p_1 + p_2} \cong p_1$$

Aproksymację tę nazywa się *aproksymacją równoległym połączeniem biegunów.*

2.6.9 Metoda rozwarciowych stałych czasu

Metodą rozwarciowych stałych czasu (ang. *zero-value time constant analysis*) dokładnie wyznacza się współczynnik b_1 transmitancji o postaci (2/90). Przez przybliżenie (2/95) służy ona pośrednio do aproksymacji transmitancji jednobiegunową transmitancją z biegunem dominującym.

Rozważmy układ SLS, składający się z elementów aktywnych i pasywnych elementów RC (dla uproszczenia załóżmy, że w układzie są tylko trzy pojemności). Przekształćmy ten układ następująco:
- zwieramy niezależne generatory napięciowe, rozwieramy prądowe (pozostawiając sterowane);
- wydzielamy pojemności z układu, napięcia na tych pojemnościach traktujemy jako zmienne zależne;
- pobudzamy wejścia z włączonymi pojemnościami niezależnymi generatorami prądowymi.



2/54 Układ do wyznaczania rozwarciowych stałych czasu

Przekształcony w taki sposób układ przedstawiono na rys. 2/54. Zauważmy, że wydzielony wielowrotnik jest bezinercyjny (czysto rezystywny). Macierz rozważanego układu jest następująca:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (g_{11} + sC_1) & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & (g_{22} + sC_2) & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & (g_{33} + sC_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \tag{2/96}$$

Jak wiadomo z teorii obwodów, wyznacznik główny macierzy układu zawiera wielomian charakterystyczny, który przyrównany do zera stanowi równanie wyznaczające bieguny. Przedstawmy wyznacznik główny macierzy (2/96) w postaci korespondującej z mianownikiem transmitancji (2/90), mianowicie:

$$\Delta(s) = \Delta_0(1 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3) \tag{2/97}$$

gdzie współczynniki w tym równaniu są wyrażone przez wartości elementów układu i są stałe.

Zauważmy, że pulsację zespoloną s wprowadzają do wyznacznika admitancje pojemności. Jeżeli byłyby one równe zero, to w równaniu (2/97) pozostałby tylko wyraz wolny. Wynika stąd, że:

$$\Delta_0 = \Delta|_{C_1 = C_2 = C_3 = 0} \tag{2/98}$$

Wielkość $\Delta_0 b_1 s$ można przedstawić następująco:

$$\Delta_0 b_1 s = \Delta_{110} sC_1 + \Delta_{220} sC_2 + \Delta_{330} sC_3 \tag{2/99}$$

bowiem i w tym przypadku zmienna s wiąże się z istnieniem pojemności. Przedstawmy wyznacznik główny w postaci rozwinięcia względem pierwszego wiersza macierzy (2/96). Otrzymamy:

$$\Delta(s) = (g_{11} + sC_1)\Delta_{11} + g_{12}\Delta_{12} + g_{13}\Delta_{13} \tag{2/100}$$

Można sprawdzić, opierając się na macierzy (2/96), że podwyznaczniki Δ_{12} i Δ_{13} nie zawierają admitancji sC_1, natomiast podwyznacznik Δ_{110} zawiera admitancje sC_2 i sC_3. Wynika stąd, że współczynnik Δ_{110} otrzyma się zerując pojemności C_2 i C_3 w podwyznaczniku Δ_{11}, mianowicie:

$$\Delta_{110} = \Delta_{11}|_{C_2 = C_3 = 0} \tag{2/101}$$

Do analogicznych wniosków dochodzi się przedstawiając wyznacznik główny w postaci rozwinięcia względem drugiego i trzeciego wiersza macierzy (2/96). W rezultacie otrzymuje się

$$\Delta_{220} = \Delta_{22}|_{C_1 = C_3 = 0} \tag{2/102}$$

$$\Delta_{330} = \Delta_{33}|_{C_1 = C_2 = 0} \tag{2/103}$$

Z równania (2/99) wynika

$$b_1 = \frac{\Delta_{110}}{\Delta_0} C_1 + \frac{\Delta_{220}}{\Delta_0} C_2 + \frac{\Delta_{330}}{\Delta_0} C_3 \tag{2/104}$$

przy czym: wielkości Δ_0 , Δ_{110}, Δ_{220} i Δ_{330} są wyznacznikiem głównym i odpowiednio podwyznacznikami macierzy (2/96) przy zerowych pojemnościach, danymi wzorami (2/98) oraz (2/101)...(2/103). Wyznacznik główny i podwyznaczniki z indeksem zero są zatem wyznacznikiem głównym i podwyznacznikami układu bezinercyjnego.

Zauważmy, że podwyznacznik Δ_{110} nie zawiera pojemności C_1, a podwyznaczniki Δ_{220} i Δ_{330} nie zawierają odpowiednio C_2 i C_3. Wzór (2/104) można zatem przedstawić następująco:

$$b_1 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\bigg|_{C_1=C_2=C_3=0} C_1 + \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\bigg|_{C_1=C_2=C_3=0} C_2 + \frac{\Delta_{33}}{\Delta}\bigg|_{C_1=C_2=C_3=0} C_3 \tag{2/105}$$

Wyznaczenie współczynnika b_1 mianownika transmitancji (2/96) sprowadza się do wyznaczenia wyznacznika głównego i odpowiednich podwyznaczników układu bezinercyjnego (układu z zerowymi pojemnościami) i zastosowaniu wzoru (2/105).

Obliczanie wyznaczników, szczególnie układów o dużej liczbie pojemności (wymiar macierzy = liczba pojemności), nie zawsze jest dogodne w analizie niekomputerowej. Pokażmy inny sposób dojścia do identycznych rezultatów.

Jeśli przyjmiemy $I_2 = I_3 = 0$, na podstawie wzoru (2/70), to możemy napisać (rys. 2/54)

$$Z_{i1} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{U_1}{I_1}$$

a stąd

$$R_{i1} = \frac{\Delta_{11}|C_2=C_3=0}{\Delta_0} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\bigg|_{C_1=C_2=C_3=0} \tag{2/106}$$

analogicznie przy $I_1 = I_3 = 0$ i $I_1 = I_2 = 0$ otrzymamy odpowiednio

$$R_{i2} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\bigg|_{C_1=C_2=C_3=0} \tag{2/107}$$

$$R_{i3} = \frac{\Delta_{33}}{\Delta}\bigg|_{C_1=C_2=C_3=0} \tag{2/108}$$

Wzory (2/104) i (2/105) można zatem przedstawić w następującej postaci:

$$b_1 = R_{i1}C_1 + R_{i2}C_2 + R_{i3}C_3 \tag{2/109}$$

przy czym: R_{i1}, R_{i2}, R_{i3} – impedancje odpowiednich wrót wielowrotnika bezinercyjnego lub impedancje „widziane przez odpowiednią pojemność" przy pozostałych pojemnościach równych zero. Oczywiście rezystancje dane wzorami (2/107)...(2/109) można wyznaczać inną metodą niż wyznacznikowa np. bezpośrednio z równań Kirchhoffa.

Zauważmy, że wzór (2/109) wymaga wyznaczenia rezystancji rozwarciowych (rozwarte są generatory prądowe z wyjątkiem sterującego wrota

wyznaczanej rezystancji) przy rozwartych (zerowych) pojemnościach, a współczynnik b_1 jest sumą stałych czasu. Uzasadnia to nazwę metoda rozwarciowych stałych czasu.

Jeśli transmitancja (2/90) ma biegun dominujący, to korzystając ze wzoru (2/95), można napisać wzór określający przybliżoną wartość pulsacji trzydecybelowej, mianowicie

$$\omega_g = \frac{1}{b_1} = \frac{1}{R_{i1}C_1 + R_{i2}C_2 + R_{i3}C_3} \tag{2/110}$$

Wzory wyprowadzone dla układu zawierającego trzy pojemności można uogólnić

$$\omega_g = \frac{1}{b_1} = \frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{m} \frac{\Delta_{jj}}{\Delta}\Big|_{C_k=0} C_j} = \frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{m} (R_i)_j C_j} \tag{2/111}$$

przy czym: $k = 1, 2, \ldots m$.

2.7 PODSUMOWANIE

Liniowe układy analogowe analizuje się zwykle odzielnie w zakresie stałoprądowym i zmiennoprądowym.

Przedmiotem analizy jest obwód będący stałoprądowym lub zmiennoprądowym schematem zastępczym układu. Schematy te otrzymuje się na podstawie schematu ideowego. wprowadzając odpowiednie modele (schematy zastępcze) elementów.

Jeżeli elementy pasywne są idealne, to schemat stałoprądowy uzyskuje się ze schematu ideowego przez zwarcie wszystkich cewek i rozwarcie wszystkich kondensatorów. Schemat zastępczy zmiennoprądowy (małosygnałowy) otrzymuje się ze schematu ideowego przez zwarcie wszystkich napięć zasilania i zastąpienie elementów ich schematami zastępczymi, w szczególnych przypadkach, zwarciem lub rozwarciem.

Układy tranzystorowe jest wygodnie jest analizować metodą napięć węzłowych, tworząc macierz admitancyjną dla zmiennoprądowego schematu zastępczego układu i z niej wyznaczając funkcje układowe.

Układy ze wzmacniaczami operacyjnymi i układy ze sprzężeniem zwrotnym dogodnie analizuje się tworząc sygnałowy graf przepływowy i przez redukcję grafu wyznacza funkcje układowe.

W przypadku układów z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi jest korzystnie zastosować metodę masy pozornej.

We wszystkich mniej złożonych przypadkach, w tym w analizie stałoprądowej, najprostszą jest analiza na podstawie równania Kirhchoffa.

Charakterystyki częstotliwościowe funkcji układowych o zerach i biegunach rzeczywistych, jest dogodnie wykreślać za pomocą asymptotycznych wykresów Bodego.

Do wyznaczania pulsacji trzydecybelowej jest bardzo użyteczna aproksymacja biegunem dominującym i metoda rozwarciowych stałych czasu.

LITERATURA

1. Allen P.E., Holberg R.: *CMOS analog circuit desing.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.
2. Ghausi M.S.: *Electronic devices and circuits discrete and integrated.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1985.
3. Greay P.R., Mayer R.G.: *Analysis and design of anaolg integrated circuit.* John Willey and Sons, New York 1984.
4. Grebene A.B.: *Bipolar and MOS analog integrated circuit design.* John Willey and Sons, New York 1984.
5. Hakim S.S.: *Feedbeack circuit analysis.* Illiffe Books, London 1966.
6. Marciniak W.: *Przyrządy półprzewodnikowe i układy scalone.* WNT, Warszawa 1979.
7. Sedra A.S., Smith K.C.: *Microelectornics circuits.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.

3

ZASILANIE I STABILIZACJA PUNKTU PRACY TRANZYSTORÓW W UKŁADACH DYSKRETNYCH

3.1 WYBÓR PUNKTU PRACY

Jak wynika z rozdz. 2.3.2 i 2.3.4, zarówno dla tranzystorów bipolarnych, jak i unipolarnych,

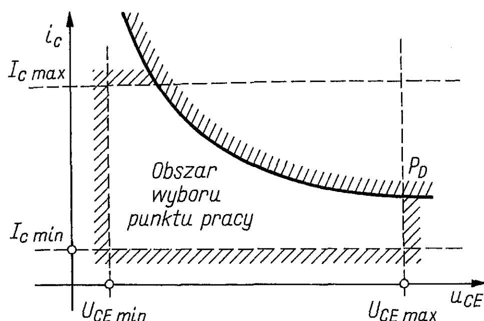
> jednoznaczne określenie punktu pracy, wymaga podania dwóch wielkości, spośród napięć i prądów opisujących te elementy.

W przypadku tranzystorów bipolarnych są nimi najczęściej prąd kolektora I_C i napięcie kolektor-emiter U_{CE} lub napięcie baza-emiter U_{BE}. W przypadku tranzystorów unipolarnych JFET i MOSFET są to: prąd drenu I_D i napięcie dren-zródło U_{DS} lub napięcie bramka-zródło U_{GS}.

Wybór punktu pracy jest zadaniem bardzo ważnym, od tego wyboru zależą bowiem zarówno stało-, jak i zmiennoprądowe właściwości realizowanego układu. Rozważamy układy liniowe, głównie wzmacniacze napięciowe.

> Punkt pracy powinien zatem leżeć w obszarze, gdzie tranzystory charakteryzują się liniowymi właściwościami wzmacniającymi. Dla tranzystorów bipolarnych, jest to obszar normalnie aktywny, dla tranzystorów unipolarnych – obszar pentodowy.

Na rysunku 3/1 przedstawiono dopuszczalny obszar wyboru punktu pracy tranzystora bipolarnego w polu charakterystyk wyjściowych $i_C = f(u_{CE})$. Obszar ten ogranicza minimalny prąd kolektora I_{Cmin}, poniżej którego tranzystor wprowadza duże zniekształcenia, wskutek wchodzenia w stan odcięcia. Od góry granicą jest prąd I_{Cmax}, powyżej którego pojawiają się zniekształcenia związane z maleniem wzmocnienia prądowego β_0 przy dużych prądach. Powielanie i przebicie lawinowe jest przyczyną ograniczenia napięcia u_{CE} przez U_{CEmax}. Dolną granicę stanowi napięcie nasycenia tranzystora $U_{CEmin} = U_{CEsat}$.

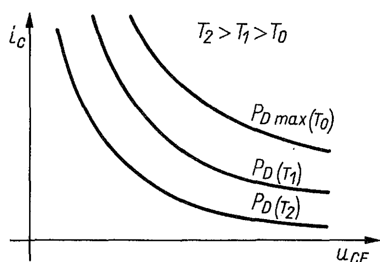


3/1 Obszar wyboru punktu pracy w polu charakterystyk wyjściowych tranzystora bipolarnego

Istotne (szczególnie dla wzmacniaczy mocy) ograniczenie stanowi hiperbola odpowiadająca dopuszczalnej mocy wydzielanej w złączu kolektorowym tranzystora P_D.

Moc P_D, jest ograniczeniem zapobiegającym przekroczeniu maksymalnej temperatury pracy złącza T_j, której typowa wartość dla krzemu wynosi 150...200°C.

Maksymalna dopuszczalna moc wydzielana w złączu kolektorowym zależy od temperatury otoczenia i maleje wraz z jej wzrostem (rys. 3/2).



3/2 Ilustracja przesuwania się hiperboli mocy w zależności od temperatury otoczenia

Jeżeli moc P_D jest równa mocy wydzielanej w tranzystorze, to można ją wyrazić następująco:

$$P_D = i_{CE} u_{CE} \tag{3/1}$$

skąd wynika hiperboliczna zależność

$$i_C = \frac{P_D}{u_{CE}} \tag{3/2}$$

widoczna na rys. 3/1 i rys. 3/2.
Podobny kształt w polu charakerystyk $i_D = f(u_{DS})$ ma obszar dostępny do wyboru punktu pracy tranzystorów unipolarnych.

Należy pamiętać, że wokół ustalonego punktu pracy, wskutek istnienia składowej zmiennej, następuje zmiana wartości chwilowej, przykładowo i_C i u_{CE}.

Punkt pracy należy wybierać przewidując te zmiany tak, aby dynamiczny (chwilowy) punkt pracy nie znalazł się poza dopuszczalnym obszarem.

Wybór optymalnego punktu pracy zależy od rodzaju realizowanego układu i wymagań jakie powinien spełniać. Główne czynniki jakie bierze się pod uwagę to: żądane wzmocnienie, impedancje wejściowa i wyjściowa, szumy, pasmo przenoszenia, zniekształcenia nieliniowe, moc wyjściowa użyteczna, moc i napięcie zasilania. Na ogół wybór punktu pracy jest kompromisem między rozbieżnymi wymaganiami.

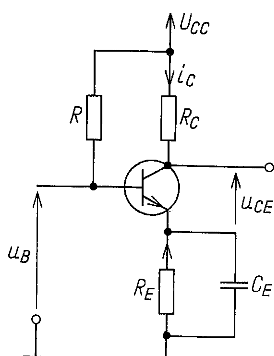
3.2 GRAFICZNE PRZEDSTAWIENIE PUNKTU PRACY

Na rysunku 3/3 przedstawiono ideowy schemat stopnia wzmacniacza o wspólnym emiterze. Pojemność C_E jest tak dobrana, że dla częstotliwości sygnałów przenoszonych przez wzmacniacz ma bardzo małą, bliską zeru, wartość modułu impedancji. Zakłada się, że emiter dla prądu zmiennego jest zwierany do masy. Dla przebiegów zmiennych emiter jest wspólnym zaciskiem dla wejścia i wyjścia, stąd nazwa – wspólny emiter. Rys. 3/4 przedstawia schemat zmiennoprądowy tego wzmacniacza. W układzie z rysunku 3/3 występują wartości chwilowe napięć i prądów, a mianowicie:

$$i_C = I_{CQ} + i_c \tag{3/3}$$

$$u_{CE} = U_{CEQ} + u_{ce} \tag{3/4}$$

przy czym I_{CQ}, U_{CEQ} – prąd i napięcie stałe, określające punkt pracy, i_c, u_{ce} – składowe zmienne prądu kolektora i napięcia kolektor-emiter.
W schemacie zmiennoprądowym (rys. 3/4) prądy i napięcia są składowymi zmiennoprądowymi i_c i u_{ce}. Równania Kirchhoffa dla obwodu kolektora

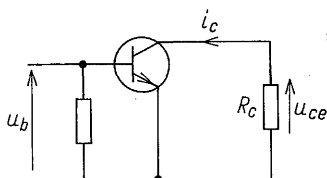


3/3 Schemat ideowy stopnia wzmacniacza o wspólnym emiterze

układu z rys. 3/3 i rys. 3/4 (po zaniedbaniu rezystancji wyjściowej tranzystora), są odpowiednio

$$i_c = -\frac{u_{CE}}{R_C + R_E} + \frac{U_{CC}}{R_C + R_E} \tag{3/5}$$

$$i_c = -\frac{u_{ce}}{R_C} \tag{3/6}$$



3/4 Schemat zmiennoprądowy wzmacniacza z rys. 3/3

Równanie (3/5) dla $i_c = 0$ i $u_{ce} = 0$ przyjmuje postać

$$I_{CQ} = -\frac{U_{CEQ}}{R_C + R_E} + \frac{U_{CC}}{R_C + R_E} \tag{3/7}$$

i jest równaniem prostej roboczej statycznej, przechodzącej przez punkt pracy I_{CQ}, U_{CEQ} i przecinającej oś i_C w punkcie $U_{CC}/(R_C + R_E)$ oraz oś u_{CE} w punkcie U_{CC}.

Równanie (3/6) opisuje prostą roboczą zmiennoprądową lub prostą roboczą dynamiczną, jeżeli przedstawi się je we współrzędnych i_C, u_{CE}. Z równań (3/3) i (3/4) wynika

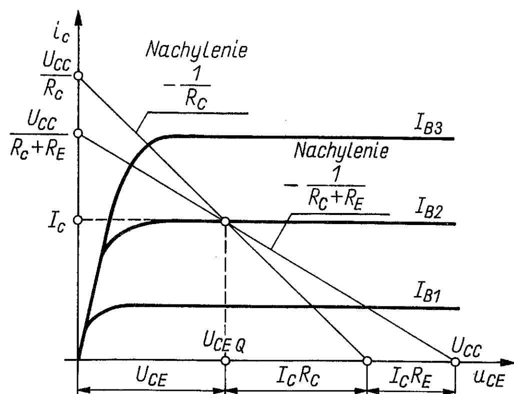
$$i_c = i_C - I_{CQ} \qquad u_{ce} = u_{CE} - U_{CEQ} \tag{3/8}$$

Po podstawieniu zależności (3/8) do równania (3/6), i przekształceniu otrzymuje się

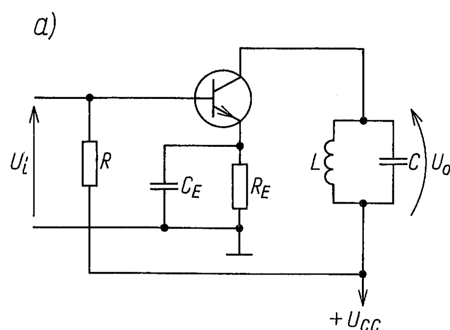
$$i_C = -\frac{1}{R_C} u_{CE} + I_{CQ} + \frac{U_{CEQ}}{R_C} \tag{3/9}$$

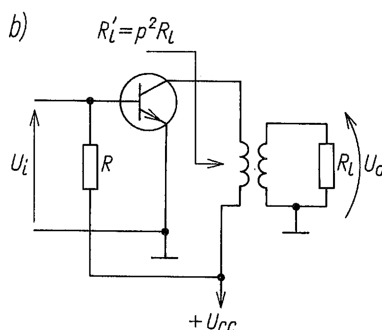
Równanie to jest opisem prostej roboczej dynamicznej. Na rysunku 3/5 przedstawiono, w polu charakterystyk wyjściowych tranzystora, obie proste robocze: statyczną o nachyleniu $- 1/(R_C + R_E)$ i dynamiczną o nachyleniu $- 1/R_C$. Obie proste przechodzą przez punkt pracy I_{CQ}, U_{CEQ}.

Na rysunku 3/6 przedstawiono schematy wzmacniacza rezonansowego (rys. 3/6a) i wzmacniacza mocy klasy A (rys. 3/6b); na rysunku 3/7 – odpowiadające tym układom proste robocze statyczne i dynamiczne w polu charakterystyk wyjściowych tranzystora. Zauważmy, że we wzmacniaczu rezonansowym, dla prądu stałego, obciążeniem obwodu kolektora jest

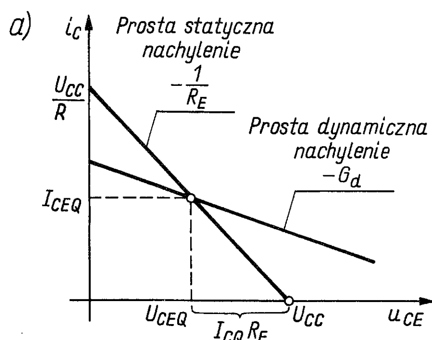


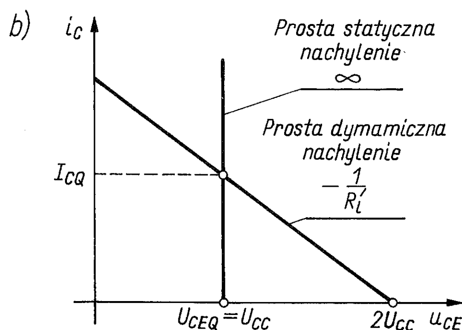
3/5 Proste robocze statyczna i dynamiczna wzmacniacza z rys. **3/3** w polu charakterystyk wyjściowych





3/6 Schematy ideowe wzmacniaczy: a) rezonansowego LC, b) mocy





3/7 Proste robocze statyczne i dynamiczne wzmacniaczy: a) rezonasowego LC (rys. **3/6**a), b) mocy (rys. **3/6**b)

rezystancja R_E. Natomiast dla prądu zmiennego (dynamicznie), obciążenie stanowi rezystancja dynamiczna obwodu rezonansowego R_d (patrz rozdz. 10.2). W przypadku rozważanego wzmacniacza mocy, dla prądu stałego występuje zwarcie, dla prądu zmiennego, obciążeniem jest przetransformowana rezystancja R_l.

Przykład 3/1. Wyznaczyć optymalny, ze względu na maksymalne wysterowanie, punkt pracy tranzystora bipolarnego.
Zadanie wymaga, aby przy zadanym napięciu zasilania U_{CC}, amplitudy napięcia i prądu wyjściowego były maksymalne. Zauważmy (rys. 3/5), że zmienny prąd i_c jest dany równaniem prostej roboczej dynamicznej (3/6). Jeśli uwzględniamy równanie (3/4), to wzór (3/6) przyjmie postać

$$i_C = -\frac{1}{\bar{R}_C}(u_{CE} - U_{CEQ}) \qquad \text{(P. 3/1.1)}$$

Aby uzyskać maksymalną wartość chwilową i_C (patrz rys. 3/5) należy przyjąć $u_{CE} = 0$. Wtedy

$$i_{Cmax} = I_{CQ} + i_{cmax} = I_{CQ} + U_{CEQ}\frac{1}{\bar{R}_C} \qquad \text{(P. 3/1.2)}$$

W celu zapewnienia symetrycznego wysterowania jest konieczne

$$i_{Cmax} = 2I_{CQ} \qquad \text{(P.3/1.3)}$$

Z równań (P. 3/1.2) i (P. 3/1.3) wynika związek

$$I_{CQ} = \frac{U_{CEQ}}{\bar{R}_C} \qquad \text{(P. 3/1.4)}$$

Rozważając obwód kolektora układu z rys. 3/3 można napisać

$$U_{CEQ} + I_{CQ}(R_C + R_E) = U_{CC} \qquad \text{(P. 3/1.5)}$$

Z pary równań (P. 3/1.4) i (P. 3/1.5) można wyznaczyć

$$I_{CQ} = \frac{U_{CC}}{2R_C + R_E} \qquad \text{(P. 3/1.6)}$$

$$U_{CEQ} = \frac{R_C}{2R_C + R_E}U_{CC} \qquad \text{(P. 3/1.7)}$$

Związki (P. 3/1.6) i (P. 3/1.7) wyznaczają optymalny punkt pracy ze względu na maksymalne, symetryczne wysterowanie. □

Nawiązując do przykładu 3/1 można zadać pytanie jakie powinny być wartości rezystorów R_C i R_E, aby przy zadanym punkcie pracy I_{CQ}, U_{CEQ} i przyjętym napięciu zasilania U_{CC} uzyskać maksymalne, symetryczne wysterowanie. Odpowiedź na to pytanie, otrzymuje się wyznaczając z równań (P. 3/1.6) i (P. 3/1.7) wielkości R_C i R_E, a mianowicie

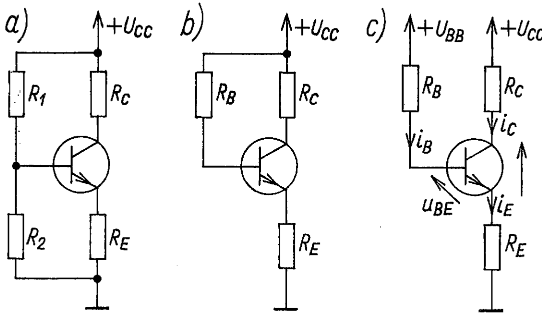
$$R_C = \frac{U_{CEQ}}{I_{CQ}}$$

$$R_E = \frac{U_{CC} - 2U_{CEQ}}{I_{CQ}}$$

Przykładowo, dla punktu pracy $I_{CQ} = 1\,\text{mA}$, $U_{CEQ} = 3\,\text{V}$, przy napięciu zasilania $U_{CC} = 9\,\text{V}$, otrzymuje się: $R_C = 3/1\,\text{k}\Omega = 3\,\text{k}\Omega$ i $R_E = (9 - 2\cdot 3)/1\,\text{k}\Omega = 3\,\text{k}\Omega$. Amplituda składowej zmiennej prądu kolektora jest $I_c = I_{CQ} = 1\,\text{mA}$, amplituda składowej zmiennej napięcia kolektor-emiter $U_{ce} = I_c \cdot R_C = 1\cdot 3\,\text{V} = 3\,\text{V}$. Jest to maksymalne, symetryczne wysterowanie przy zadanym punkcie pracy i napięciu zasilania.

3.3 UKŁADY ZASILANIA TRANZYSTORÓW BIPOLARNYCH

Na rysunku 3/8 przedstwiono trzy najbardziej rozpowszechnione sposoby zasilania tranzystorów bipolarnych. Pierwszy z układów (rys. 3/8a) nazywa się *układem potencjometrycznym ze sprzężeniem emiterowym*. Drugi (rys. 3/8b) jest *układem z wymuszonym prądem bazy i ze sprzężeniem emiterowym*. Trzeci układ (rys. 3/8c) nazywa się *układem dwubateryjnym*. Zauważmy, że układ z wymuszonym prądem bazy jest szczególnym przypadkiem układu dwu-



3/8 Schematy zasilania tranzystorów bipolarnych: a) potencjometryczne, b) z wymuszonym prądem bazy, c) dwubateryjne

bateryjnego, mianowicie dla $U_{BB} = U_{CC}$. Stosując zasadę Thevenina do układu potencjometrycznego, można go sprowadzić również do układu dwubateryjnego, jeżeli przyjmie się

$$U_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{CC} \qquad R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{3/10}$$

Z powyższego wynika, że analiza układu dwubateryjnego prowadzi do określenia również właściwości układu potencjometrycznego, po uwzględnieniu równań (3/10), a także układu z wymuszonym prądem bazy przy $U_{BB} = U_{CC}$.

Rozważmy zatem układ z rys. 3/8c. Po przekształceniu wzoru (2/12) wartość chwilową prądu bazy można wyrazić następująco:

$$i_B = \frac{i_C}{\beta_0} - I_{CO}\frac{\beta_0 + 1}{\beta_0} \tag{3/11}$$

Zgodnie z rys. 3/8c można napisać

$$i_E = i_B + i_C \tag{3/12}$$

Po podstawieniu do wzoru (3/12) wielkości i_B danej wzorem (3/11) otrzymuje się

$$i_E = i_C \frac{\beta_0 + 1}{\beta_0} - I_{C0} \frac{\beta_0 + 1}{\beta_0} \tag{3/13}$$

Na podstawie rys. 3/8c można sformułować następujące równania:

$$i_C R_C + u_{CE} + i_E R_E = U_{CC} \tag{3/14}$$

$$i_B R_B + u_{BE} + i_E R_E = U_{BB} \tag{3/15}$$

Po podstawieniu do tych równań wielkości danych wzorami (3/11) i (3/13) otrzymuje się

$$i_C\left(R_C + \frac{\beta_0 + 1}{\beta_0} R_E\right) - \frac{\beta_0 + 1}{\beta_0} I_{C0} R_E + u_{CE} = U_{CC} \tag{3/16}$$

$$i_C \frac{R_B + (\beta_0 + 1) R_E}{\beta_0} - \frac{\beta_0 + 1}{\beta_0} I_{C0}(R_B + R_E) + u_{BE} = U_{BB} \tag{3/17}$$

Równania (3/16) i (3/17) mogą służyć do projektowania układów zasilania tranzystora bipolarnego, przedstawionych na rys. 3/8. Wzory te bezpośrednio opisują układ z rys. 3/8c. Po podstawieniu w drugim równaniu w miejsce U_{BB} wielkości U_{CC} otrzymuje się opis układu z rys. 3/8b. W przypadku układu zasilania z rys. 3/8a do drugiego równania należy podstawić U_{BB} i R_B dane wzorami (3/10).

W projektowaniu niekomputerowym wzory (3/16) i (3/17) są kłopotliwe. Po zaniedbaniu zerowego prądu kolektora I_{C0} i przyjęciu $\beta_0 \gg 1$, wzory (3/16) i (3/17) sprowadzają się do prostszej i wystarczająco dokładnej postaci

$$i_C (R_C + R_E) + u_{CE} = U_{CC} \tag{3/18}$$

$$i_C \left(\frac{R_B}{\beta_0} + R_E\right) + u_{BE} = U_{BB} \tag{3/19}$$

3.4 WSPÓŁCZYNNIKI STABILIZACJI PUNKTU PRACY TRANZYSTORÓW BIPOLARNYCH

Wzór (3/17) można przekształcić do postaci jawnie określającej wartość chwilową prądu kolektora, co po przyjęciu zerowych wartości składowych zmiennych, prowadzi do zależności określającej prąd stały kolektora, a mianowicie

$$I_C = \frac{\beta_0(U_{BB} - U_{BE}) + (\beta_0 + 1)I_{C0}(R_B + R_E)}{R_B + (\beta_0 + 1)R_E} \tag{3/20}$$

przy czym I_C, U_{CE}, U_{BE} – składowe stałe; w celu uproszczenia zapisu opuszczono przy tych wielkościach indeks Q.

Jak wynika z postaci wzoru prąd I_C zależy od wielkości I_{C0}, U_{BE} i β_0, które zależą od temperatury, a β_0 charakteryzuje się ponadto dużym rozrzutem produkcyjnym swojej wartości.

Prąd I_{C0} tranzystorów krzemowych jest w temperaturze 25°C rzędu 1 nA, w przybliżeniu podwaja się przy wzroście temperatury o każde 8°C, w otoczeniu temperatury 25°C. Napięcie U_{BE} w temperaturze pokojowej wynosi ok. 0,7 V i wraz ze wzrostem temperatury maleje o 2 mV/°C. Współczynnik β_0 rośnie przy wzroście temperatury. Analityczne przedstawienie tej zależności jest jednak trudne. Można przyjąć, że w układzie o wspólnym emiterze współczynnik temperaturowy, w zależności liniowej, jest 1/80°C. Przybliżone, analityczne zależności przedstawiają następujące wzory:

$$I_{C0}(T) = I_{C0}(25°\text{C})\, 2^{\Delta T/8°\text{C}} \tag{3/21}$$

$$U_{BE}(T) = U_{BE}(25°\text{C}) - 0{,}002\,\Delta T \frac{\text{V}}{°\text{C}} \tag{3/22}$$

$$\beta_0(T) = \beta_0(25°\text{C})\left(1 + \frac{\Delta T}{80°\text{C}}\right) \tag{3/23}$$

Wielkość ΔT jest odchyłką temperatury od 25°C. Wzory są tym dokładniejsze im mniejsza jest odchyłka ΔT

Wszystkie te wielkości charakteryzują się rozrzutem produkcyjnym, jednak znacząco duży jest jedynie rozrzut β_0. Przykładowo typowa wartość tranzystora wynosi $\beta_0 = 100$, nierzadko w partii produkcyjnej znajdują się tranzystory o β_0 z przedziału 30...300.

Do określenia stałości punktu pracy jest konieczna znajomość zależności wiążących punkt pracy tranzystora z wyznaczonymi zmianami wielkości I_{C0}, U_{BE} i β_0. W analizie niekomputerowej przyjmuje się, że te zależności są liniowe, proporcjonalne do zmian wielkości. Stałe współczynniki proporcjonalności nazywa się *współczynnikami stabilizacji punktu pracy tranzystora.*

Różniczka zupełna prądu I_C, określonego wzorem (3/20) jest następująca:

$$\mathrm{d}I_C = \frac{\partial I_C}{\partial I_{C0}} \mathrm{d}I_C + \frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}} \mathrm{d}U_{BE} + \frac{\partial I_C}{\partial \beta_0} \mathrm{d}\beta_0 \tag{3/24}$$

Po zdefiniowaniu współczynników stabiliazacji punktu pracy tranzystora bipolarnego następująco:

$$S_c = \frac{\partial I_C}{\partial I_{C0}} \cong \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{C0}} \tag{3/25}$$

$$S_u = \frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}} \cong \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{BE}} \tag{3/26}$$

$$S_\beta = \frac{\partial I_C}{\partial \beta_0} \cong \frac{\Delta I_C}{\Delta \beta_0} \tag{3/27}$$

równanie (3/24) można zapisać w postaci

$$\Delta I_C = S_c \Delta I_{C0} + S_u \Delta U_{BE} + S_\beta \Delta \beta_0 \tag{3/28}$$

Współczynnik S_c nazywa się *współczynnikiem stabilizacji prądu kolektora* ze względu na zmiany zerowego prądu kolektora, analogicznie S_u ze względu na zmiany napięcia baza-emiter i S_β ze względu na zmiany współczynnika wzmocnienia prądowego β_0. Opierając się na definicjach (3/25) i (3/26), po zróżniczkowaniu wyrażenia (3/20), otrzymuje się

$$S_c = \frac{(\beta_0 + 1)(R_B + R_E)}{R_B + (\beta_0 + 1) R_E} \tag{3/29}$$

$$S_u = -\frac{\beta_0}{R_B + (\beta_0 + 1) R_E} \tag{3/30}$$

Współczynnik S_β, ze względu na duże zmiany β_0, należy wyznaczyć różnicowo. Mając to na uwadze można pominąć we wzorze (3/20) wpływ prądu I_{C0}. Wobec tego prąd I_C określony punktem pracy przy β_0 i prąd I_C' zmiemiony pod wpływem zmiany β_0 do wartości β_0' można wyrazić następująco:

$$I_C \cong \frac{\beta_0 (U_{BB} - U_{BE})}{R_B + (\beta_0 + 1) R_E}$$

$$I'_C = \frac{\beta'_0(U_{BB} - U_{BE})}{R_B + (\beta'_0 + 1)R_E}$$

Z tych zależności wynika związek

$$I'_C = \frac{\beta'_0}{\beta_0} I_C \frac{R_B + (\beta_0 + 1)R_E}{R_B + (\beta'_0 + 1)R_E}$$

Współczynnik S_β można zatem wyrazić

$$S_\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta \beta_0} = \frac{I'_C - I_C}{\beta'_0 - \beta_0} = \frac{(\beta'_0 - \beta_0)R_B + \beta'_0(\beta_0 + 1)R_E - \beta_0(\beta'_0 + 1)R_E}{\beta_0(\beta'_0 - \beta_0)[R_B + (\beta_0 + 1)R_E]}$$

Po pominięciu w tej zależności 1 wobec β_0 i β'_0 otrzymuje się ostatecznie

$$S_\beta = \frac{I_C}{\beta_0} \frac{R_B}{R_B + \beta'_0 R_E} \tag{3/31}$$

Z porównania wzorów (3/29) i (3/30) wynika, że

$$S_u \cong -\frac{S_c}{R_B + R_E} \tag{3/32}$$

Jeżeli zmiany β_0 są nieduże, są to np. zmiany temperaturowe, to przyjmując $I_c \cong I'_c$ i $\beta_0 \cong \beta'_0$ można również napisać

$$S_\beta \cong \frac{I_C}{\beta_0^2} \frac{R_B}{R_B + R_E} S_c = -\frac{I_C}{\beta_0^2} R_B S_u \tag{3/33}$$

Zauważmy, że współczynnik S_c jest bezwymiarowy, współczynnik S_u ma wymiar konduktancji i zwykle jest wyrażany w milisimensach, natomiast współczynnik S_β ma wymiar prądu i jest wyrażany w miliamperach.

Analizując wzór (3/29) dochodzi się do wniosku, że należy dążyć do dużej wartości R_E, małej wartości R_B i stosować tranzystory o jak największej wartości β_0. Ze wzorów (3/30) i (3/32) wynika natomiast sprzeczny wniosek dotyczący wartości R_B. Minimalizacja współczynnika S_β prowadzi do zbieżnych wniosków z otrzymanymi w przypadku minimalizacji S_c. Zauważmy, że duża wartość R_E prowadzi do minimalizacji wszystkich współczynników stabilizacji. Jeżeli rezystancja $R_E = 0$, to

$$S_c = \beta_0 + 1 \qquad S_u = -\frac{\beta_0}{R_B} \qquad S_\beta = \frac{I_C}{\beta_0}$$

Przy zwykle dużych wartościach β_0 prowadzi to do dużych wartości współczynników stabilizacji. Ten fakt tłumaczy, dlaczego wszystkie układy zasilania tranzystorów bipolarnych zawierają rezystor R_E w obwodzie emitera.

Współczesne tranzystory charakteryzują się dużą wartością β_0, można zatem przyjąć, że $(\beta_0 + 1)R_E >> R_B$, co prowadzi do uproszczenia wzorów (3/29)...(3/31) do następującej postaci:

$$S_c \cong 1 + \frac{R_B}{R_E} \tag{3/34}$$

$$S_u \cong -\frac{1}{R_E} \tag{3/35}$$

$$S_\beta = \frac{I_C R_B}{\beta_0 \beta_0' R_E} \tag{3/36}$$

Wzory te do szacowania zmian prądu kolektora są wystarczająco dokładne.

3.5 PROJEKTOWANIE UKŁADÓW ZASILANIA TRANZYSTORÓW BIPOLARNYCH

Projektowanie układów zasilania polega na wyznaczeniu wartości rezystancji zapewniających wybrany punkt pracy tranzystora i wymaganą jego stałość przy zmianach temperatury. Zadany jest zatem punkt pracy I_C, U_{CE}, dopuszczalna zmiana I_C, która wynika z wymagań dotyczących stałości wielkości zmiennoprądowych np. wzmocnienia, pasma, częstotliwości środkowej, dynamiki itp. oraz temperaturowego zakresu pracy układu. Na podstawie temperaturowego zakresu pracy określa się zmiany ΔI_{C0} i ΔU_{BE} (wzory (3/21) i (3/22)). Zazwyczaj z rozrzutu produkcyjnego (podawanego w katalogach tranzystorów jako β_{0max} i β_{0min}) wyznacza się $\Delta\beta_0$; jest on bowiem większy niż zmiany temperaturowe. Układ zasilania opisują trzy równania: równanie (3/18) przy $i_c = 0$, $u_{ce} = 0$, równanie (3/20) i równanie (3/28) po uwzględnieniu zależności (3/29)...(3/31). Przy założeniu $\beta_0 >> 1$ i $I_C >> I_{C0}$ są to następujące równania:

$$R_E = \frac{U_{CC} - U_{CE}}{I_C} - R_C \tag{3/37}$$

$$\Delta I_C = \frac{\beta_0 (R_B + R_E)}{R_B + \beta_0 R_E} \Delta I_{C0} - \frac{\beta_0 \Delta U_{BE}}{R_B + \beta_0 R_E} + \frac{I_C}{\beta_0} \frac{R_B \Delta\beta_0}{R_B + (\beta_0 + \Delta\beta) R_E} \tag{3/38}$$

$$U_{BB} = \frac{I_C}{\beta_0} R_B + U_{BE} + I_C R_E \tag{3/39}$$

3/1 Przebieg projektowania układów zasilania BJT

Układ	Wielkości	
	zakładane	wyznaczane
potencjometryczny	R_C, U_{CC}	$R_E \begin{smallmatrix}\to R_B \to \\ \to U_{BB} \to\end{smallmatrix} R_1, R_2$
dwubateryjny	R_C, U_{CC}	$R_E \begin{smallmatrix}\to R_B \\ \to U_{BB}\end{smallmatrix}$
z wymuszonym prądem bazy	R_C	R_E, $R_B \to U_{BB} = U_{CC}$

Wartości I_C, U_{CE}, U_{BE}, β_0, I_{C0}, ΔI_C są zadane, znane z obliczeń są również wartości ΔI_{C0}, ΔU_{BE}, $\Delta\beta_0$, niewiadomymi są zatem R_C, R_E, R_B, U_{CC} i U_{BB}. W układzie potencjometrycznym i dwubateryjnym dwie wartości można założyć. W układzie z wymuszonym prądem bazy tylko jedną, bowiem $U_{BB} = U_{CC}$. Najczęstszy sposób podejścia ilustruje tabl. 3/1. W przypadku układu dwubateryjnego wyznacza się R_E z równania (3/37), po podstawieniu otrzymanej wartości do równania (3/38) wyznacza się R_B, a następnie ze wzoru (3/39) wartość U_{BB}. W układzie potencjometrycznym z U_{BB} i R_B oraz wzorów (3/10) otrzymuje się R_1 i R_2.

Przykład 3/2. Zaprojektować potencjometryczny układ zasilania tranzystora bipolarnego *npn* o następującym punkcie pracy: $I_C = 5\,\text{mA}$, $U_{CE} = 3\,\text{V}$, $U_{BE} = 0{,}7\,\text{V}$. Przewiduje się, że układ będzie pracował w zakresie temperatur $-20 \ldots +70°\text{C}$ i dopuszcza się zmianę prądu I_C o 10%. Wartość $\beta_0(25°\text{C}) = 50$, prąd $I_{C0}(25°\text{C}) = 10\,\text{nA}$. Wymagane jest napięcie zasilania $U_{CC} = 12\,\text{V}$ oraz z analizy zmiennoprądowej wynikła wartość $R_C = 1\,\text{k}\Omega$.
Na podstawie wzorów (3/21)...(3/23) otrzymuje się w skrajnych temperaturach: $\Delta U_{BE} = \pm 0{,}09\,\text{V}$, $\Delta\beta_0/\beta_0 = \pm 0{,}56$ oraz dla $T = 70°\text{C}$: $I_{C0} = 0{,}18\,\mu\text{A}$ i dla $T = -20°\text{C}$ $I_{C0} = 1\,\text{nA}$. Przyjmując, jako większe, zmiany dla dodatnich temperatur, z równań (3/37) do (3/39) oraz (3/10) otrzymuje się: $R_E = 800\,\Omega$, $R_B = 18{,}78\,\text{k}\Omega$, $U_{BB} = 5{,}77\,\text{V}$, $R_1 = 22{,}26\,\text{k}\Omega$ i $R_2 = 20{,}62\,\text{k}\Omega$. □

Na podstawie wyników tego przykładu wyznaczmy współczynniki stabilizacji. Ze wzorów (3/29)...(3/31) wynika: $S_c = 11{,}34$, $S_u = -0{,}99\,\text{mS}$ i $S_\beta = 0{,}015\,\text{mA}$. Zauważmy, że wkład do zmiany I_C, wynikający ze zmiany I_{C0}, jest tylko ok. $2\,\mu\text{A}$ i to przy wzroście temperatury. Z tych względów często, szczególnie dla większych prądów I_C, pomija się wpływ zmian prądu zerowego tranzystora krzemowego. Co więcej, ze wzorów (3/21)...(3/23) uzyskuje się większe wartości niż w rzeczywiste. Przykładowo w temperaturze 150°C typowy prąd I_{C0} tranzystora krzemowego jest równy ok. $10\,\mu\text{A}$, natomiast otrzymany ze wzoru (3/21) jest prawie 200-krotnie większy.

Jeżeli zakres temperatur pracy układu jest nieduży, jak to ma miejsce w urządzeniach domowych, to ważniejszy okazuje się wpływ rozrzutu

produkcyjnego β_0 tranzystora. W takim przypadku, po uproszczeniu $\Delta I_{C0} \approx 0$ i $\Delta U_{BE} \approx 0$, z równania (3/38) otrzymuje się

$$R_B = \beta_0 R_B \frac{1 + \frac{\Delta\beta_0}{\beta_0}}{\frac{\Delta\beta_0}{\beta_0} - \frac{\Delta I_C}{I_C}} \tag{3/40}$$

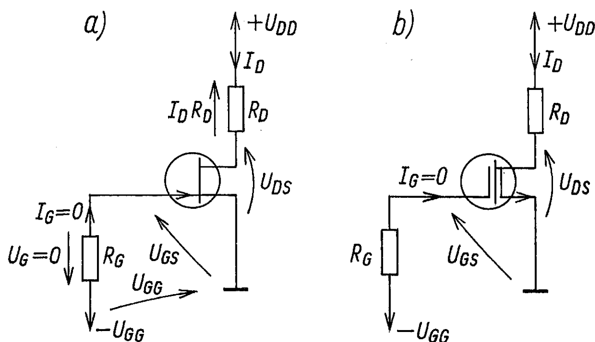
Przykład 3/3. Zaprojektować potencjometryczny układ zasilania tranzystora bipolarnego *npn*, spełniający następujące wymagania: $I_C = 2\,\mathrm{mA}$, $U_{CE} = 3\,\mathrm{V}$, $U_{BE} = 0{,}7\,\mathrm{V}$, dopuszczalna zmiana $\Delta I_C = 0{,}2\,\mathrm{mA}$, $U_{CC} = 6\,\mathrm{V}$, $R_C = 1\,\mathrm{k\Omega}$, zakres temperatur pracy 10...40°C. Typową wartością jest $\beta_0 = 200$, natomiast $\beta_{0max} = 400$, a $\beta_{0min} = 100$.
Z podanych wartości wynika, że większa bezwzględnie, jest dodatnia zmiana β_0, wynosi ona $+200$, ujemna -100. Względne zmiany, jakie należy wziąć pod uwagę we wzorze (3/40) są następujące $\Delta\beta_0/\beta_0 = 1$ i $\Delta I_C/I_C = 0{,}2$. Podstawiając do wzoru (3/40) te wartości i obliczonej ze wzoru (3/37) $R_E = 2\,\mathrm{k\Omega}$, otrzymuje się $R_B = 200\,\mathrm{k\Omega}$. Wówczas ze wzoru (3/39) otrzymuje się $U_{BB} = 6{,}7\,\mathrm{V}$ i następnie $R_1 = 324\,\mathrm{k\Omega}$ i $R_2 = 522\,\mathrm{k\Omega}$, ze wzorów (3/10). Zauważmy, że zmiany temperatury wywołają symetryczną zmianę U_{BE} o $\pm 0{,}03\,\mathrm{V}$ co powoduje zmianę prądu I_C o $\pm 0{,}01\,\mathrm{mA}$, pomijalną wobec $0{,}2\,\mathrm{mA}$. Wpływ zmian I_{C0} jest znacznie mniejszy. □

3.6 UKŁADY ZASILANIA TRANZYSTORÓW JFET I MOSFET Z KANAŁEM ZUBOŻONYM

Polowe tranzystory złączowe i z izolowaną bramką z kanałem zubożonym, mają bardzo podobne właściwości w zakresie wielkosygnałowym i małosygnałowym (patrz rozdz. 2.3.3 i 2.4.3). Poza wąskim zakresem napięć U_{GS}, gdzie tranzystory MOSFET z kanałem zubożonym mogą pracować ze wzbogaceniem, układy zasilania dla obu rodzajów tranzystorów są topologicznie identyczne, natomiast różnią się istotnie od układów tranzystorów bipolarnych. Wynika to z faktu, że tranzystory te z kanałem *n*, pracują w obszarze pentodowym przy ujemnych wartościach U_{GS} i dodatnich wartościach U_{DS}, natomiast z kanałem *p*, przy dodatnich wartościach U_{GS} i ujemnych U_{DS} (patrz rys. 2/16 i 2/17). Możliwe jest uzyskanie takiej relacji napięć w układzie dwubateryjnym, jeśli zasilanie obwodu bramki ma przeciwny znak niż zasilanie obwodu drenu. Taki układ zasilania dla tranzystorów z kanałem *n* przedstawiono na rys. 3/9. Jak zaznaczono na rys. 3/9a prąd bramki nie płynie. Można to przyjąć gdyż w rzeczywistości jest on dla tranzystorów JFET rzędu nanoamperów, dla MOSFET rzędu pikoamperów. Konsekwencją $I_G = 0$ jest $U_G = 0$ i tym samym

$$U_{GS} = -U_{GG} \qquad I_D R_D + U_{DS} = U_{DD} \tag{3/41}$$

Te same równania opisują układ zasilania z rys. 3/9b dla tranzystora MOSFET z kanałem zubożonym *n*. Układy te mają jedynie wartość

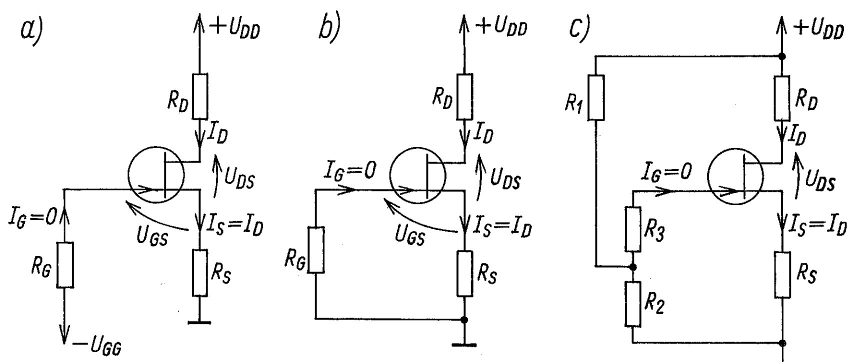


3/9 Schematy zasilania tranzystorów: a) JFET. b) MOSFET z kanałem zubożonym

dydaktyczną, brak bowiem rezystora w obwodzie źródła sprawia, że stałość punktu pracy jest niewystarczająca.

Problem stałości punktu pracy w przypadku tranzystorów polowych wiąże się głównie z rozrzutem technologicznym wartości napięcia progowego U_p i prądu I_{DDS}, czy też napięcia V_t i współczynnika k. Wpływ temperatury jest znacznie mniejszy. Przykładowo w tranzystorze MOSFET ze wzbogaconym kanałem n napięcie V_t maleje wraz ze wzrostem temperatury, ale maleje również współczynnik k, co wskutek kompensowania się obu wpływów (patrz równanie (2/19)), prowadzi do znacznie mniejszych zmian prądu drenu niż wywołany rozrzutem technologicznym.

Na rysunku 3/10 przedstawiono trzy układy zasilania tranzystorów JFET. Identyczne topologicznie układy można utworzyć dla tranzystorów MOSFET z kanałem zubożonym. Układ z rysunku 3/10a różni się od układu z rys. 3/9a rezystorem w obwodzie źródła, który tak jak rezystor R_E w obwodzie emitera, wpływa stabilizująco na punkt pracy I_D, U_{DS}. Układ nazywa się dwubateryjnym ze sprzężeniem źródłowym, a opisują go następujące równania:



3/10 Schematy układów zasilania tranzystorów JFET: a) dwubateryjny, b) z automatycznym minusem, c) potencjometryczny

$$U_{GS} = -I_D R_S - U_{GG} \qquad I_D(R_D + R_S) + U_{DS} = U_{DD} \tag{3/42}$$

Wadą tego układu jest konieczność użycia dwóch źródeł zasilania i to o przeciwnych znakach.
Z równań (3/42) wynika, że jeśli $U_{GG} = 0$, to napięcie U_{GS} nadal jest ujemne, a U_{DS} dodatnie. Możliwe jest zatem zastosowanie układu zasilania z rys. 3/10b, przy czym zwarto (usunięto) źródło U_{GG}. Równania opisujące ten układ otrzymuje się z równań (3/42) przyjmując $U_{GG} = 0$, a mianowicie

$$U_{GS} = -I_D R_S \qquad I_D(R_D + R_S) + U_{DS} = U_{DD} \tag{3/43}$$

Układ zasilania z rys. 3/10b nazywa się *układem zasilania z automatycznym minusem*. Analogiczny układ dla tranzystora z kanałem *p* nazywa się, ze względu na znak napięcia U_{GS}, *układem z automatycznym plusem*.

Kolejny układ zasilania (rys. 3/10c), dający większą swobodę projektowania, jest modyfikacją poprzedniego. Prąd $I_G = 0$, zatem napięcie między barmką i masą wynika z dzielnika R_1-R_2. Napięcie bramka-źródło wyznacza zatem wzór

$$U_{GS} = U_{GG} - I_D R_S \tag{3/44}$$

przy czym

$$U_{GG} = U_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{3/45}$$

Drugie równanie, opisujące układ, jest następujące:

$$I_D(R_S + R_D) + U_{DS} = U_{DD} \tag{3/46}$$

Wzory (3/44)...(3/46) pozwalają wyznaczyć wartości elementów niezbędne do wymuszenia w tranzystorze żądanego punktu pracy. Rezystancję R_G w układach z rys. 3/10a i b oraz rezystancję R_1 i R_3 w układzie z rys. 3/10c wybiera się dostatecznie duże, aby nie bocznikować rezystancji wejściowej układu dla przebiegów zmiennych.
Układy zasilania dla tranzystorów z kanałem *p* są identyczne. Można je uzyskać z przedstawionych na rys. 3/10 zamieniając dodatnie napięcia zasilania na ujemne.

Przykład 3/4. Zaprojektować układ zasilania tranzystora JFET zgodnie ze schematem z rys. 3/10b. Zadany punkt pracy tranzystora jest następujący: $I_D = 5\,\text{mA}$, $U_{DS} = 5\,\text{V}$. Napięcie zasilania $U_{DD} = 15\,\text{V}$, a tranzystor charakteryzuje się $I_{DSS} = 10\,\text{mA}$ i $U_p = 4\,\text{V}$.
Po przekształceniu wzoru (2/15) dla $i_d = 0$ otrzymuje się

$$U_{GS} = U_p\left(1 - \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}}\right) = -4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{V} = -2{,}828\ \text{V}$$

Z pierwszego ze wzorów (3/43) oblicza się

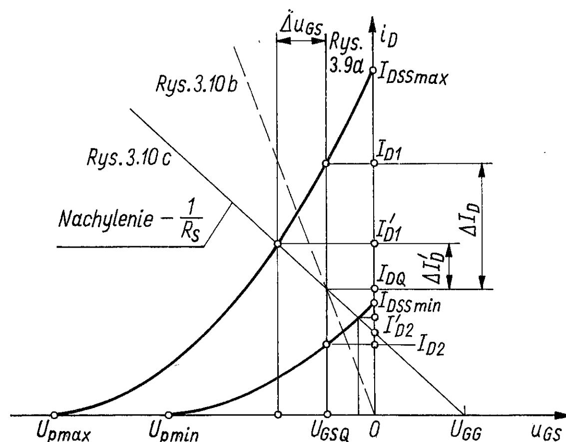
$$R_S = -\frac{U_{GS}}{I_D} = \frac{2{,}828}{5}\ \text{k}\Omega = 0{,}56\ \text{k}\Omega$$

natomiast z drugiego

$$R_D = \frac{U_{DD} - U_{DS}}{I_D} - R_S = \frac{(15-5)}{5}\ \text{k}\Omega - 0{,}56\ \text{k}\Omega = 1{,}44\ \text{k}\Omega$$ □

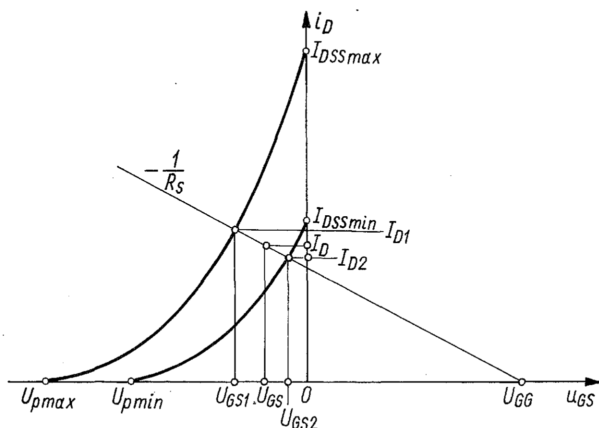
3.7 PROJEKTOWANIE UKŁADÓW ZASILANIA I STABILIZACJA PUNKTU PRACY TRANZYSTORÓW JFET I MOSFET Z KANAŁEM ZUBOŻONYM

Niech w partii produkcyjnej znajdują się ekstremalnie różne egzemplarze tranzystorów tego samego typu o wartościach: I_{DSSmax}, U_{pmax} i I_{DSSmin}, U_{pmin}; na rys. 3/11 przedstawiono ich charakterystyki $I_D = f(U_{GS})$ oraz proste robocze statyczne dla trzech układów zasilania. Prosta prostopadła do osi u_{GS}, przechodząca przez punkt U_{GSQ}, jest prostą roboczą układu z rys. 3/9a ($R_S = 0$). Jak widać napięcie U_{GS} nie zmienia się, bo jest równe ujemnemu napięciu zasilania, natomiast bardzo duże są zmiany prądu drenu I_D, określającego drugą współrzędną punktu pracy. Jak zaznaczono na rysunku ΔI_D jest wyraźnie większe niż zmiany $\Delta I'_D$ dla układu z rys. 3/10c. Prosta robocza o nachyleniu $-1/R_S$, przechodząca przez punkt U_{GG} jest prostą roboczą tego układu. W celu porównania zaznaczono linią przerywaną prostą roboczą układu z automatycznym minusem (rys. 3/10b). Widać, że również



3/11 Ilustracja niestałości punktu pracy tranzystora JFET przy rozrzucie produkcyjnym parametrów dla układów zasilania z rys. 3/9a, rys. 3/10b i c

ten układ, aczkolwiek lepszy niż układ z $R_S = 0$, ustępuje układowi z rys. 3/10c. Zauważmy ponadto, że zmiany prądu drenu przy rozrzucie produkcyjnym I_{DSS} i U_p zależą od nachylenia prostej roboczej $-1/R_S$. Odchylenie od punktu pracy ΔI_D maleje wraz ze wzrostem wartości rezystancji R_S. Projektowanie układów zasilania, przy rozrzucie produkcyjnym parametrów tranzystora, nie może zatem przebiegać tak, jak w przykł. 3/4.



3/12 Ilustracja doboru prostej statycznej w celu uzyskania wymaganej stałości punktu pracy w układzie z rys. 3/10c

Rozważmy, jak to wykazano, najlepszy z układów zasilania (rys. 3/10c) i postawmy problem następująco: jest dany rozrzut technologiczny I_{DSS}, U_p, należy zaprojektować układ zasilania w taki sposób, aby zmiany prądu I_D, określonego zadanym punktem pracy, nie przekroczyły zadanego przedziału ΔI_D. Jak wynika z rys. 3/12 można problem sprowadzić do wyznaczenia wartości napięcia U_{GG} i nachylenia prostej roboczej $-1/R_S$ (wyznaczenia wartości R_S) takich, aby

$$\frac{I_{D1} - I_{D2}}{2} \leqslant \Delta I_D \tag{3/47}$$

Można też zuważyć, że określony punktem pracy prąd drenu jest średnią arytmetyczną

$$I_D = \frac{I_{D1} + I_{D2}}{2} \tag{3/48}$$

Znane są zatem prądy maksymalny I_{D1} i minimalny I_{D2} jako

$$I_{D1} = I_D + \Delta I_D \qquad I_{D2} = I_D - \Delta I_D \tag{3/49}$$

a także wartości I_{DSSmin}, U_{pmin}, I_{DSSmax} i U_{pmax}. Można zatem, z wzoru (2/15) wyznaczyć napięcia U_{GS1} i U_{GS2} (patrz rys. 3/12), a mianowicie

$$U_{GS1} = U_{pmax}\left(1 - \sqrt{\frac{I_{D1}}{I_{DSSmax}}}\right)$$
$$U_{GS2} = U_{pmin}\left(1 - \sqrt{\frac{I_{D2}}{I_{DSSmin}}}\right) \qquad (3/50)$$

Napięcie U_{GS} jest średnią arytmetyczną, a ΔU_{GS} połową różnicy tych napięć, zatem

$$U_{GS} = \frac{U_{GS1} + U_{GS2}}{2} \qquad (3/51)$$

$$\Delta U_{GS} = \frac{U_{GS1} - U_{GS2}}{2} \qquad (3/52)$$

Jak widać na rys. 3/12 nachylenie prostej roboczej

$$-\frac{1}{R_S} = \frac{\Delta I_D}{\Delta U_{GS}}$$

skąd otrzymuje się

$$R_S = -\frac{\Delta U_{GS}}{\Delta I_D} \qquad (3/53)$$

Należy zauważyć, że ΔU_{GS} jest ujemne i w związku z tym R_S jest dodatnie. Drugi punkt, jednoznacznie wyznaczający równanie prostej roboczej, otrzymuje się ze wzoru (3/44), mianowicie

$$U_{GG} = I_D R_S + U_{GS} \qquad (3/54)$$

Postawiony problem został zatem rozwiązany. Przy zadanych wartościach ekstremalnych I_{DSS} i U_p, posiłkując się wzorami (3/48)...(3/52), ze wzorów (3/53) i (3/54), można wyznaczyć wartości R_S i U_{GG}, przy których prąd I'_D tranzystora o rozrzucie parametrów

$$|U_{pmin}| < |U_p| < |U_{pmax}| \qquad I_{DSSmin} < I_{DSS} < I_{DSSmax} \qquad (3/55)$$

spełnia warunek

$$I_D - \Delta I_D < I'_D < I_D + \Delta I_D \qquad (3/56)$$

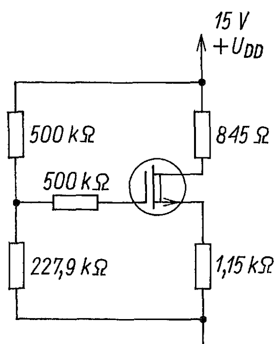
Pozostałe wartości elementów układu zasilania z rys. 3/10 przy założeniu danych U_{DS} i U_{DD}, wyznacza się następująco:
– ze wzoru (3/46)

$$R_D = \frac{U_{DD} - U_{DS}}{I_D} - R_S \qquad (3/57)$$

– przyjmuje się arbitralnie wartości R_1 i R_3,
– ze wzoru (3/45)

$$R_2 = R_1 \frac{U_{DD}}{U_{DD} - U_{GG}} \qquad (3/58)$$

Przykład 3/5. Zaprojektować układ zasilania tranzystora MOSFET z kanałem zubożonym *n* o schemacie analogicznym do przedstawionego na rys. 3/10c. Wymagania są następujące: $I_D = 5\,\text{mA}$, $U_{DS} = 5\,\text{V}$, $\Delta I_D = \pm 0{,}5\,\text{mA}$, $U_{DD} = 15\,\text{V}$. Parametry tranzystora mieszczą się w przedziałach: $8\,\text{mA} < I_{DSS} < 16\,\text{mA}$, $-4\,\text{V} > U_p > -6\,\text{V}$.

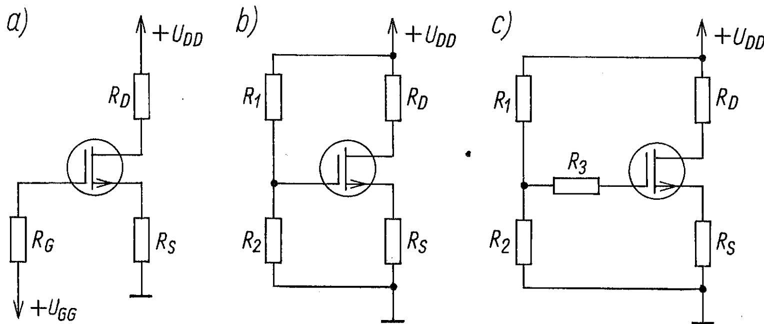


3/13 Schemat zasilania zaprojektowany w przykł. 3/5

Ze wzoru (3/49) otrzymuje się: $I_{D1} = 5{,}5\,\text{mA}$, $I_{D2} = 4{,}5\,\text{mA}$, a po podstawieniu tych wartości do wzorów (3/50) można wyznaczyć: $U_{GS1} = -1{,}65\,\text{V}$ i $U_{GS2} = -0{,}5\,\text{V}$. Następnie ze wzorów (3/51) i (3/52) otrzymuje się: $U_{GS} = -1{,}08\,\text{V}$ i $\Delta U = -0{,}58\,\text{V}$. Po podstawieniu zadanego ΔI_D i wyznaczonego ΔU_{GS} do wzoru (3/53) wartość rezystancji $R_S = 1{,}15\,\text{k}\Omega$. Ze wzoru (3/54) wynika $U_{GG} = 4{,}7\,\text{V}$, a ze wzoru (3/57) $R_D = 845\,\Omega$. Przyjmując arbitralnie $R_1 = R_3 = 500\,\text{k}\Omega$ otrzymuje się ze wzoru (3/58) wartość $R_2 = 227{,}9\,\text{k}\Omega$.
Zaprojektowany układ przedstawiono na rys. 3/13. 

3.8 PROJEKTOWANIE UKŁADÓW ZASILANIA I STABILIZACJA PUNKTU PRACY TRANZYSTORÓW MOSFET Z KANAŁEM WZBOGACONYM

Polowe tranzystory z izolowaną bramką i kanałem wzbogaconym w obszarze pentodowym, gdzie $U_{DS} > U_{GS} - V_t$, wymagają napięć U_{GS} i U_{DS} o jednakowych znakach, z kanałem *n* – dodatnich, z kanałem *p* – ujemnych. Pod tym względem są one podobne do tranzystorów bipolarnych. Podobne są także układy zasilania, które przedstawiono na rys. 3/14. Tak jak w przypadku układów bipolarnych (patrz wzory (3/10)), można te układy sprowadzić do



3/14 Schematy zasilania tranzystorów MOSFET z kanałem wzbogaconym: a) dwybateryjny, b) potencjometryczny, c) potencjometryczny zmodyfikowany

układu dwubateryjnego ze sprzężeniem źródłowym (rys. 3/14a), następującymi wzorami:

$$R_G = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$
$$U_{GG} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{DD} \tag{3/59}$$

Ze względu na $I_G = 0$, układy z rys. 3/14b i 3/14c są, w sensie stałoprądowym, równoważne. Równania opisujące układ z rys. 3/14a są następujące:

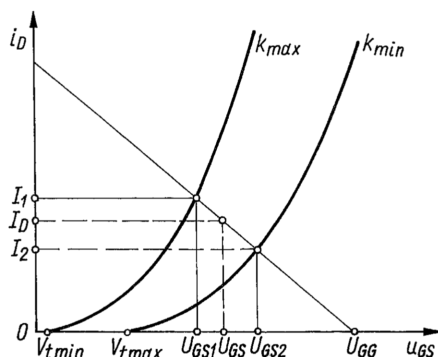
$$I_D(R_S + R_D) + U_{DS} = U_{DD}$$
$$U_{GG} = U_{GS} + I_D R_S \tag{3/60}$$

Podstawienie w miejsce R_G i U_{GG} zależności (3/59) prowadzi do opisu układów z rys. 3/14b i 3/14c.

Dyskretne tranzystory MOSFET z kanałem wzbogaconym charakteryzują się również dużym rozrzutem produkcyjnym parametrów. Na rysunku 3/15 przedstawiono dwie ekstremalne charakterystyki $i_D = f(u_{GS})$ oraz prostą roboczą, wynikającą z równania (3/60), o nachyleniu $-1/R_S$, przechodzącą przez zadany punkt pracy I_D. Nachylenie prostej roboczej, a więc wartość rezystancji R_S oraz wartość napięcia U_{GG}, należy dobrać tak, aby był spełniony warunek dany wzorem (3/47). Podobnie jak w przypadku tranzystorów JFET z równań

$$I_{D1} = k_{max}(U_{GS1} - V_{tmin})^2$$
$$I_{D2} = k_{min}(U_{GS1} - V_{tmax})^2 \tag{3/61}$$

wyznacza się U_{GS1} i U_{GS2}, a następnie z równań (3/51) i (3/52) wyznacza się U_{GS} i ΔU_{GS}. Otrzymane wartości podstawia się do równań (3/53) i (3/54), z których wyznacza się R_S i U_{GG}. Wartość R_2 otrzymuje się z równania (3/58), a wartość R_D z równania (3/57).



3/15 Charakterystyki przejściowe tranzystorów MOSFET z kanałem wzbogaconym z uwzględnieniem rozrzutu produkcyjnego parametrów

3.9 PODSUMOWANIE

Układy zasilania tranzystorów służą do wymuszenia w w nich napięć i prądów zgodnych z wybranym punktem pracy oraz zapewnienia wymaganej stałości punktu pracy.

Punkt pracy wybiera się w taki sposób, aby tranzystor bipolarny pracował w obszarze aktywnym normalnym, a tranzystor polowy w obszarze pentodowym. Stałość punktu pracy zapewnia rezystor w obwodzie emitera lub źródła. Im większa jest jego wartość, tym lepsza stałość punktu pracy.

Dla tranzystorów bipolarnych najczęściej stosuje się układ potencjometryczny ze sprzężeniem emiterowym i układ z wymuszonym prądem bazy i sprzężeniem emiterowym (rys. 3/8b i 3/8c). Dla tranzystorów JFET i MOSFET z kanałem zubożonym stosuje się układy z automatycznym minusem (plusem) oraz układ potencjometryczny ze sprzężeniem źródłowym (rys. 3/10b i 3/10c). Tranzystory MOSFET z kanałem wzbogaconym zasila się w układzie potencjometrycznym, ze sprzężeniem źródłowym (rys. 3/14b i 3/14c).

Układy zasilania są uniwersalne, takie same, niezależnie od zmiennoprądowej konfiguracji pracy tranzystora.

Układy zasilania dla dowolnego typu przewodnictwa czy rodzaju kanału są topologicznie takie same, różnią się jedynie znakiem napięć zasilania. Układy zasilania dla tranzystorów *pnp* oraz z kanałem *p*, otrzymuje się bezpośrednio z układów zasilania dla tranzystorów *npn* i z kanałem *n*, przez zamianę znaków napięcia zasilania na przeciwne.

LITERATURA

1. Filipkowski A.: *Układy elektroniczne analogowe i cyfrowe.* WNT, Warszawa 1980.
2. Ghausi M.S.: *Electronic devices and circuits discrete and integrated.* Holt, Reinehart and Winston, New York 1985.
3. Sedra A.S., Smith K.C.: *Microelectronic circuits.* Holt Reinehart and Winston, New York 1987.

4

ZASILANIE I STABILIZACJA PUNKTU PRACY TRANZYSTORÓW W UKŁADACH SCALONYCH

4.1 WPROWADZENIE

Zła jakość i wysoka cena rezystorów realizowanych w scalonych układach półprzewodnikowych sprawia, że w układach bipolarnych unika się stosowania, a w układach MOS nie stosuje się rezystorów. W obu rodzajach układów scalonych nie jest możliwa racjonalna realizacja pojemności, o wartościach takich, jakie stosuje się w układach zasilania tranzystorów dyskretnych, zarówno do zwierania w zakresie zmiennoprądowym, określonych węzłów do masy jak i do sprzęgania kolejnych stopni. Jak wiadomo, w bipolarnych układach scalonych unika się stosowania pojemności, a w scalonych układach MOS dopuszcza się stosowanie wartości pojemności co najwyżej rzędu 100 pF. Jest zatem oczywiste, że układy zasilania tranzystorów stosowane w układach dyskretnych (rozdz. 3.3 ... 3.8), ze względu na dużą liczbę rezystorów i konieczność stosowania pojemności o dosyć dużych wartościach, nie mogą być stosowane w układach scalonych.

Koncepcja zasilania i stabilizacji punktu pracy tranzystorów w układach scalonych polega na zastępowaniu rezystorów pomocniczymi układami, dostarczającymi stabilnych napięć i prądów oraz wykorzystaniu właściwości, że tranzystory wytworzone na jednym podłożu, przy użyciu takich samych masek, są prawie identyczne i pracują w prawie identycznej temperaturze. Umożliwia to kompensację zmian temperaturowych prądów i napięć w jednych elementach, zmianami w innych elementach.

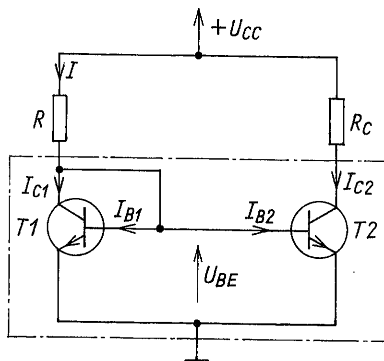
Układy zasilania i stabilizacji punktu pracy w układach scalonych muszą spełniać również określone wymagania pod względem zmiennoprądowym. W niniejszym rozdziale zajmiemy się jednak głównie ich właściwościami stałoprądowymi.

4.2 ZASILANIE I STABILIZACJA PUNKTÓW PRACY TRANZYSTORÓW W SCALONYCH UKŁADACH BIPOLARNYCH

4.2.1 Przykład zasilania i stabilizacji punktu pracy tranzystora w bipolarnym układzie scalonym

Na rysunku 4/1 przedstawiono prosty układ zasilania tranzystora *T*2. Tranzystor *T*1 jest połączony diodowo. Zakłada się, że oba tranzystory są identyczne i jednakowo zmieniają się ich parametry przy zmianach temperatury, a ich rezystancje wyjściowe można pominąć. Jak wynika z rysunku, tranzystory pracując przy tym samym napięciu U_{BE} mają takie same prądy baz $I_{B1} = I_{B2} = I_B$, a tym samym również takie same prądy kolektorów $I_{C1} = I_{C2} = I_C$. Dla obwodu z rys. 4/1 można napisać

$$U_{CC} = I R + U_{CE1} \qquad U_{CE1} = U_{BE} \qquad I = I_{C1} + 2I_B \tag{4/1}$$



4/1 Przykład układu zasilania tranzystora w bipolarnym układzie scalonym

Po rozwiązaniu tego układu równań ze względu na I_C otrzymuje się

$$I_C = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{R} - 2I_B \tag{4/2}$$

Jeżeli $U_{CC} \gg U_{BE}$ i $\beta_0 \gg 2$, to wzór (4/2) można uprościć do postaci

$$I_C = \frac{U_{CC}}{R} \tag{4/3}$$

Przy tych uproszczeniach można napisać

$$U_{CE2} = U_{CC} - I_C R_C \cong U_{CC}\left(1 - \frac{R_C}{R}\right) \tag{4/4}$$

Temperaturowy współczynnik stosunku R_C/R jest bardzo mały, oba rezystory wykonuje się bowiem w tym samym procesie dyfuzji.

Zauważmy, że

punkt pracy tranzystora $T2$ nie zależy od zmian temperatury, a jedynie od różnicy parametrów tranzystorów $T1$ i $T2$.

W układach scalonych tranzystory mogą być wytworzone z bardzo dobrą dokładnością i prezentowany układ zasilania zapewnia dobrą stałość punktu pracy tranzystora.

4.2.2 Źródła stałoprądowe

Jeżeli wydzieli się z układu z rys. 4/1 część obwiedzioną ramką, to otrzyma się schemat prostego *źródła stałoprądowego*, stosowanego w bipolarnych układach scalonych (patrz rys. 4/2). Zakładając, jak poprzednio, identyczność tranzystorów i zaniedbując ich rezystancje wyjściowe można napisać

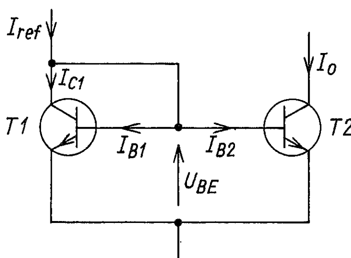
$$I_{C1} + 2I_B = I_0 + \frac{2I_{C1}}{\beta_0} = I_{ref} \tag{4/5}$$

skąd otrzymuje się

$$I_o = \frac{I_{ref}}{1 + 2/\beta_0} = I_{C1} \tag{4/6}$$

Jeżeli $\beta_0 >> 1$, to

$$I_o \cong I_{ref} \tag{4/7}$$



4/2 Bipolarne źródło stałoprądowe

Prąd odniesienia I_{ref}, generowany przez *źródło odniesienia*, wymusza w tranzystorze prąd I_o o takiej samej wartości; stałość prądu I_o jest równa stałości prądu odniesienia. Ten rodzaj źródła stałoprądowego nazywa się *zwierciadłem prądu*. Zauważmy, że w tym wyidealizowanym przypadku, rezystancja dynamiczna źródła stałoprądowego jest nieskończenie duża, źródło dla przebiegów zmiennych stanowi rozwarcie. Statycznie, rezystancję dla prądu stałego można wyznaczyć ze wzoru

$$R_{DC} = \frac{U_{CE2}}{I_o} \tag{4/8}$$

Załóżmy, że powierzchnie złącz emiter-baza tranzystorów $T1$ i $T2$ w układzie z rys. 4/2 są różne i wynoszą S_1 i S_2. Z teorii przyrządów półprzewodnikowych wiadomo, że prąd kolektora jest proporcjonalny do powierzchni złącza emiter-baza. Można zatem napisać

$$\frac{I_{C1}}{I_{C2}} = \frac{S_1}{S_2} \tag{4/9}$$

Uwzględniając ten związek w równaniu

$$I_o = I_{ref} - I_{B1} - I_{B2} = I_{ref} - \frac{I_{C1}}{\beta_0} - \frac{I_{C2}}{\beta_0} \tag{4/10}$$

otrzymuje się

$$I_o = I_{ref} \frac{S_2/S_1}{1 + \frac{1 + S_2/S_1}{\beta_0}} \tag{4/11}$$

Zauważmy, że jeżeli powierzchnie złącz są jednakowe, to wzór (4/11) przyjmuje postać (4/6). Jeżeli we wzorze (4/11) przyjmie się $\beta_o \gg 1 + S_2/S_1$, to

$$I_o \cong I_{ref} \frac{S_2}{S_1} \tag{4/12}$$

Prąd wymuszany w drugim tranzystorze może być zatem różny od prądu odniesienia, jest on proporcjonalny do prądu odniesienia, a współczynnikiem proporcjonalności jest stosunek powierzchni złącz emiterowych.

W dotychczasowych rozważaniach zakładaliśmy, że rezystancja wyjściowa tranzystorów jest nieskończenie duża. W rzeczywistości prądy kolektorowe tranzystorów $T1$ i $T2$ o takich samych powierzchniach złącz emiterowych, ze względu na różne napięcia kolektor-emiter, są różne. Uwzględniając efekt Early'ego (skończoną rezystancję wyjściową) można napisać dla źródła z rys. 4/2 przy $S_1 = S_2$

$$\frac{I_o}{I_{C1}} = \frac{1 + \frac{U_{CE2}}{U_A}}{1 + \frac{U_{CE1}}{U_A}} \tag{4/13}$$

Jeśli założymy $\beta_0 \gg 1$, to

$$I_o = I_{ref} \frac{1 + \frac{U_{CE2}}{U_A}}{1 + \frac{U_{CE1}}{U_A}} \tag{4/14}$$

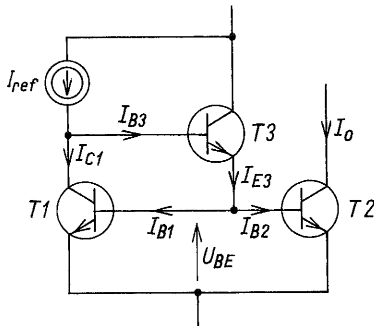
Zawsze $U_{CE2} > U_{CE1}$, zatem prąd $I_o > I_{C1}$. Jeżeli różnica między napięciami kolektor-emiter jest znaczna, jest konieczne uwzględnienie tego w projektowaniu i korzystanie ze wzoru (4/14).

Jeżeli wartość β_0 jest mała, to pojawia się dodatkowy błąd, prąd I_{ref} jest bowiem $(1 + 2/\beta_0)$-krotnie większy niż I_o (patrz wzór (4/6)). Wadę tę minimalizuje zmodyfikowany układ źródła stałoprądowego (rys. 4/3). Jak wynika z rysunku. przy pominięciu efektu Early'ego,

$$I_{E3} = I_{B1} + I_{B2} = \frac{I_{C1} + I_{C2}}{\beta_0} = \frac{2}{\beta_0} I_o$$

zatem prąd bazy tranzystora $T3$ można przedstawić następująco:

$$I_{B3} = \frac{I_{E3}}{\beta_0 + 1} = \frac{2}{\beta_0(\beta_0 + 1)} I_o$$



4/3 Zmodyfikowane źródło stałoprądowe

Po zsumowaniu prądów w węźle kolektora tranzystora $T1$ otrzymuje się

$$I_{ref} - I_{C1} - \frac{2}{\beta_0(\beta_0 + 1)} I_o = 0$$

Można zatem napisać

$$I_o = \frac{I_{ref}}{1 + \dfrac{2}{\beta_0(\beta_0 + 1)}} \tag{4/15}$$

Jak wynika ze wzoru (4/15) przy takim samym β_0 prąd I_o, w tym przypadku, znacznie mniej się różni od I_{ref}.

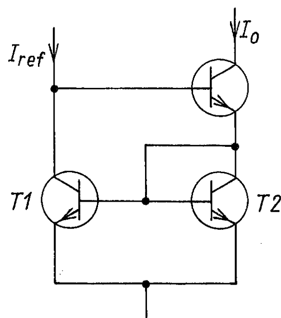
Jeśli uwzględnimy skończoną rezystancję wyjściową tranzystorów, to dynamiczna rezystancja obu źródeł stałoprądowych będzie określona wzorem

$$r_{ac} = \frac{U_A}{I_o} \tag{4/16}$$

Z porównania ze wzorem (4/8), wynika, że rezystancja dynamiczna r_{ac} jest dużo większa niż rezystancja statyczna R_{DC}, bowiem $U_A \gg U_{CE2}$.

Identyczna zależność jak (4/15) opisuje *zwierciadło prądowe Wilsona*, przedstawione na rys. 4/4. Zaletą tego źródła stałoprądowego jest znacznie większa rezystancja dynamiczna. Określa ją przybliżony wzór

$$r_{ac} \cong \frac{\beta_0 U_A}{2I_o} \tag{4/17}$$



4/4 Zwierciadło prądowe Wilsona

Przykład 4/1. Zaprojektować źródło stałoprądowe wg rys. 4/2, przy czym prąd odniesienia płynie od napięcia zasilania $U_{CC} = 6$ V przez rezystor R (podobnie jak na rys. 4/1). Wymagany prąd źródła $I_o = 1$ mA, napięcie $U_{CE2} = 6$ V. Przyjąć, że tranzystory są jednakowe i $U_{BE} = 0{,}7$ V, $\beta_0 \gg 1$, $U_A = 100$ V. Wyznaczyć rezystancje statyczną i dynamiczną źródła.
Z rysunku 4/2 wynika: $U_{CE1} = U_{BE} = 0{,}7$ V. Na podstawie wzoru (4/14) można napisać

$$I_{ref} = I_o \frac{1 + \dfrac{U_{BE}}{U_A}}{1 + \dfrac{U_{CE2}}{U_A}} = 1(1 + 7 \cdot 10^{-3})/(1 + 6 \cdot 10^{-2})\,\text{mA} = 0{,}95\,\text{mA}$$

Z treści zadania wynika

$$I_{ref} = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{R} \tag{P. 4/1.1}$$

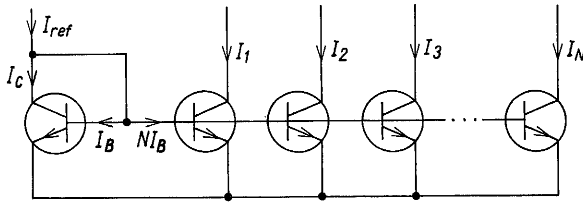
skąd

$$R = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{I_{ref}} = (6 - 0{,}7)/0{,}95\,\text{k}\Omega = 5{,}57\,\text{k}\Omega \tag{P. 4/1.2}$$

Ze wzorów (4/8) i (4/16) otrzymuje się

$R_{DC} = 6/1\,\text{k}\Omega = 6\,\text{k}\Omega \qquad r_{ac} = 100/1\,\text{k}\Omega = 100\,\text{k}\Omega$ □

Wymuszenie ustalonych prądów jest możliwe jednocześnie w wielu tranzystorach. Schemat układu „reprodukującego" prąd wielokrotnie przed-



4/5 Bipolarne źródło stałoprądowe wymuszające wiele prądów

stawiono na rys. 4/5. Zaniedbując rezystancje wyjściowe tranzystorów, na podstawie rys. 4/5 można napisać

$$I_{ref} = I_C + (N+1)I_B$$

a stąd

$$I_1 = I_2 = \ldots = I_N = I_o = \frac{I_{ref}}{1 + \dfrac{N+1}{\beta_0}} \tag{4/18}$$

Dla dużych β_0 i małego N wszystkie prądy są w przybliżeniu równe I_{ref}. Zauważmy jednak, że przy ustalonym β_0 różnica między I_o i I_{ref} rośnie wraz ze wzrostem liczby wyjść N. Zilustrujemy to przykładem.

Przykład 4/2. Należy wyznaczyć liczbę wyjść, przy której wartość prądów wymuszonych nie różni się więcej niż o 10% od wartości prądu odniesienia. Przyjąć $\beta_0 = 100$.
Zgodnie ze wzorem (4/18) można napisać

$$\frac{\Delta I_{ref}}{I_{ref}} = 1 - \frac{1}{1 + \dfrac{N+1}{\beta_0}} = \frac{N+1}{\beta_0 + 1 + N} \tag{P. 4/2.1}$$

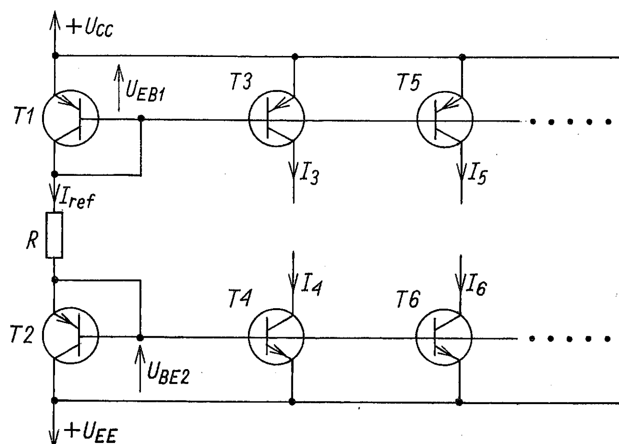
a stąd

$$N = \beta_0 \frac{\dfrac{\Delta I_{ref}}{I_{ref}}}{1 - \dfrac{\Delta I_{ref}}{I_{ref}}} - 1 \tag{P. 4/2.2}$$

Po podstawieniu do otrzymanego wzoru zadanych wartości otrzymuje się $N = 9$. □

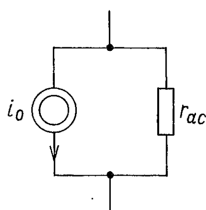
Na rysunku 4/6 przedstawiono schemat układu, w którym prąd odniesienia

$$I_{ref} = \frac{U_{CC} + U_{EE} - U_{BE1} - U_{EB2}}{R} \tag{4/19}$$



4/6 Źródło stałoprądowe wymuszające wiele prądów zbudowane z trazystorów *npn* i *pnp*

wymusza prądy kolektorów w tranzystorach *T*3, *T*4, *T*5 itd. Wartości tych prądów, w zależności od powierzchni złącz emiterowych mogą być różne i stanowić różną wielokrotność prądu odniesienia. Zauważmy, że tranzystory *T*1, *T*3, *T*5, ... są typu *pnp*, a tranzystory *T*2, *T*4, *T*6, ... typu *npn*. Tranzystory *T*1 i *T*2 tworzą *stałoprądowe źródło odniesienia*, a pozostałe tranzystory tworzą *zwierciadła prądu odniesienia*. Wymuszone prądy mogą płynąć przez takie obciążenia, które nie spowodują przekroczenia napięcia $U_{CC} - U_{EB1}$ na kolektorach tranzystorów *pnp* i spadku napięcia $U_{EE} + U_{BE2}$ na kolektorach tranzystorów *npn*.



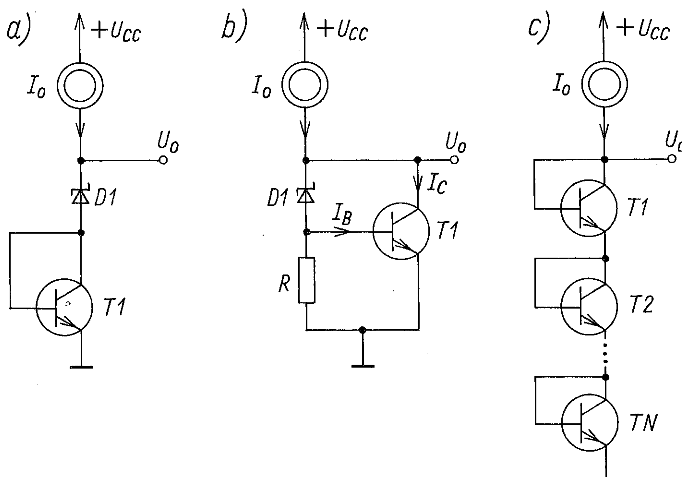
4/7 Schemat zastępczy źródła stałoprądowego

Jak wynika z dotychczasowych rozważań źródła stałoprądowe charakteryzują się rezystancją statyczną (dla prądu stałego) R_{DC} o dosyć małej warości i rezystancją dynamiczną (dla przebiegów zmiennych) r_{ac} o bardzo dużej wartości. W analizie zmiennoprądowej źródła stałoprądowe zastępuje się schematem zastępczym przedstawionym na rys. 4/7, przy czym i_o jest prądem zmiennym źródła.

4.2.3 Źródła napięciowe

W wielu przypadkach w celu zapewnienia określonego punktu pracy jest konieczne podanie napięcia stałego ze źródła o bardzo małej rezystancji wewnętrznej. W idelanym przypadku powinno to być źródło o doskonałej

stałości wartości napięcia, niewrażliwe na zmiany napięcia zasilania i temperatury. Jeżeli zasadniczą cechą jest mała rezystancja wewnętrzna to źródło takie nazywa się *źródłem napięciowym*, jeżeli podstawową cechą jest stałość napięcia, a wymaganie małej rezystancji wewnętrznej nie jest zasadnicze, to nazywa się je *źródłem napięcia odniesienia*. Zródła napięciowe są stosowane do dostarczenia niezależnego napięcia stałego do jakiegoś węzła układu. Zwierają one, przez małą rezystancję wewnętrzną, sygnały zmienne i w tym samym spełniają taką funkcję, jak kondensatory bocznikujące w klasycznych układach zasilania tranzystorów.



4/8 Schematy źródeł napięciowych: a) z diodą Zenera, b) o zmniejszonej wrażliwości na zmiany napięcia zasilania, c) o napięciu wyjściowym nU_{BE}

Na rysunku 4/8 przedstawiono trzy schematy źródeł napięciowych. Jak widać, częścią składową źródeł napięciowych jest źródło stałoprądowe, które może być zrealizowane na jeden ze sposobów omówionych w rozdz. 4.2.2. Napięcie na wyjściu układu z rys. 4/8a

$$U_o = U_Z + U_{BE} \tag{4/20}$$

przy czym: U_Z – napięcie diody Zenera, którą tworzy tranzystor w połączeniu diodowym, spolaryzowany w kierunku zaporowym i pracujący w zakresie przebicia.

W układzie tym tranzystor $T1$ połączony diodowo i spolaryzowany w kierunku przewodzenia, służy do częściowej kompensacji dodatniego współczynnika temperaturowego napięcia U_Z. W układzie scalonym połączenie diody $D1$ i tranzystora $T1$ realizuje się jako jeden tranzystor z dwoma odseparowanymi emiterami. Korzystając ze wzoru (2/7) można napisać

$$U_{BE} = U_T \ln\frac{I_o}{I_S} = U_T \ln I_S - U_T \ln I_S$$

Rezystancję wewnętrzną źródła (rezystancja dynamiczna) z rys. 4/8a określa wzór

$$r_{ac} = \frac{\partial U_o}{\partial I_o} = \frac{\partial U_Z}{\partial I_o} + \frac{\partial U_{BE}}{\partial I_o} = r_Z + \frac{U_T}{I_o} \tag{4/21}$$

przy czym: r_Z – rezystancja dynamiczna diody Zenera (dla typowych struktur półprzewodnikowych ma wartość 40...100 Ω).

Zauważmy, że w temperaturze pokojowej wartość U_T/I_o dla $I_o = 1$ mA, jest ok. 25 Ω. Rezystancja wewnętrzna źródła napięciowego z rys. 4/8a jest zatem rzeczywiście mała i dla prądów rzędu miliamperów jest ok. 100 Ω.

W układzie z rys. 4/8b napięcie wyjściowe i rezystancja wewnętrzna są w przybliżeniu takie jak określone wzorami (4/20) i (4/21). Dzięki temu, że przez diodę Zenera płynie prąd bazy tranzystora o wartości słabo zależnej od napięcia zasilania, wrażliwość napięcia U_o na zmiany napięcia zasilania jest mniejsza niż w układzie z rys. 4/8a.

Proces technologiczny ogranicza zakres napięć Zenera do wartości od 6,5...8 V, co pociąga za sobą ograniczony zakres napięć źródeł napięciowych z rys. 4/8a i b (patrz wzór (4/21)). Na rysunku 4/8c przedstawiono źródło o napięciu wyjściowym:

$$U_o = N U_{BE} \tag{4/22}$$

i rezystancji wewnętrznej

$$r_{ac} = \frac{\partial(N U_{BE})}{\partial I_o} = N \frac{U_T}{I_o} \tag{4/23}$$

Jak wynika ze wzorów (4/22) i (4/23) to źródło napięciowe, w zależności od liczby tranzystorów włączonych diodowo, może mieć napięcie wyjściowe od ok. 0,7 V do 0,7N V oraz rezystancję wewnętrzną, przy $I = 1$ mA, od ok. 25 do 25N Ω.

Wadą rozważanego źródła jest proporcjonalny do N współczynnik temperaturowy napięcia wyjściowego, a mianowicie

$$\frac{\partial U_o}{\partial T} = N \frac{\partial U_{BE}}{\partial T} = -2N \text{ mV/°C} \tag{4/24}$$

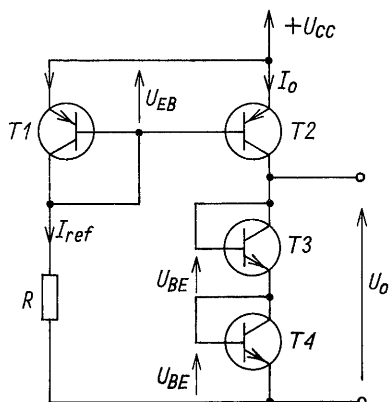
Przykład 4/3. Zaprojektować źródło napięciowe o wyjściowym napięciu względem masy $U_o = 1{,}4$ V i rezystancji wewnętrznej mniejszej niż 20 Ω. Przyjąć napięcie zasilania $U_{CC} = 3$ V, $U_{BE} = U_{EB} = 0{,}7$ V, $U_T = 25$ mV, $\beta_0 >> 1$.
Ze wzoru (4/22) wynika $N = 2$, a ze wzoru (4/23)

$$I_o = \frac{N U_T}{r_{ac}} = 2 \cdot 25/20 \text{ mA} = 2{,}5 \text{ mA} \tag{P. 4/3.1}$$

Na podstawie rys. 4/8c przyjmijmy schemat ideowy taki, jak na rys. 4/9 i załóżmy, że tranzystory *T*1 i *T*2 są jednakowe i że można pominąć efekt Early'ego. Wtedy, zgodnie ze wzorem (4/7) $I_{ref} \cong I_o = 2{,}5\,\text{mA}$, natomiast rezystancję R można wyznaczyć następująco

$$R = \frac{U_{CC} - U_{EB}}{I_{ref}} = (3 - 0{,}7)/2{,}5\,\text{k}\Omega = 920\,\Omega \tag{P. 4/3.2}$$

Odnotujmy, że współczynnik temperaturowy zaprojektowanego źródła napięciowego jest równy $-4\,\text{mV/°C}$. □



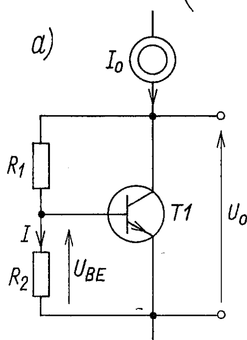
4/9 Schemat układu źródła napięciowego do przykł. 4/3

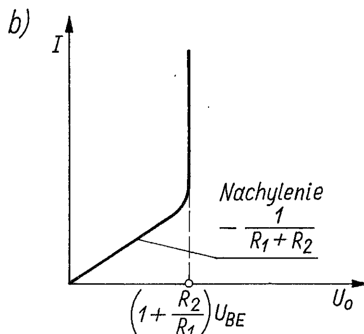
Duża liczba tranzystorów w połączeniu diodowym, przy realizacji źródła z rys. 4/8c o dużym napięciu, prowadzi do dość dużej powierzchni zajmowanej przez układ. Alternatywnym rozwiązaniem jest źródło napięciowe, nazywane *mnożnikiem* U_{BE} (rys. 4/10a). Jeżeli pominie się prąd bazy wobec prądu płynącego przez dzielnik rezystywny, to

$$U_{BE} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_o$$

a stąd

$$U_o = U_{BE}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \tag{4/25}$$





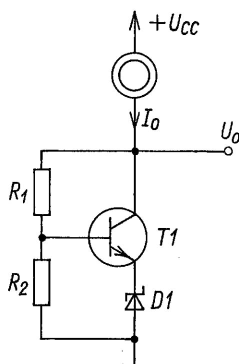
4/10 Mnożnik U_{BE} a) schemat układu, b) charkterystyka wyjściowa

Zauważmy, że dopóki spadek napięcia na R_2, wywołany przepływem prądu I, jest większy lub równy U_{BE}, dopóty tranzystor jest w stanie aktywnym, normalnym. Jak pokazano to na rys. 4/10b, w tym zakresie napięcie wyjściowe jest prawie niezależne od napięcia zasilania i prądu źródła stałoprądowego.

Dynamiczna rezystancja wewnętrzna rozpatrywanego źródła napięciowego jest dana wzorem

$$r_{ac} = \frac{R_1}{\beta_0} + \frac{R_1 + R_2}{g_m R_2} \qquad (4/26)$$

Zazwyczaj rezystancja wewnętrzna omawianego źródła napięciowego ma wartość 50...200 Ω.



4/11 Modyfikacja źródła napięciowego z rys. 4/10

Na rysunku 4/11 przedstawiono zmodyfikowaną wersję źródła z rys. 4/10a. Układ ten umożliwia uzyskanie dużych napięć wyjściowych, dzięki zastosowaniu wysokonapięciowej diody Zenera, mianowicie

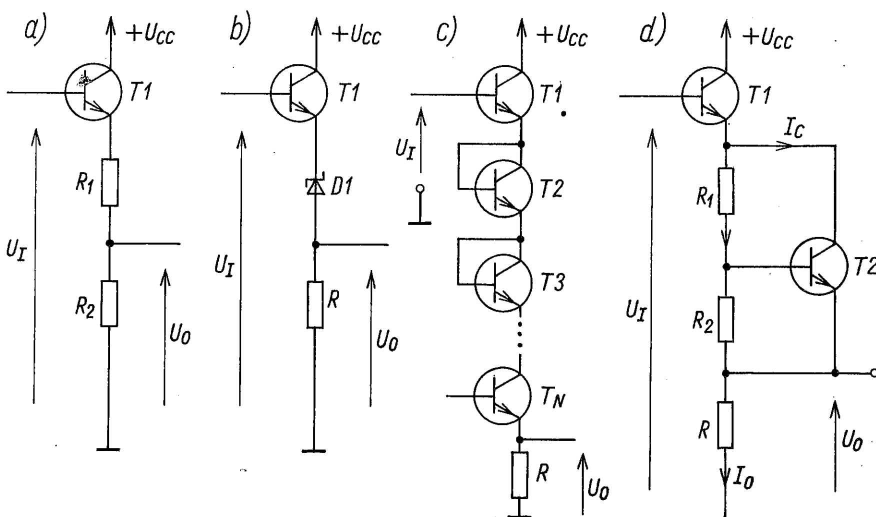
$$U_o = (U_Z + U_{BE})\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \qquad (4/27)$$

4.2.4 Układy przesuwania napięcia stałego

Konsekwencją braku możliwości realizacji pojemności, o dostatecznie dużych wartościach, jest stosowanie bezpośredniego sprzężenia między kolejmymi stopniami układu scalonego. Taki sposób łączenia stopni wymaga, aby węzeł wyjściowy stopnia miał taki sam potencjał stały, jak węzeł wejściowy następnego stopnia. Wymaga się ponadto, aby zaciski wejściowe i wyjściowe układu miały zerowy potencjał względem masy. Wiadomo, że w tranzystorze *npn* węzeł kolektora ma wyższy potencjał niż węzeł bazy. Wzmacniacz w konfiguracji wspólnego emitera, z tranzystorem *npn*, ma zawsze wyższy stały potencjał na wyjściu niż na wejściu. Połączenie kilku takich stopni

powoduje szybkie zbliżenie się potencjału wyjścia kolejnego stopnia do potencjału źródła zasilającego układ.

Przedstawione wyżej przyczyny sprawiają, że konieczne jest „wtrącanie", między poszczególne stopnie układu scalonego, *układów przesuwania napięcia stałego.* Układ przesuwania napięcia stałego na wejściu powinien mieć potencjał stały równy potencjałowi wyjścia stopnia poprzedzającego, a na wyjściu równy potencjałowi wejścia następnego stopnia. W zakresie zmiennoprądowym, układy przesuwania napięcia stałego nie powinny obciążać poprzedniego stopnia, sterować napięciowo następny stopień, ponadto nie powinny tłumić przenoszonego sygnału zmiennego. W idealnym przypadku powinny to zatem być idealne źródła napięciowe sterowane napięciem o wzmocnieniu 1.



4/12 Układy przesuwania napięcia stałego a) z dzielnikiem rezystancyjnym, b) z diodą Zenera, c) z dzielnikiem tranzystorowym w połączeniu diodowym, d) z mnożnikiem U_{BE}

Na rysunku 4/12 przedstawiono cztery układy przesuwania napięcia stałego. Wszystkie one przesuwają wejściowe napięcie stałe U_I do niższego poziomu U_O. W tym rozdziale rozważymy jedynie ich właściwości stałoprądowe, zadowołając się na razie stwierdzeniem, że ich dynamiczne rezystancja wejściowa jest duża, wyjściowa mała, a wzmocnienie napięciowe jest mniejsze niż jeden. Omówienie właściwości dynamicznych tych układów zawiera rozdz. 7.

Zauważmy, że napięcie wyjściowe układu z rys. 4/12a można przedstawić następująco:

$$U_O = (U_I - U_{BE}) \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{4/28}$$

Jeśli $U_I \gg U_{BE}$, to stałoprądowe wzmocnienie napięciowe

$$A_{u0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \tag{4/29}$$

Napięcie wejściowe zostaje zatem przesunięte o

$$\Delta U = U_O - U_I = \frac{-U_{BE}}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \tag{4/30}$$

Przesunięcie napięcia jest tym większe, im jest większa rezystancja R_1, ale tym mniejsze jest wzmocnienie napięciowe. Układ ten nie znajduje więc zastosowania.

Układ z diodą Zenera (rys. 4/12b) przesuwa napięcie o wielkość

$$\Delta U = -(U_Z + U_{BE}) \tag{4/31}$$

przy czym: U_Z – napięcie Zenera diody $D1$.

W tym układzie jest możliwe przesunięcie napięcia o kilka woltów, a ze względu na pomijalność rezystancji dynamicznej diody Zenera wobec rezystancji R, wzmocnienie napięciowe jest bliskie jeden. Układ ten nie może być stosowany w przypadku małego napięcia zasilania ($U_{CC} < 10\,\text{V}$) oraz do przesuwania małych napięć stałych.

Na rysunku 4/12c przedstawiono układ przesuwania napięcia stałego z zastosowaniem wielu tranzystorów w połączeniu diodowym. Przesunięcie napięcia stałego w tym układzie jest następujące:

$$\Delta U = -(N + 1)\,U_{BE} \tag{4/32}$$

przy czym: N – liczba tranzystorów połączonych diodowo w układzie.

Przy założeniu, że wypadkowa rezystancja diod jest pomijalna w porównaniu z R, wzmocnienie napięciowe układu jest bliskie jeden.

Układ przedstawiony na rys. 4/12d wykorzystuje mnożnik U_{BE} omówiony w rozdz. 4.2.3. Wiadomo zatem, że napięcie między kolektorem a emiterem tranzystora $T2$ jest dane wzorem (4/25). Wobec tego

$$\Delta U = -U_{BE}\left(2 + \frac{R_1}{R_2}\right) \tag{4/33}$$

Wadą układów przesuwania napięcia z rys. 4/12c i d jest zależność napięcia wyjściowego od temperatury; zarówno U_Z jak i U_{BE}, zmieniają się bowiem przy zmianach temperatury.

W rozważanych układach przesunięcie napięcia jest ujemne. Odwrotny efekt otrzyma się stosując układy przesunięcia napięcia z tranzystorami *pnp* i ujemnym napięciem zasilania.

Przykład 4/4. Zaprojektować układ przesuwania napięcia stałego, który przesuwa napięcie 6,2 V do wartości 2 V. Przyjąć napięcie zasilania $U_{CC} = 10$ V, prąd zasilania $I_0 = 100\,\mu$A i $U_{BE} = 0{,}7$ V. Przesunięcie napięcia wynosi $-4{,}2$ V, jest zatem korzystnie wybrać realizację układu zgodną ze schematem z rys. 4/12d. Ze wzoru (4/33) otrzymuje się

$$\frac{R_2}{R_1} = -\left(2 + \frac{\Delta U}{U_{BE}}\right) = -(2 - 4{,}2/0{,}7) = 4 \qquad \text{(P. 4/4.1)}$$

Przy pominięciu prądu bazy tranzystora $T2$ i przyjęciu $I = 50\,\mu$A, z układu wynika, że

$$I = 50\,\mu\text{A} \qquad R_2 = U_{BE}/I = 0{,}7/0{,}05\,\text{k}\Omega = 14\,\text{k}\Omega \qquad \text{(P. 4/4.2)}$$

zatem

$$R_1 = \frac{1}{4} R_2 = 14/4\,\text{k}\Omega = 3{,}5\,\text{k}\Omega$$

$$R = U_O/I_0 = 2/0{,}1\,\text{k}\Omega = 20\,\text{k}\Omega$$

□

4.2.5 Prądowe i napięciowe źródła odniesienia

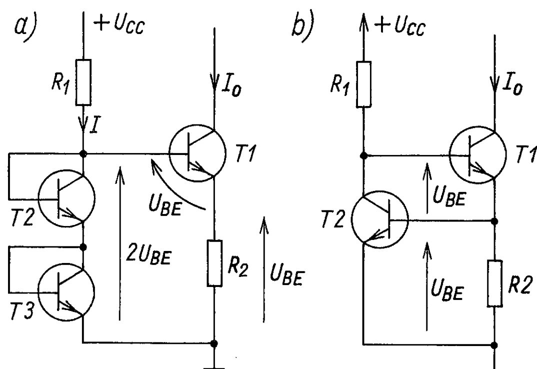
Omówione w rozdziale 4.2.2 źródła stałoprądowe, a ściślej – zwierciadła prądu, charakteryzują się w przybliżeniu taką stałością wymuszanego prądu, jak stałość prądu źródła odniesienia. Jeżeli źródło odniesienia jest realizowane tak jak na rys. 4/1 lub rys. 4/6, to prąd odniesienia i prądy wymuszone liniowo zależą od napięcia zasilania (patrz wzory (4/3) i 4/19)). Wrażliwość na zmiany temperatury jest znacznie mniejsza, a przy dobrej technologii bliska zero.
Odwrotnie jest w przypadku źródeł napięciowych, których napięcia zależą od wrażliwych na zmiany temperatury wielkości takich jak U_{BE}, U_T i U_Z (patrz przykładowo wzór (4/28)), natomiast zależność od zmian napięcia zasilania jest pomijalnie mała (patrz przykładowo rys. 4/10).
W przypadku źródeł prądowych realizuje się głównie stabilizację napięciową, w przypadku źródeł napięciowych – stabilizację temperaturową.

Na rysunku 4/13 przedstawiono *niezależne od napięcia zasilania źródła stałoprądowe.* Jak wynika z rys. 4/13a baza tranzystora $T1$ ma potencjał $2U_{BE}$, a spadek napięcia na rezystorze R_2 jest równy U_{BE}. Pomijając prąd bazy tranzystora $T1$ można napisać

$$I_o = \frac{U_{BE}}{R_2} \qquad (4/34)$$

W podobny sposób działa układ z rys. 4/13b; bezpośrenio z rysunku wynika wzór (4/34). Zauważmy jednak, że zgodnie ze wzorem (2/7), napięcie U_{BE}, tranzystorów $T1$ i $T2$ (rys. 4/13b), zależy od prądu

$$I = \frac{U_{CC} - 2U_{BE}}{R_1} \qquad (4/35)$$



4/13 Niezależne od napięcia zasilania źródło stałoprądowe

Prąd źródła z rys. 4/13a i b nie jest zatem całkowicie niezależny od napięcia zasilania. Zależność logarytmiczna jest jednak znacznie słabsza niż liniowa.

Innym niedostatkiem jest silna zależność napięcia U_{BE} od temperatury. Pochodna prądu I_o względem temperatury T

$$\frac{dI_o}{dT} = \frac{1}{R_2}\frac{dU_{BE}}{dT} - \frac{U_{BE}}{R_2}\frac{dR_2}{dT}$$

Po podzieleniu tego równania przez I_o i zastąpieniu przyrostów różniczkowych – przyrostami skończonymi otrzymuje się

$$TWI_0 = \frac{\Delta I_o}{I_o \Delta T} = \frac{\Delta U_{BE}}{U_{BE}\Delta T} - \frac{\Delta R_2}{R_2 \Delta T} = TWU_{UB} - TWR_2 \tag{4/36}$$

przy czym: TWI_o, TWU_{BE} i TWR_2 – współczynniki temparturowe względnych zmian odpowiednio: I_o, U_{BE} i R_2.

Współczynnik TWU_{BE} ma wartość ok. $-3000 \cdot 10^{-6}/°C$, natomiast TWR – ok. $+2000 \cdot 10^{-6}/°C$. Współczynniki te odejmują się (patrz wzór 4/36). Współczynnik TWI_o ma zatem wartość $-5000 \cdot 10^{-6}/°C$, co prowadzi w efekcie do 50% spadku wartości prądu I_o w temperaturze większej niż 100°C.

Lepszym rozwiązaniem jest źródło stałoprądowe, przedstawione na rys. 4/14, nazywane *źródłem Widlara*. Po zsumowaniu napięć w oczku otrzymuje się

$$U_{BE1} - U_{BE2} - I_o R_2 = U_T \ln\frac{I_{C1}}{I_{S1}} - U_T \ln\frac{I_o}{I_{S1}} - I_o R_2 = 0$$

Jeżeli tranzystory są jednakowe, to

$$I_o = \frac{U_T}{R_2}\ln\frac{I_{C1}}{I_o} \tag{4/37}$$

Jeśli pominiemy prąd bazy wobec prądu kolektora i napięcia U_{BE1} wobec U_{CC}, to możemy napisać

$$I_{C1} \cong I = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{R_1} \cong \frac{U_{CC}}{R_1} \tag{4/38}$$

Po podstawieniu zależności (4/38) do (4/37) otrzymamy

$$I_o \cong \frac{U_T}{R_2} \ln \frac{U_{CC}}{I_o R_1} \tag{4/39}$$

Ze wzoru (4/39) wynika, że prąd I_o logarytmicznie zależy od napięcia zasilania, a wrażliwość na zmiany tempearaturowe jest mniejsza niż w układach z rys. 4/13. Temperaturowy współczynnik napięcia U_T wynosi ok. $+3000 \cdot 10^{-6}/°C$ i jest kompensowany przez dodatni temperaturowy współczynnik rezystora R_2. W rezultacie temperaturowy współczynnik prądu I_o jest ok. $1000 \cdot 10^{-6}/°C$.

Przykład 4/5. Zaprojektować źródło Widlara o następujących parametrach: $I_o = 10\,\mu A$, $I_{C1} = 1\,mA$, $U_{CC} = 10\,V$. Przyjąć $U_{BE} = 0{,}7\,V$ i zaniedbać prądy baz.
Na podstawie obwodu z rys. 4/14 można napisać

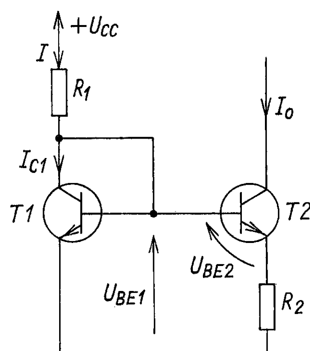
$$R_1 = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{I} = (10 - 0{,}7)/1\ k\Omega = 9{,}3\ k\Omega \tag{P. 4/5.1}$$

Po pominięciu prądu baz mamy: $I_{C1} = I = 1\,mA$. Ze wzoru (4/37) otrzymujemy

$$R_2 = U_T \ln \frac{I}{I_o} = (26/0{,}01) \ln(1/0{,}01)\ k\Omega = 11{,}9\ k\Omega \tag{P. 4/5.2}$$

□

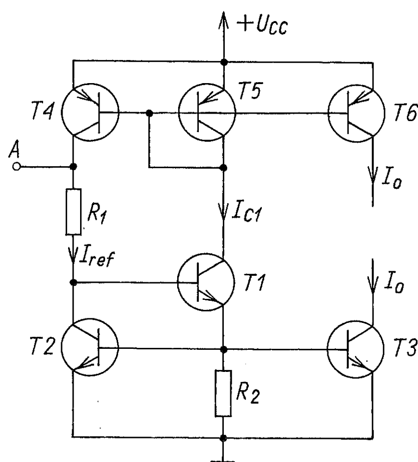
Jak wynika z przykładu prąd wymuszany w tranzystorze $T2$ może być znacznie mniejszy niż prąd odniesienia, pomimo że powierzchnie złącz emiterowych obu tranzystorów są jednakowe. Jest to cecha źródła Widlara, które stosuje się wówczas, gdy jest wymagany mały prąd zwierciadła prądu.



4/14 Źródło Widlara

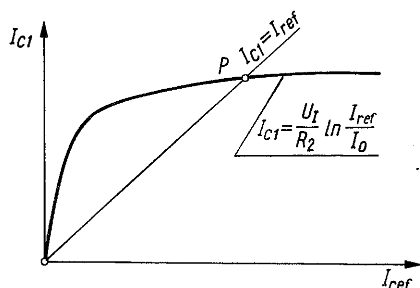
Na rysunku 4/15 przedstawiono *układ samoczynnie polaryzujący się napięciem odniesienia* U_{BE} (ang. *self-biasing* U_{BE} *reference*). Zauważmy, że tranzystory *T*1 i *T*2 tworzą układ z rys. 4/13b. Prąd I_{C1} jest zatem dany wzorem (4/34), a po uwzględnieniu zależności U_{BE} od prądu kolektora (patrz wzór (2/7)), może być zapisany następująco:

$$I_{C1} = \frac{U_{BE2}}{R_2} = \frac{U_T}{R_2} \ln \frac{I_{ref}}{I_{S2}} \qquad (4/40)$$



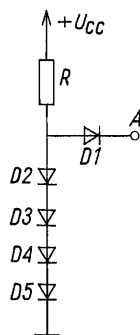
4/15 Źródło samoczynnie polaryzujące się napięciem U_{BE}

Źródło stałoprądowe złożone z tranzystorów *T*4 i *T*5 wymusza natomiast zgodnie ze wzorem (4/7) $I_{C1} = I_{ref}$. Oba warunki muszą być spełnione, co prowadzi do określonego punktu pracy, przedstawionego na rys. 4/16. Jak wynika z rysunku, poza pożądanym punktem pracy *P*, oba warunki są również spełnione w punkcie $I_{C1} = I_{ref} = 0$. Rzeczywisty układ może znaleźć się w takim stanie przy niezerowym napięciu zasilania. Dla zapobieżenia takiej niepożądanej sytuacji stosuje się specjalne układy zabezpieczające np. takie, jak przedstawiony na rys. 4/17 (diody oznaczają tranzystory połączone diodowo). Układ ten należy połączyć z układem z rys. 4/15 (połączyć przez zaciski oznaczone literą A), a zadaniem jego jest spowodowanie przepływu prądu przez rezystor R_1 wówczas, gdy $I_{C1} = 0$, czyli wyprowadzenie układu źródła z niepożądanego punktu pracy. Gdy układ źródła osiągnie właściwy punkt



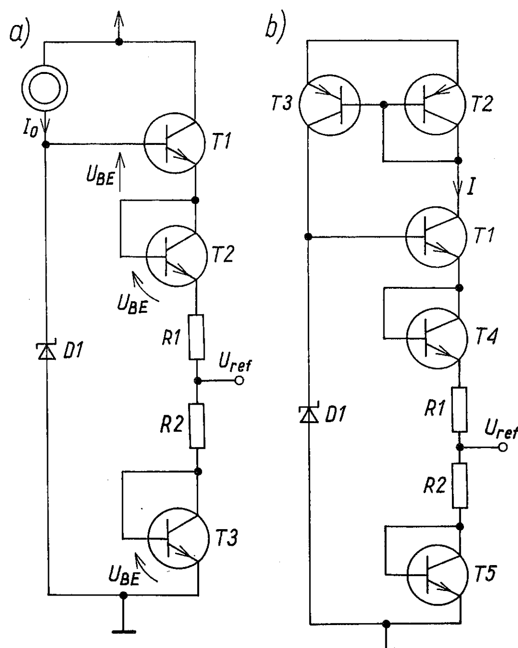
4/16 Charakterystyka przejściowa układu z rys. 4/15

pracy, napięcie w węźle oznaczonym literą *A*, dzięki wstecznej polaryzacji diody *D*1, spowoduje odłączenie układu pomocniczego. Z wyjątkiem wpływu skończonej rezystancji wyjściowej tranzystora, omawiany układ można uważać za całkowicie niezależny od napięcia zasilania.



4/17 Układ zapobiegający niepożądanemu punktowi pracy źródła z rys. 4/15

Jak już wspomniano, w przypadku źródeł napięciowych jest istotna stabilizacja temperaturowa. W napięciowych źródłach odniesienia wymaga się temperaturowego współczynnika napięcia $< 100 \cdot 10^{-6}/°C$, rezygnując przy tym z bardzo małej rezystancji wewnętrznej. Na rysunku 4/18a przedstawiono źródło napięcia odniesienia, w którym wykorzystuje się przeciwne znaki współczynników temperaturowych napięcia Zenera i napiecia U_{BE}



4/18 Źródła napięcia odniesienia a) z kompensacją temperaturową U_Z i U_{BE}, b) modyfikacja polaryzująca się samoczynnie

diody spolaryzowanej w kierunku przewodzenia. Dioda $D1$ jest zasilana ze źródła stałoprądowego prądem I_o, co wywołuje na niej spadek napięcia U_Z. Rozważmy obwód emiter-baza tranzystora $T1$. Spadek napięcia na szeregowym połączeniu R_1 i R_2 jest równy

$$U_Z - 3U_{BE}$$

Wyjściowe napięcie odniesienia określa zatem wzór

$$U_{ref} = U_{BE} + (U_Z - 3U_{BE})\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2 U_Z + (R_1 - 2R_2) U_{BE}}{R_1 + R_2} \quad (4/41)$$

Zaniedbując wpływ temperaturowego współczynnika stosunku rezystorów na napięcie wyjściowe można napisać

$$\frac{dU_{ref}}{dT} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\frac{dU_Z}{dT} + \frac{R_1 - 2R_2}{R_1 + R_2}\frac{dU_{BE}}{dT} \quad (4/42)$$

Po zastąpieniu w równaniu (4/42) przyrostów różniczkowych – przyrostami skończonymi i zażądaniu

$$\frac{\Delta U_{ref}}{\Delta T} = 0$$

otrzymuje się warunek

$$\frac{\Delta U_Z}{\Delta T}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = -\frac{\Delta U_{BE}}{\Delta T}\frac{R_1 - 2R_2}{R_1 + R_2} \quad (4/43)$$

a tym samym

$$\frac{R_1}{R_2} = 2 + \frac{\frac{\Delta U_Z}{\Delta T}}{\frac{\Delta U_{BE}}{\Delta T}} \quad (4/44)$$

Bezwzględne wartości temperaturowych współczynników U_Z i U_{BE}, dla typowej technologii bipolarnej, mają następujące wartości:

$$\frac{\Delta U_Z}{\Delta T} = +3\,\text{mV/°C} \qquad \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta T} = -2\,\text{mV/°C}$$

można zatem wyznaczyć stosunek R_1/R_2, dla którego wyjściowe napięcie odniesienia jest niezależne od temperatury, mianowicie:

$$R_1/R_2 = 2 - 3/2 = 0{,}5$$

Zauważmy, że w takim przypadku wzór (4/41) przyjmuje następującą postać:

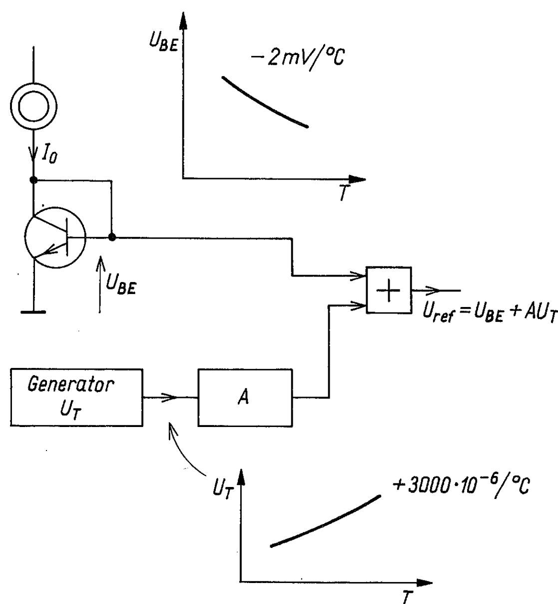
$$U_{ref} = U_Z/3$$

Ze wzoru tego wynika, że nominalna wartość napięcia odniesienia z zerowym współczynnikiem temperaturowym wynosi od 1,7...2,5 V, w zależności od wartości napięcia U_Z.

Na rysunku 4/18b przedstawiono inną wersję układu o takich samych właściwościach, jak układ z rys. 4/18a, w którym jest generowany, niezależny od napięcia zasilania, prąd płynący przez diodę $D1$. Jest to układ samoczynnie polaryzujący się napięciem odniesienia U_{BE} (patrz tranzystory $T1$, $T2$, $T3$ na rys. 4/18b, porównaj z rys. 4/15) i wymaga pomocniczego układu, zapewniającego pożądany punkt pracy (patrz rys. 4/17).

Omówione źródła napięcia odniesienia z diodą Zenera (rys. 4/18) zapewniają stałość napięcia odniesienia z temperaturowym współczynnikiem napięcia $\pm 30 \ldots \pm 50 \cdot 10^{-6}/°C$. Ich wadą jest konieczne dosyć duże napięcie zasilania (> 10 V).

Na rysunku 4/19 przedstawiono ogólną zasadę relizacji źródła napięcia odniesienia, wykorzystującego kompensację ujemnego temperaturowego współczynnika napięcia U_{BE} przez dodatni współczynnik napięcia U_T. Na



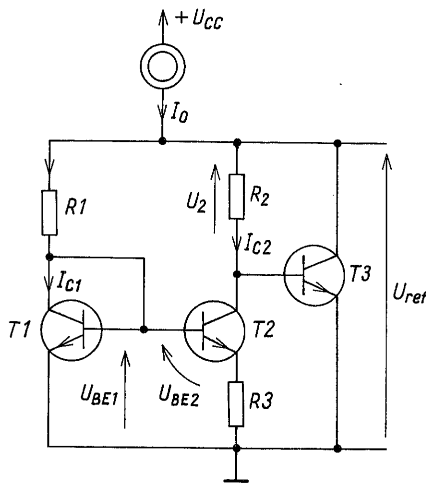
4/19 Ilustracja zasady realizacji źródła odniesienia typu *band-gap*

wyjściu sumatora otrzymuje się napięcie odniesienia, stanowiące sumę napięcia U_{BE}, i wymnożonego przez niezależny od temperatury współczynnik A, napięcia U_T. Jeżeli jest spełniona zależność:

$$A = -\frac{\frac{\Delta U_{BE}}{\Delta T}}{\frac{\Delta U_T}{\Delta T}} \qquad (4/45)$$

to napięcie odniesienia jest niezależne od temperatury.

Ze względu na określone wartości współczynników temperaturowych i wartości U_{BE} i U_T, napięcie odniesienia wynosi ok. 1,25 V; zbliżona do wartości napięcia bariery potencjału (ang. *band-gap*) krzemu. Układy realizowane wg tej zasady są nazywane dlatego *Band-Gap reference circuits* (układy z barierą potencjału).



4/20 Przykładowa realizacja źródła odniesienia typu *band-gap*

Na rysunku 4/20 przedstawiono prostą implementację zasady pokazanej na rys. 4/19. Tranzystory $T1$ i $T2$ tworzą źródło Widlara (patrz rys. 4/14). Spadek napięcia na rezystorze R_3

$$I_{C2} R_3 = U_{BE1} - U_{BE2} = U_T \ln \frac{I_{C1}}{I_{C2}} = \Delta U_{BE} \qquad (4/46)$$

Jeśli założymy $\beta_0 >> 1$, to napięcie na rezystorze R_2

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1} \Delta U_{BE} = U_T \frac{R_2}{R_3} \ln \frac{I_{C1}}{I_{C2}} \qquad (4/47)$$

Napięcie odniesienia jest zatem

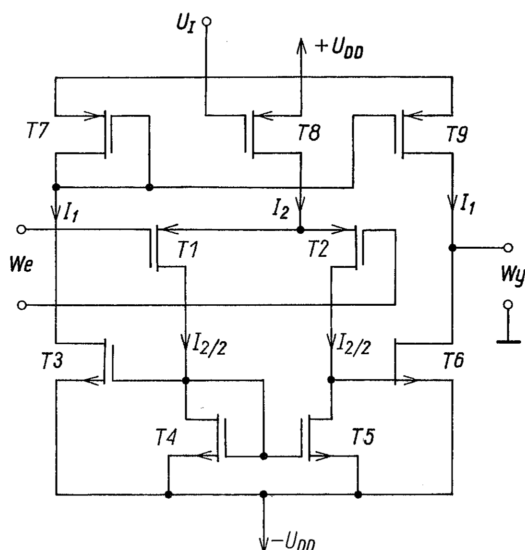
$$U_{ref} = U_2 + U_{BE3} = U_{BE3} + U_T \frac{R_2}{R_3} \ln \frac{I_{C1}}{I_{C2}} \tag{4/48}$$

Stosunek I_{C1}/I_{C2} jest prawie niezależny od temperatury, zatem przy odpowiednim doborze R_2/R_3 i I_{C1}/I_{C2}, otrzymuje się źródło napięcia odniesienia o współczynniku temperaturowym bliskim zera.

4.3 ZASILANIE I STABILIZACJA PUNKTU PRACY TRANZYSTORÓW W UKŁADACH SCALONYCH MOS

4.3.1 Przykład zasilania i stabilizacji punktu pracy tranzystorów w układzie scalonym MOS

Na rysunku 4/21 przedstawiono schemat prostego wzmacmiacza operacyjnego, realizowanego technologią CMOS. Sposób zasilania i stabilizacji punktu pracy tranzystorów w układach scalonych MOS, w tym w CMOS, jest analogiczny do stosowanego jak w scalonych układach bipolarnych. Na rysunku 4/21 są widoczne trzy źródła stałoprądowe. Pierwsze, zbudowane z tranzystorów *T7* i *T9*, wymusza prąd odniesienia I_1 w tranzystorze *T6*. Drugie źródło stałoprądowe (tranzystory *T4*, *T5* i *T3*) wymusza prąd odniesienia, równy $I_2/2$, w tranzystorze *T2* oraz wielokrotność prądu odniesienia równą I_1 w tranzystorze *T7*. Zauważmy, że jest to prąd odniesienia pierwszego źródła stałoprądowego. Tranzystor *T8* stanowi trzecie źródło stałoprądowe wymuszające jednakowe prądy w tranzystorach *T1* i *T2*.



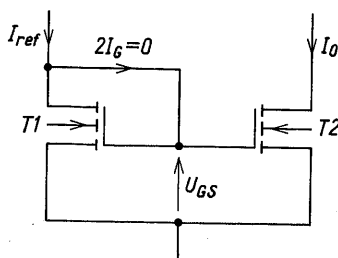
4/21 Przykład zasilania tranzystorów w scalonym wzmacniaczu operacyjnym CMOS

Układ zbudowany z tranzystorów $T9$ i $T6$ spełnia m.in. funkcję układu przesuwającego napięcie stałe do wartości 0 V na wyjściu wzmacniacza. Tranzystory $T4$, $T5$ i $T9$ stanowią jednocześnie obciążenia aktywne.

4.3.2 Źródła stałoprądowe

Na rysunku 4/22 przedstawione jest proste źródło stałoprądowe stosowane w scalonych układach MOS. Zaniedbując rezystancje wyjściowe tranzystorów można napisać

$$I_{ref} = k_1 (U_{GS} - V_{t1})^2 \qquad I_o = k_2 (U_{GS} - V_{t2})^2 \tag{4/49}$$



4/22 Źródło stałoprądowe MOS

Jeżeli tranzystory różnią się tylko rozmiarami, to

$$I_o = I_{ref} \frac{(W/L)_2}{(W/L)_1} \tag{4/50}$$

Jak wiadomo transkonduktancje tranzystorów można przedstawić następująco:

$$g_{m1} = 2\sqrt{k_1 I_{ref}} \qquad g_{m2} = 2\sqrt{k_2 I_o} \tag{4/51}$$

Stosunek prądów drenów jest zatem równy stosunkowi transkonduktancji, mianowicie

$$\frac{g_{m2}}{g_{m1}} = \sqrt{\frac{(W/L)_2}{(W/L)_1} \frac{I_o}{I_{ref}}} = \frac{I_o}{I_{ref}} \tag{4/52}$$

W przypadku uwzględnienia rozrzutu wartości napięć progowych

$$V_{t2} = V_{t1} + \Delta V_t$$

odchylenie prądu od wartości nominalnej

$$\Delta I_o = I_o \frac{(U_{GS} - V_{t1})^2 - (U_{GS} - V_{t1} - \Delta V_t)^2}{(U_{GS} - V_{t1})^2}$$

Ze wzoru na różnicę kwadratów i zniedbaniu ΔV_t wobec $2(U_{GS} - V_{t1})$, po przekształceniu otrzymuje się

$$\frac{\Delta I_o}{I_o} = \frac{2k_2(U_{GS} - V_{t2})}{k_2(U_{GS} - V_{t2})^2}\Delta V_t = \frac{g_{m2}}{I_o}\Delta V_t \tag{4/53}$$

a tym samym

$$\Delta I_o = g_{m2}\Delta V_t \tag{4/54}$$

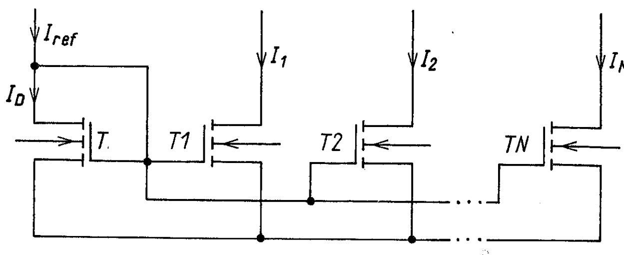
Zmiana wartości prądu źródła jest zatem proporcjonalna do wartości transkonduktancji tranzystora źródła.

Rezystancja dynamiczna źródła stałoprądowego jest określona wzorem

$$r_{ac} = r_o = \frac{1}{\lambda I_o} \tag{4/55}$$

Wymuszanie ustalonych prądów jest możliwe jednocześnie w wielu układach. Schemat takiego źródła prądowego przedstawiono na rys. 4/23. W przypadku tranzystorów o jednakowych rozmiarach, bezpośrednio z rysunku wynika

$$I_1 = I_2 = I_3 = \cdots = I_N = I_{ref} \tag{4/56}$$



4/23 Źródło stałoprądowe wymuszające wiele prądów zbudowane z tranzystorów MOSFET

W przypadku różnych rozmiarów tranzystorów prąd k-tego źródła określa wzór analogiczny do (4/50), a mianowicie

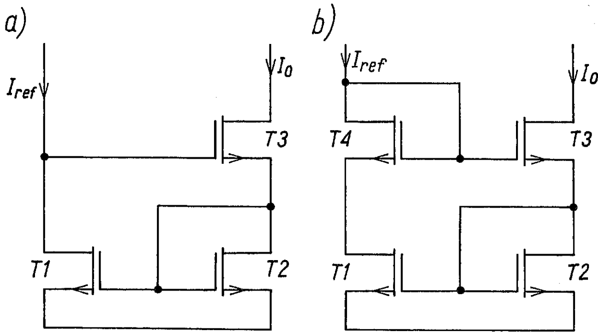
$$I_k = I_{ref}\frac{(W/L)_k}{(W/L)_{ref}} \tag{4/57}$$

Na rysunku 4/24 przedstawiono schematy źródeł stałoprądowych Wilsona, które charakteryzują się większą rezystancją wewnętrzną niż rezystancja źródła z rys. 4/22, mianowicie

$$r_{ac} = r_{o3}\, g_{m1}\, r_{o1} \tag{4/58}$$

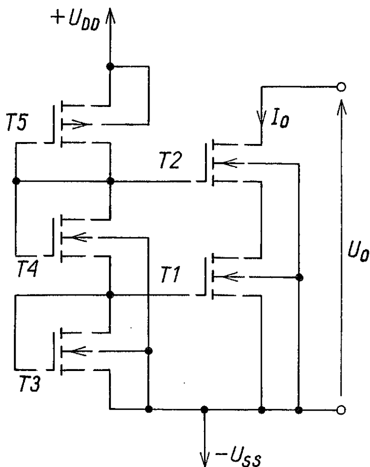
Rezystancja jest w tym przypadku 50...100 razy większa niż rezystancja źródła z rys. 4/22.

W układzie z rys. 4/24b, dzięki dodaniu tranzystora $T4$, tranzystory w obu gałęziach pracują przy takich samych napięciach U_{DS}.



4/24 Źródła stałoprądowe Wilsona (a), zmodyfikowane (b)

Omówione dotąd źródła stałoprądowe mogą być stosowane w układach NMOS i CMOS. W układach PMOS stosuje się analogiczne rozwiązania, aby je uzyskać należy w rozważonych źródłach tranzystory z kanałem n zastąpić tranzystorami z kanałem p i zamienić znak zasilania na ujemny.



4/25 Źródło stałoprądowe CMOS

Na rysunku 4/25 przedstawiono schemat źródła stałoprądowego realizowanego jedynie technologią CMOS ze względu na zastosowanie tranzystorów z kanałami n i p. Również to źródło ma zwiększoną $g_{m1} r_{o1}$ razy rezystancję wewnętrzną w porównaniu z najprostszym rozwiązaniem.

4.3.3 Dzielniki i układy przesuwania napięcia stałego

Ze względu na dosyć dużą rezystancję wyjściową w zakresie zmiennoprądowym tranzystory MOSFET w połączeniu diodowym stosuje się jako „elementy rezystywne" dzielników napięcia. Daje to możliwość odpowiedniej polaryzacji tranzystorów w zakresie stałoprądowym bez nadmiernego obciążania w zakresie zmiennoprądowym. Przykładowe dzielniki napięcia przedstawiono na rys. 4/26; na rysunku 4/26a pokazano układ NMOS, a na rys. 4/26b – układ CMOS. Po pominięciu rezystancji wyjściowej tranzystorów, dla układu z rys. 4/26a można napisać

$$U_{DS1} = \sqrt{\frac{I_D}{k_1}} + V_t \qquad U_{DS2} = \sqrt{\frac{I_D}{k_2}} + V_t \qquad U_{DS3} = \sqrt{\frac{I_D}{k_3}} + V_t \tag{4/59}$$

Napięcie zasilania, jako suma napięć dren-źródło, może być zatem wyrażone następująco:

$$U_{DD} = U_{DS1} + U_{DS2} + U_{DS3} = \sqrt{I_D}\left(\frac{1}{\sqrt{k_1}} + \frac{1}{\sqrt{k_2}} + \frac{1}{\sqrt{k_3}}\right) + 3V_t$$

skąd otrzymuje się

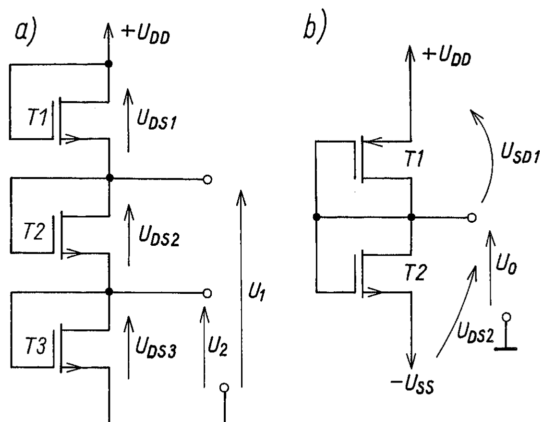
$$\sqrt{I_D} = \frac{U_{DD} - 3V_t}{\dfrac{1}{\sqrt{k_1}} + \dfrac{1}{\sqrt{k_2}} + \dfrac{1}{\sqrt{k_3}}} \tag{4/60}$$

Po podstawieniu otrzymanych wyrażeń do równań (4/59) otrzymuje się

$$U_{DS1} = \frac{U_{DD} - 3V_t}{1 + \sqrt{\dfrac{k_1}{k_2}} + \sqrt{\dfrac{k_1}{k_3}}} + V_t \tag{4/61}$$

$$U_{DS2} = \frac{U_{DD} - 3V_t}{1 + \sqrt{\dfrac{k_2}{k_1}} + \sqrt{\dfrac{k_2}{k_3}}} + V_t \tag{4/62}$$

$$U_2 = U_{DS3} = \frac{U_{DD} - 3V_t}{1 + \sqrt{\dfrac{k_3}{k_1}} + \sqrt{\dfrac{k_3}{k_2}}} + V_t \tag{4/63}$$



4/26 Dzielnik napięcia zbudowany z tranzystorów MOSFET w połączeniu „diodowym" a) technologia NMOS, b) technologia CMOS

natomiast napięcie U_1, jako suma napięć U_{DS2} i U_{DS3},

$$U_1 = U_{DS2} + U_{DS3} = (U_{DD} - 3V_t)\left(\frac{1}{1+\sqrt{\frac{k_2}{k_1}}+\sqrt{\frac{k_2}{k_3}}} + \frac{1}{1+\sqrt{\frac{k_3}{k_1}}+\sqrt{\frac{k_3}{k_2}}}\right) + 2V_t \tag{4/64}$$

Zauważmy, że dla jednakowych tranzystorów, czyli dla $k_1 = k_2 = k_3$, otrzymuje się

$$U_2 = \frac{1}{3}U_{DD} \qquad U_1 = \frac{2}{3}U_{DD}$$

Postępując analogicznie w odniesieniu do układu z rys. 4/26b, otrzymuje się kolejno

$$U_{SD1} = \sqrt{\frac{I_D}{k_p}} + |V_{tp}| \qquad U_{DS2} = \sqrt{\frac{I_D}{k_n}} + V_{tn} \tag{4/65}$$

$$\sqrt{I_D} = \frac{U_{DD} + U_{SS} - V_{tn} - |V_{tp}|}{\frac{1}{\sqrt{k_p}} + \frac{1}{\sqrt{k_n}}}$$

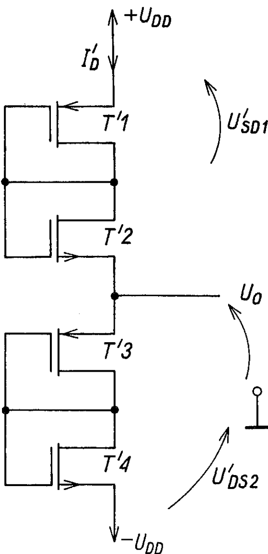
$$U_{SD1} = \frac{U_{DD} + U_{SS} - V_{tn} - |V_{tp}|}{1 + \sqrt{\frac{k_p}{k_n}}} + |V_{tp}| \tag{4/66}$$

a stąd

$$U_o = U_{DD} - U_{SD1} = \frac{\sqrt{\frac{k_n}{k_p}}\, U_{DD} - U_{SS} + V_{tn} + |V_{tp}|}{1 + \sqrt{\frac{k_n}{k_p}}} - |V_{tp}| \qquad (4/67)$$

przy czym parametry z indeksem n i p dotyczą tranzystorów odpowiednio z kanałem n i z kanałem p.

W celu zmniejszenia powierzchni zajmowanej przez tranzystory realizuje się bardziej złożone dzielniki napięcia, spełniające taką samą funkcję, jak układ z rys. 4/26b. Przykładem takiego rozwiązania jest układ przedstawiony na rys. 4/27.



4/27 Dzielnik napięcia o zmniejszonej powierzchni układu

Przykład 4/6. Wykazać, że jeżeli układy z rys. 4/26b i 4/27 spełniają zależności $I_D = I'_D$ i $U_o = U'_o$, to układ z rys. 4/27, pomimo większej liczby tranzystorów, zajmuje mniejszą powierzchnię niż układ z rys. 4/26b. Przyjąć, że tranzystory *T*1' i *T*3', *T*2' i *T*4' są parami jednakowe, a współczynnik k' (patrz wzór (2/22)) jest jednakowy dla wszystkich tranzystorów. Wyznaczyć stosunek powierzchni zajmowanych przez oba dzielniki przyjmując $V_{tn} = -V_{tp} = 1$ V, $U_{DS2} = U_{SD1} = 2U'_{DS1} = 2U'_{DS2} = 5$ V.
Prądy drenów w obu dzielnikach są z założenia jednakowe, można zatem napisać

$$I_D = k_p(U_{SD1} - |V_{tp}|)^2 = k'_p\left(\frac{1}{2}U_{SD1} - |V_{tp}|\right)^2 \qquad (P.\ 4/6.1)$$

gdzie wielkości ze znakiem „prim" dotyczą układu z rys. 4/27.
Ze wzoru (P. 2.6.1) wynika

$$\frac{k_p}{k'_p} = \frac{(W/L)_p}{(W/L)'_p} = \frac{1}{4}\,\frac{(U_{SD1} - 2|V_{tp}|)^2}{(U_{SD1} - |V_{tp}|)^2} < \frac{1}{4} \qquad (P.\ 4/6.2)$$

Jeśli przyjjmiemy jednakową minimalną szerokość kanałów wszystkich tranzystorów równą W, to z nierówności (P. 4/6.2) otrzymamy

$$L > 4L'_p \tag{P. 4/6.3}$$

Z porównania prądów tranzystorów $T2$ oraz $T4$ otrzymuje się w analogiczny sposób

$$L_n > 4L'_n \tag{P. 4/6.4}$$

Powierzchnie zajmowane przez układy (po zaniedbaniu powierzchni kontaktów) są następujące:

$$S = W(L_p + L_n) \qquad S' = 2W(L'_p + L'_n) \tag{P. 4/6.5}$$

Po uwzględnieniu nierówności (P. 4/6.4) i (P. 4/6.5) w równaniach (P. 4/6.5) otrzymuje się

$$S > 2S' \tag{P. 4/6.6}$$

Po podstawieniu do równania (P. 4/6.1) zadanych wartości otrzymuje się

$$k_p/k'_p = 0{,}131$$

a stąd

$$L_p = 7{,}63L'_p \qquad L_n = 7{,}63L'_n \qquad S' = 0{,}27(L_p + L_n) = 0{,}27S$$ □

Z przykładu 4/6 wynika, że powierzchnia zajmowana przez dzielnik z rys. 4/27, pomimo dwukrotnie większej liczby tranzystorów, jest ponad trzykrotnie mniejsza niż powierzchnia zajmowana przez dzielnik z rys. 4/26b.

Dzielniki napięcia można również uważać za źródła napięcia o dużej rezystancji wewnętrznej.

Podobnie jak w przypadku układów bipolarnych, przy bezpośrednim sprzężeniu kolejnych stopni wzmacniających MOS, napięcie stałe na kolejnych wyjściach coraz mniej różni się od napięcia zasilania. Zapobiega się temu wprowadzając układy przesuwania napięcia stałego, pokazane przykładowo na rys. 4/28. Układ z rys. 4/28a przesuwa napięcie o wielkość:

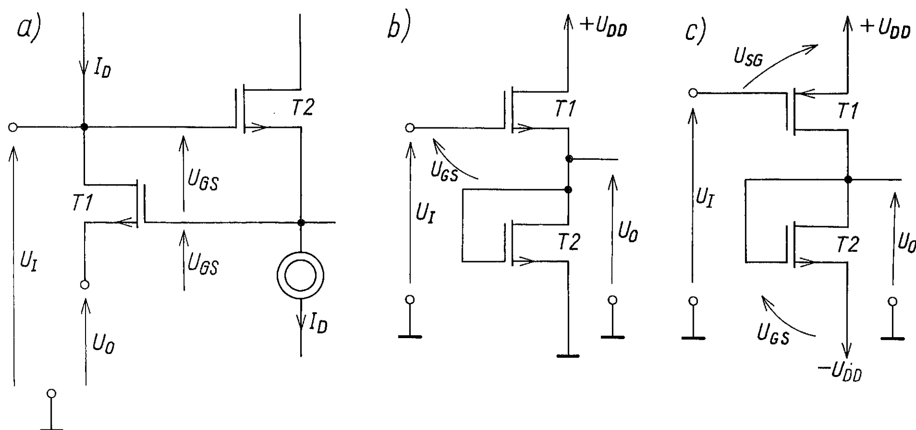
$$U_O - U_I = -2U_{GS} = -2\left(V_t + \sqrt{\frac{I_O}{k}}\right) \tag{4/68}$$

W układzie z rys. 4/28b przesunięcie napięcia jest dwukrotnie mniejsze niż dane wzorem (4/68). Z rysunku 4/28c wynika natomiast

$$U_{SG} = U_{DD} - U_I \qquad U_{GS} = U_O$$

przesunięcie napięcia jest zatem

$$U_O - U_I = -(U_{DD} + U_{GS} - U_{SG}) \tag{4/69}$$



4/28 Układy MOS przesuwania napięcia stałego: a) ze źródłem stałoprądowym, b) z tranzystorem w połączeniu diodowym, c) modyfikacja układu z rys. 4/28b (technologia CMOS)

Do przesuwania napięcia stałego wykorzystuje się również inne stopnie wzmacniające, omówione w rozdz. 7.

4.3.4 Prądowe i napięciowe źródła odniesienia

Prostym źródłem napięcia odniesienia jest dzielnik napięcia (rys. 4/26b), o napięciu odniesienia określonym wzorem (4/67). Po zróżniczkowaniu tego wzoru otrzymuje się

$$\alpha_u = \frac{dU_O}{dT} = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{\frac{k_p}{k_n}}}}\left[\frac{dV_{tn}}{dT} - \sqrt{\frac{k_p}{k_n}}\,\frac{d|V_{tp}|}{dT}\right] =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{\frac{k_p}{k_n}}}}\left[-\alpha_n + \alpha_p\sqrt{\frac{k_p}{k_n}}\right] \qquad (4/70)$$

przy czym: α_u, α_n, α_p – współczynniki temperaturowe, odpowiednio: napięcia odniesienia, napięcia progowego tranzystora z kanałem n i napięcia progowego tranzystora z kanałem p, zdefiniowanymi jako stosunki bezwzględnych zmian odpowiedniej wielkości do bezwzględnych zmian temperatury. Jak wynika ze wzoru (4/70) $\alpha_u = 0$, jeżeli jest spełniony warunek

$$\sqrt{\frac{k_p}{k_n}} = \frac{\alpha_n}{\alpha_p} \qquad (4/71)$$

Po podstawieniu tej zależności do wzoru (4/67) otrzymuje się

$$U_O = \frac{\frac{\alpha_n}{\alpha_p}(U_{DD} - |V_{tp}|) - U_{SS} + V_{tn}}{1 + \sqrt{\frac{\alpha_n}{\alpha_p}}} \tag{4/72}$$

Niestety jest niemożliwe dobieranie stosunku α_n/α_p, ma on bowiem ustaloną wartość $\alpha_n/\alpha_p \cong 1$. Po podstawieniu do wzoru (4/72) otrzymuje się

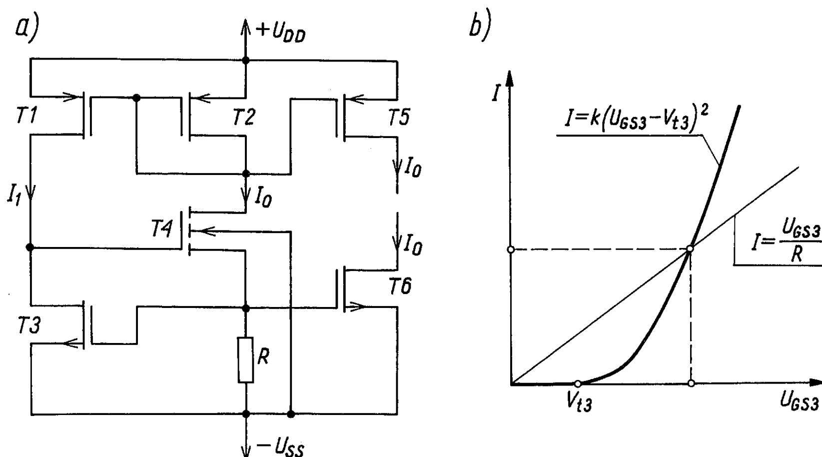
$$U_O \cong \frac{U_{DD} - U_{SS}}{2} + \frac{V_{tn} - |V_{tp}|}{2}$$

co przy symetrycznym zasilaniu $U_{DD} = U_{SS}$ prowadzi do napięć odniesienia bliskich zera. Wadą tego układu jest również silna zależność napięcia odniesienia od napięcia zasilania.

Na rysunku 4/29a przedstawiono prądowe źródło odniesienia wykorzystujące niezależność napięcia progowego V_t od napięcia zasilania. Idea działania tego układu jest podobna do działania bipolarnego układu z rys. 4/15. Prądy I_1 i I_2 są jednakowe ($I_1 = I_2 = I_O$). Jak widać na rysunku, napięcie U_{GS3} jest równe spadkowi napięcia na rezystorze R. Można zatem napisać

$$U_{GS3} = V_{t3} + \sqrt{\frac{I_O}{k_3}} = I_O R \tag{4/73}$$

Graficzne rozwiązanie tego równania przedstawiono rys. 4/29b. Widać, że prąd I przyjmuje wartość niezależną od napięcia zasilania. Niestety prąd ten



4/29 Samopolaryzujące się źródło prądowe: a) schemat, b) charakterystyka $I_o = f(U_{GS3})$

zależy od temperatury w przybliżeniu tak samo, jak napięcie progowe. Tranzystory *T5* i *T6* stanowią zwierciadła prądu odniesienia.

W przypadku dużych wymagań na w stałość napięć i prądów odniesienia, wykorzystuje się także niezależność napięcia U_{BE} od napięcia zasilania, stosując bipolarne tranzystory podłożowe. W takim przypadku stosuje się także technikę *band-gab reference*, omówioną w rozdz. 4.2.5.

4.4 PODSUMOWANIE

Koncepcja zasilania i stabilizacji punktu pracy tranzystorów w układach scalonych jest odmienna od stosowanej w układach z elementami dyskretnymi. Jest ona podobna we wszystkich rodzajach układów scalonych i polega na wytworzeniu stabilnych napięć i wymuszeniu stabilnych prądów, określających punkty pracy tranzystorów. Jest to możliwe dzięki temu, że wszystkie elementy układu scalonego wytwarza się na jednym podłożu w jednym cyklu technologicznym i że pracują one w prawie takiej samej temperaturze. Zmiany temperaturowe prądów i napięć w jednych elementach, są więc kompensowane zmianami w innych elementach.

Podstawowowymi układami wymuszającymi określony prąd, np. kolektora czy drenu, są źródła stałoprądowe, składające się ze źródła odniesienia i zwierciadeł prądu. Jedno źródło odniesienia może wymuszać wiele prądów równych prądowi odniesienia lub różnych od prądu odniesienia. W układach bipolarnych stosunek prądu zwierciadła do prądu odniesienia jest równy stosunkowi powierzchni złącz emiterowych (patrz wzór (4/12)), w układach MOS jest równy ilorazowi stosunków szerokości do długości kanałów tranzystorów (patrz wzór (4/57)). Stałość prądów zwierciadeł jest w przybliżeniu równa stałości prądu odniesienia. Prądy prostych źródeł stałoprądowych (rys. 4/2...4/4 i rys. 4/22...4/23) są wrażliwe na zmiany napięcia zasilania i prawie niezależne od temperatury.

Źródła stałoprądowe powinny charakteryzować się dużą dynamiczną rezystancją wewnętrzną, aby nie obciążać układu w zakresie zmiennoprądowym.

Źródła napięciowe o małej rezystancji wewnętrznej (rys. 4/8...4/11) służą do polaryzacji odpowiednich elektrod tranzystorów napięciem stałym, a w zakresie zmiennoprądowym zwierają je do masy. Jeśli układ nie może być obciążany, to stosuje się źródła napięciowe o dużej rezystancji wewnętrznej, takie jak np. dzielniki napięcia (rys. 4/26). Napięcie wyjściowe prostych źródeł napięciowych jest wrażliwe na zmiany temperatury, w znacznie mniejszym stopniu, na zmiany napięcia zasilania.

Szczególnym rodzajem źródeł napięciowych są układy przesuwania napięcia stałego (rys. 4/12 i rys. 4/28). Są to napięciowe źródła sterowane napięciem i ich zadaniem jest „dopasowanie" stałoprądowe dwóch kolejnych stopni układu scalonego, a także zapewnienie zerowego napięcia stałego na

wyjściu układu. Układy te, pod względem zmiennoprądowym, powinny nie obciążać stopnia poprzedniego, sterować napięciowo następny stopień i nie tłumić sygnału użytecznego.

Źródła prądowe i napięciowe, o dobrej stałości prądu względnie napięcia przy zmianach temperatury i napięcia zasilania, nazywa się źródłami odniesienia.

Uniezależnienie napięcia lub prądu wyjściowego od napięcia zasilania uzyskuje się wykorzystując jako wielkość odniesienia wielkości niezależne od napięcia zasilania takie, jak U_{BE}, U_T i V_t (rys. 4/13 i 4/14). Stosuje się również samoczynną polaryzację napięciem niezależnym od napięcia zasilania (rys. 4/15 i 4/29).

Minimalizację wpływu zmian temperatury realizuje się stosując technikę *band-gap reference circuits* (rys. 4/19 i 4/20).

Omówione w tym rozdziale rozwiązania układowe, w szczególnych przypadkach, mogą być wykorzystane również w układach realizowanych z elementów dyskretnych.

LITERATURA

1. Allen P.E., Holberg D.R.: *CMOS analog circuit design.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.
2. Gray P.R., Mayer R.G.: *Analysis and design analog integrated circuits.* John Wiley and Sons, New York 1984.
3. Grebene A.B.: *Bipolar and MOS analog integrated circuit design.* John Wiley and Sons, New York 1983.
4. Kuźmicz W.: *Projektowanie analogowych układów scalonych.* WNT, Warszawa 1985.
5. Wilamowski B.M.: *Układy scalone, budowa, działanie technologia.* WKŁ, Warszawa 1989.

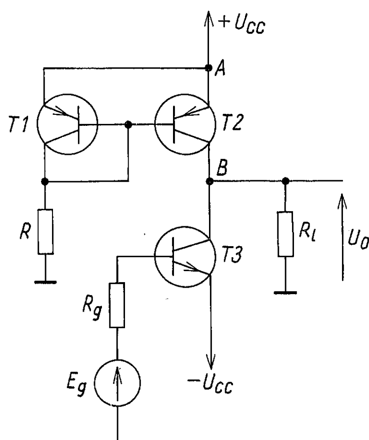
5

WŁAŚCIWOŚCI WZMACNIAJĄCE TRANZYSTORÓW W RÓŻNYCH KONFIGURACJACH PRACY

5.1 WPROWADZENIE

Rozważmy pojedynczy stopień wzmacniacza w układzie wspólnego emitera, przedstawiony na rys. 2/37a. Jak wiadomo z rozdz. 3, rezystory R_1, R_2 i R_E służą do zapewnienia właściwego i ustabilizowanego punktu pracy tranzystora. Rezystor R_C wpływa na punkt pracy, ale równie istotne znaczenie ma dla właściwości zmiennoprądowych. Pojemność C_E ma za zadanie zwarcie emitera tranzystora do masy w częstotliwościowym zakresie pracy wzmacniacza. Układ pracuje wtedy w konfiguracji wspólnego emitera. Pojemności C separują składowe stałe, nie dopuszczając do zmiany punktu pracy pod wpływem rezystancji źródła sygnału wejściowego.

Jak to pokazano w rozdz. 4, stosowanie specjalnych układów zasilania w układach scalonych zapewnia stałość punktu pracy w inny sposób. Takie rozwiązanie pokazano na rys. 5/1. Napięcie stałe między węzłem oznaczonym



5/1 Schemat ideowy wzmacniacza o wspólnym emiterze w wersji scalonej

literą B i masą jest równe zero, przez rezystor obciążenia R_C nie płynie zatem prąd stały. Źródło stałoprądowe, zbudowane z tranzystorów *T*1 i *T*2, ma między zaciskami A i B rezystancję dynamiczną określoną wzorem (4/16). Rezystancję tę można traktować tak, jak rezystancję rezystora R_C na rys. 2/37a.

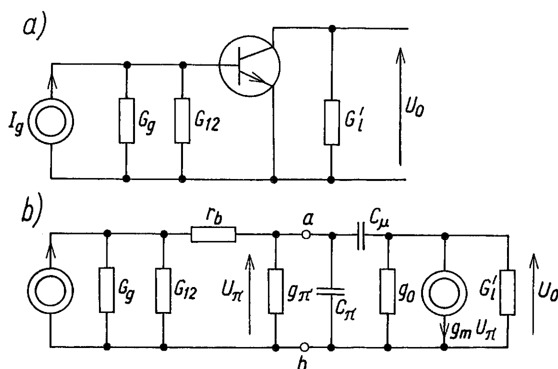
Zgodnie z procedurą tworzenia schematów zastępczych dla przebiegów zmiennych (patrz rozdz. 2.5.3), zwieramy zasilanie, a w układzie z rys. 5/1 również pojemności C i C_E. W wyniku otrzymuje się schemat zmiennoprądowy przedstawiony na rys. 5/2a. Wielkości opisujące elementy schematu są określone następująco:

$$I_g = \frac{E_g}{R_g} \qquad G_g = \frac{1}{R_g} \tag{5/1}$$

$$G_{12} = \frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1 \| R_2} \qquad G'_l = \frac{1}{R_C \| R_l} \quad \text{(rys. 2/37a)}$$

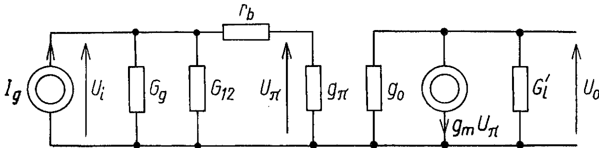
$$G_{12} = 0 \qquad G'_l = \frac{1}{r_{o2} \| R_l} \quad \text{(rys. 5/1)} \tag{5/2}$$

Jeżeli w miejsce tranzystora wprowadzi się jego małosygnałowy schemat zastępczy (rys. 2/20), to otrzyma się schemat zastępczy (rys. 5/2b), słuszny również dla układu z rys. 2/37a w tym zakresie częstotliwości, w którym

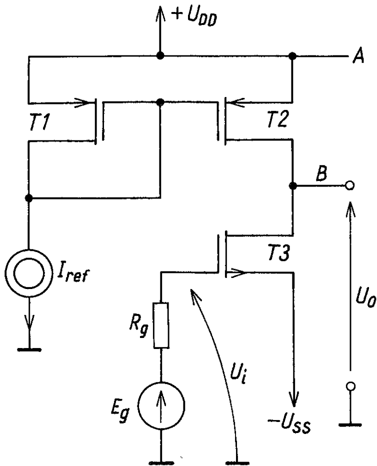


5/2 Zmiennoprądowy schemat układu z rys. 2/37a i rys. 5/1

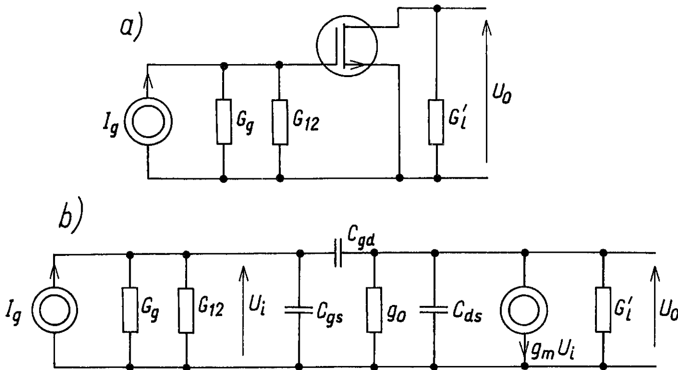
pojemności C i C_E można uważać za zwarcie. Załóżmy, że w zakresie małych częstotliwości moduły impedancji pojemności pasożytniczych tranzystora są na tyle duże, że można je traktować jako rozwarcia. W takim przypadku, ze schematu dla dużych częstotliwości, otrzymuje się dla układu z rys. 5/1 schemat małoczęstotliwościowy przedstawiony na rys. 5/3. Schemat ten jest również słuszny dla układu z rys. 2/37a, jeżeli przyjmie się, że w rozważanym zakresie częstotliwości pojemności C i C_E można uważać za zwarcie.



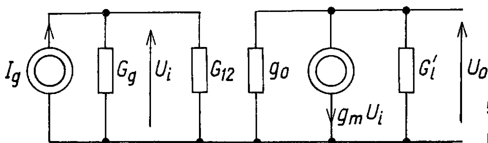
5/3 Małosygnałowy schemat zastępczy układów z rys. 2/37a i rys. **5**/1



5/4 Wzmacniacz o wspólnym źródle w wersji scalonej



5 5 Małosygnałowe schematy wzmacniacza o wspólnym źródle: a) zmiennoprądowy, b) zastępczy



5 6 Małoczęstotliwościowy schemat zastępczy układów z rys. 2/28a i rys. **5**/4

Na rysunku 2/28a przedstawiono dyskretną, a na rys. 5/4 scaloną wersję stopnia wzmacniacza o wspólnym źródle. Schemat zmiennoprądowy i zmiennoprądowy schemat zastępczy tych stopni pokazano na rys. 5/5, a na rys. 5/6 małoczęstotliwościowy schemat zastępczy.
Postępując podobnie, niezależnie od sposobu zasilania tranzystorów, można dla każdej konfiguracji pracy tranzystorów, utworzyć schematy zastępcze.

5.2 WŁAŚCIWOŚCI WZMACNIAJĄCE TRANZYSTORA W ZAKRESIE MAŁYCH CZĘSTOTLIWOŚCI

5.2.1 Wzmacniacz o wspólnym emiterze

Na rysunku 5/3 przedstawiono małosygnałowy schemat zastępczy, dla małych częstotliwości, wzmacniacza o wspólnym emiterze. Zauważmy, że źródło prądowe jest sterowane napięciem U_π, które można wyrazić następująco:

$$U_\pi = U_i \frac{1}{1+r_b g_\pi} = E_g \frac{G_g}{g_\pi + (G_g + G_{12})(1+r_b g_\pi)}$$

Wobec tego napięcie wyjściowe wyznacza wzór

$$U_o = -\frac{g_m}{G_l' + g_o} \frac{U_i}{1+r_b g_\pi} = \frac{-\dfrac{g_m}{1+r_b g_\pi} G_g}{\left(G_g + G_{12} + \dfrac{g_m}{1+r_b g_\pi}\right)(G_l' + g_o)}$$

Stąd otrzymuje się

$$A_{u0} = -\frac{g_m'}{G_l' + g_o} = -g_m'(R_l' \| r_o) \tag{5/3}$$

$$A_{us0} = -\frac{G_g}{g_\pi + G_g + G_{12}} g_m'(R_l' \| r_o) \tag{5/4}$$

przy czym

$$g_m' = \frac{g_m}{1 + r_b g_\pi} \qquad g_\pi' = \frac{g_\pi}{1 + r_b g_\pi} \tag{5/5}$$

Impedancję wejściową, przy $G_g = 0$, określa wzór

$$Z_i = \left(G_{12} + \frac{g_\pi}{1 + r_b g_\pi}\right)^{-1} \tag{5/6}$$

Impedancję wyjściową, przy $E_g = 0$, wyznacza następująca zależność:

$$Z_o = \frac{1}{G_C + g_o} = R_C \parallel r_o \tag{5/7}$$

Jak wynika z rozdz. 3 i 4, w układzie zasilania tranzystora zwykle R_1 i R_2 mają takie wartości, że można przyjąć

$$G_{12} \ll g'_\pi \qquad G_{12} \ll G_g$$

oraz

$$g_o \ll G'_l$$

Ponadto można przyjąć, że w zakresie prądów I_C do kilku miliamperów, jest spełniona zależność

$$r_b g_\pi \ll 1$$

Łatwo sprawdzić, że np. dla $\beta_0 = 100$ i $r_b = 100$ dla prawdziwości tej zależności prąd kolektora powinien spełniać nierówność

$$I_C \ll 25\,\text{mA}$$

Przy tych uzasadnionych uproszczeniach otrzymuje się

$$g'_m \cong g_m \qquad g'_\pi \cong g_\pi$$

i w konsekwencji

$$A_{u0} \cong -\frac{g_m}{G'_l} = -g_m R'_l \tag{5/8}$$

$$A_{us0} \cong -\frac{G_g}{G_g + g_\pi} g_m R'_l = \frac{-r_\pi}{R_g + r_\pi} g_m R'_l \tag{5/9}$$

$$Z_i \cong \frac{1}{g_\pi} = r_\pi \tag{5/10}$$

$$Z_o \cong \frac{1}{G_C} = R_C \tag{5/11}$$

Zauważmy, że wzmocnienie A_{u0} można zapisać następująco:

$$A_{u0} = |A_{u0}| \exp[j \arg A_{u0}]$$

przy czym arg A_{u0} jest dany wzorem

$$\arg A_{u0} = -\operatorname{arctg}\frac{0}{g_m(r_o \parallel R_l')} = -\pi$$

Wzór (5/8) można zatem zapisać w postaci

$$A_{u0} = g_m(r_o \parallel R_l')\exp[-j\pi]$$

Jak wynika ze wzorów (5/8)...(5/11)

wzmacniacz o wspólnym emiterze:
- odwraca fazę sygnału wejściowego,
- wzmocnienie jest proporcjonalne do równoległego połączenia r_o i R_l',
- impedancja wyjściowa jest równa $r_o \parallel R_C$,
- impedancja wejściowa równa w przybliżeniu r_π.

Przykład 5/1. Dany jest jednostopniowy wzmacniacz o wspólnym emiterze, pracujący przy prądzie $I_C = 1$ mA, $R_C = 5\,\text{k}\Omega$, $R_{12} = 100\,\text{k}\Omega$. Tranzystor charakteryzuje się $\beta_0 = 100$, $g_o = 10\,\mu\text{S}$ i $r_b = 100\,\Omega$. Należy wyznaczyć wzmocnienie A_{u0}, A_{us0}, Z_i i Z_o przyjmując, że wzmacniacz jest sterowany ze źródła napięciowego o rezystancji wewnętrznej $R_g = 100\,\Omega$.
Przy prądzie $I_C = 1$ mA transkonduktancja $g_m = 40$ mS, konduktancja $g_\pi = g_m/\beta_0 = 0{,}4$ mS. Sprawdźmy wartość iloczynu $r_b g_\pi$. Otrzymuje się: $r_b g_\pi = 100 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3} = 0{,}04 \ll 1$, można zatem pominąć wpływ rezystancji rozproszenia bazy. Zauważmy również, że $R_{12} = 100\,\text{k}\Omega \gg 1/g_\pi = 2{,}5\,\text{k}\Omega$ oraz $r_o = 1/g_o = 100\,\text{k}\Omega \gg R_C = 5\,\text{k}\Omega$. Można zatem pominąć zarówno wpływ dzielnika polaryzującego bazę tranzystora, jak i wpływ rezystancji wyjściowej tranzystora. Korzystając z uproszczonych wzorów (5/8)...(5/11) otrzymuje się:

$$A_{us0} = \frac{-2{,}5}{0{,}1 + 2{,}5} \cdot 40 \cdot 5 = -192{,}3\ \text{V/V}$$

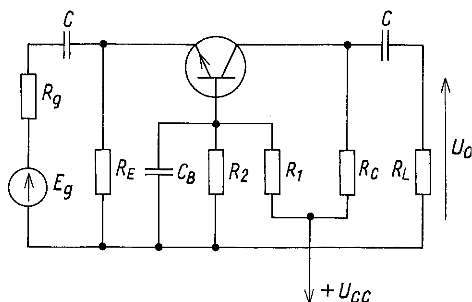
$$A_{u0} = -40 \cdot 5 = -200\ \text{V/V}$$

$$Z_i = r_\pi = 2{,}5\,\text{k}\Omega \qquad Z_o = R_C = 5\,\text{k}\Omega$$ □

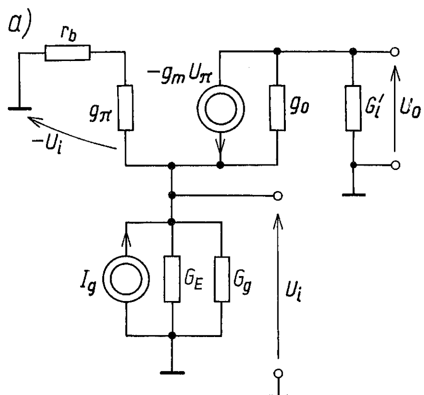
5.2.2 Wzmacniacz o wspólnej bazie

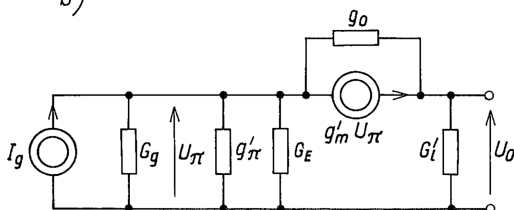
Małoczęstotliwościowy schemat zastępczy wzmacniacza o wspólnej bazie z rys. 5/7 przedstawiono na rys. 5/8a w postaci bezpośrednio wynikającej ze schematu ideowego. Na rysunku 5/8b przedstawiono ten sam schemat zastępczy narysowany w dogodniejszej do analizy formie. Wielkości g_m' i g_π' określone są wzorami (5/5). Macierz **Y** obwodu z rys. 5/8b jest następująca:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + G_E + g_\pi' + g_m' + g_o & -g_o \\ -(g_m' + g_o) & G_l' + g_o \end{bmatrix}$$



5/7 Wzmacniacz o wspólnej bazie





5/8 Zmiennoprądowy schemat zastępczy w zakresie małych częstotliwości wzmacniacza z rys. 5/7: a) wynikający bezpośrednio ze schematu ideowego, b) przekształcony

Wyznacznik główny macierzy i odpowiednie podwyznaczniki mają postać

$$\Delta = (G_g + G_E + g'_\pi + g'_m + g_o)\, G'_l + (G_g + G_E + g'_\pi)\, g_o$$

$$\Delta_{11} = G'_l + g_o \qquad \Delta_{12} = -\,(g'_m + g_o)$$

$$\Delta_{22} = G_g + G_E + g'_\pi + g'_m + g_o$$

Stąd otrzymuje się

$$A_{us0} = -\,G_g \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = G_g \frac{g_o + g'_m}{(G_g + G_E + g'_\pi + g'_m + g_o)G_i + (G_g + G_E + g'_\pi)g_o} \tag{5/12}$$

$$A_{u0} = A_{us0}\Big|_{G_g \to \infty} = \frac{g'_m + g_o}{G'_l + g_o} \tag{5/13}$$

$$Z_i = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\Big|_{G_g = 0} = \frac{G'_l + g_o}{(G_E + g'_\pi + g'_m + g_o)G'_l + (G_E + g'_\pi)g_o} \tag{5/14}$$

$$Z_o = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\Big|_{G_l = 0} = \frac{1}{G_C + (G_g + G_E + g'_\pi)g_o/(G_g + G_E + g'_\pi + g'_m)} \tag{5/15}$$

Po uwzględnieniu zwykle spełnionych warunków:

$$g_o << G'_l << g'_m \qquad r_b g_\pi << 1$$

wzory te można uprościć, a mianowicie:

$$A_{u0} \cong \frac{g_m}{G'_l} = g_m R'_l \tag{5/16}$$

$$Z_i \cong \frac{1}{G_E + g_\pi + g_m} = \frac{r_\pi R_E}{r_\pi + (\beta_0 + 1) R_E} \tag{5/17}$$

$$Z_o \cong \frac{1}{G_C} = R_C \tag{5/18}$$

Jeżeli weźmie się pod uwagę także zwykle spełnioną nierówność

$$R_E >> \frac{r_\pi}{\beta_0 + 1}$$

to wzór (5/17) można przedstawić w postaci

$$Z_i \cong \frac{r_\pi}{\beta_0 + 1} \cong \frac{1}{g_m} \tag{5/19}$$

a wzór (5/12), następująco:

$$A_{us0} \cong G_g \frac{g_m R'_l}{G_g + g_m} \tag{5/20}$$

Przykład 5/2. Dany jest wzmacniacz jak na rys. 5/7. Przyjmując $C_B \to \infty$, $C \to \infty$, $g_o = 0$, $r_b = 0$, $R_C = 5$ kΩ, $R_L \to \infty$, $I_C = 1$ mA, $\beta_0 = 100$, $R_g = 100$ Ω, należy wyznaczyć A_{us0}, A_{u0}, Z_i i Z_o. Łatwo wyznaczamy: $g_m = 40$ mS i $g_\pi = 0{,}4$ mS. Korzystając z uproszczonych wzorów (5/16) (5/20), (5/19) i (5/18) otrzymamy:

$$A_{u0} = 40 \cdot 5 = 200 \text{V/V} \qquad A_{us0} = \frac{10}{10 + 40} 200 = 40 \text{ V/V},$$

$$Z_i = 1/40 \,\text{k}\Omega = 25\,\Omega \qquad Z_o = 5\,\text{k}\Omega$$

□

Wyniki pokazują istotną różnicę między wzmocnieniem napięciowym, a wzmocnieniem napięciowym skutecznym. Ta różnica wynika z bardzo małej wartości impedancji wejściowej, która stanowi duże obciążenie dla genaratora sygnału. Zauważmy, że moduł wzmocnienia napięciowego i impedancja wyjściowa wzmacniacza jest taka sama, jak w przykł. 5/1.

Z analizy wynika, że

wzmacniacz o wspólnej bazie:
- nie odwraca fazy,
- wzmocnienie jest nieco większe niż w układzie wspólnego emitera,
- impedancja wejściowa jest mała, w przybliżeniu $1/g_m$,
- impedancja wyjściowa, podobnie jak w układzie wspólnego emitera, jest równa w przybliżeniu R_C.

5.2.3 Wzmacniacz o wspólnym kolektorze (wtórnik emiterowy)

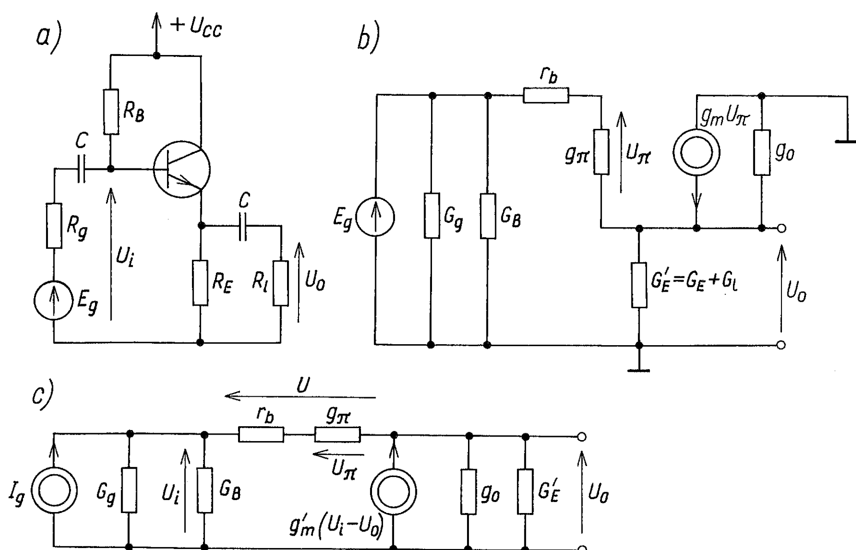
Na rysunku 5/9a przedstawiono schemat wzmacniacza o wspólnym kolektorze, na rys. 5/9b małosygnałowy schemat zastępczy dla małych częstotliwości, a na rys. 5/9c ten sam schemat zastępczy w dogodniejszej do analizy postaci. Zauważmy, że napięcie U na rys. 5/9c jest różnicą

$$U = U_i - U_o$$

natomiast napięcie U_π można wyznaczyć z dzielnika napięciowego $r_b - g_\pi$, a mianowicie

$$U_\pi = \frac{U}{1 + r_b g_\pi} = \frac{U_i - U_o}{1 + r_b g_\pi}$$

Źródło sterowane na schemacie zastępczym z rys. 5/9c ma więc transkonduktancję g'_m (wzór (5/5)) i jest sterowane przez różnicę napięć



5/9 Schematy wzmacniacza o wspólnym kolektorze: ideowy (a) i zastępczy dla małych częstotliwości (b, c)

$U_i - U_o$. Szeregowe połączenie r_b i g_π stanowi konduktancję g'_π daną wzorem (5/5).

Macierz **Y** obwodu i jej wyznaczniki są następujące:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + G_B + g'_\pi & -g'_\pi \\ -(g'_m + g'_\pi) & G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi \end{bmatrix}$$

$$\Delta = (G_g + G_B)(G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi) + g'_\pi(G'_E + g_o)$$

$$\Delta_{11} = G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi$$

$$\Delta_{12} = -(g'_m + g'_\pi)$$

$$\Delta_{22} = G_g + G_B + g'_\pi$$

Stąd otrzymuje się A_{us0}, A_{u0}, Z_i i Z_o, a mianowicie:

$$A_{us0} = -G_g \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = \frac{G_g(g'_m + g'_\pi)}{(G_g + G_B)(G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi) + g'_\pi(G'_E + g_o)} \qquad (5/21)$$

$$A_{u0} = A_{us0}\Big|_{G_g \to \infty} = \frac{g'_m + g'_\pi}{G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi} \qquad (5/22)$$

$$Z_i = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\Big|_{G_g = 0} = \frac{G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi}{G_B(G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi) + g'_\pi(G'_E + g_o)} \qquad (5/23)$$

$$Z_o = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\Big|_{G_i = 0} = \frac{G_E + g'_\pi + G_B}{(G_g + G_B)(G_E + g_o + g'_m + g'_\pi) + g'_\pi(G_E + g_o)} \qquad (5/24)$$

Postać wzorów jest złożona i niewygodna do interpretacji. Dokonajmy pewnych uproszczeń. Pomijając g_o wzór (5/22) można przedstawić w następującej postaci:

$$A_{u0} \cong \frac{(\beta_0 + 1) R'_E}{r_b + r_\pi + (\beta_0 + 1) R'_E} \qquad (5/25)$$

Wzór (5/23) można przekształcić do postaci

$$Z_i = \frac{1}{G_B + \dfrac{g'_\pi(G'_E + g_o)}{G'_E + g_o + g'_m + g'_\pi}} = R_B \parallel R_i \qquad (5/26)$$

z której wynika, że impedancja wejściowa jest połączeniem równoległym R_B i R_i, przy czym:

$$R_i = r_b + r_\pi + (\beta_0 + 1) R'_E \tag{5/27}$$

Na podstawie wzorów (5/26) i (5/27) można wzór (5/21), przy g_o pomijalnie małym, przekształcić do następującej postaci:

$$A_{us0} = A_{u0} \frac{Z_i}{R_g + Z_i} = A_{u0} \frac{R_B \parallel R_i}{R_g + R_B \parallel R_i} \tag{5/28}$$

Po uwzględnieniu, zwykle spełnionej nierówności $G_g \gg G_B$ oraz pominięciu g_o we wzorze (5/26), impedancję wyjściową można wyrazić następująco:

$$Z_o \cong \frac{R_E(r'_\pi + R_g)}{r'_\pi + (\beta_0 + 1) R_E + R_g} \tag{5/29}$$

Jeżeli $R_g \simeq 0$ (sterowanie napięciowe), to ze wzoru (5/29) wynika

$$Z_o = \frac{R_E r'_\pi}{r'_\pi + (\beta_0 + 1) R_E} \cong \frac{r'_\pi}{\beta_0 + 1} = \frac{1}{g_m} + \frac{r_b}{\beta_0} \tag{5/30}$$

na ogół bowiem $R_E \gg r'_\pi/(\beta_0 + 1)$.
Jeżeli R_g ma dużą wartość (sterowanie prądowe), to wzór (5/29) można uprościć do postaci

$$Z_o \cong R_E \tag{5/31}$$

Zauważmy, że

wzmacniacz o wspólnym kolektorze:
- nie odwraca fazy,
- wzmocnienie może być bliskie, ale mniejsze niż jeden,
- impedancja wejściowa jest bardzo duża,
- impedancja wyjściowa jest bardzo mała.

Wnioski te potwierdza poniższy przykład.

Przykład 5/3. Wzmacniacz o wspólnym kolektorze, przedstawiony na rys. 5/9a, pracuje przy prądzie kolektora $I_C = 1$ mA, $R_E = 500\ \Omega$, $R_l \to \infty$, $R_B = 200$ kΩ, $R_g = 1$ kΩ, $C \to \infty$, $\beta_0 = 100$, $r_b = 100\ \Omega$. Przy założeniu $g_o = 0$, wyznaczyć A_{us0}, A_{u0}, Z_i i Z_o.

Transkonduktancja g_m i konduktancja g_π są takie same, jak w przykł. 5/1 i 5/2, mianowicie $g_m = 40$ mS, $g_\pi = 0{,}4$ mS, skąd $r_\pi = 2{,}5$ kΩ. Wzmocnienie napięciowe, zgodnie ze wzorem (5/25), jest następujące:

$$A_{u0} = \frac{101 \cdot 0{,}5}{0{,}1 + 2{,}5 + 101 \cdot 0{,}5} = 0{,}95$$

Ze wzoru (5/27) otrzymujemy:

$$R_i = (0{,}1 + 2{,}5 + 101 \cdot 0{,}5)\,\text{k}\Omega = 53{,}1\,\text{k}\Omega$$

Impedancja wejściowa

$$Z_i = 200\,\text{k}\Omega \parallel 53{,}1\,\text{k}\Omega = 42\,\text{k}\Omega$$

Po podstawieniu otrzymanego wyniku do wzoru (5/28) otrzymuje się:

$$A_{us0} = \frac{0{,}95 \cdot 42}{1 + 42} = 0{,}908\,\text{V/V}$$

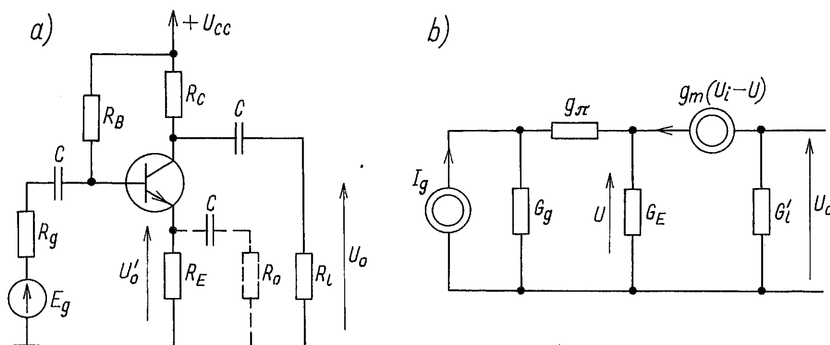
Do wyznaczenia Z_o, przy spełnieniu warunku $R_B >> R_g$ można zatem skorzystać z uproszczego wzoru (5/29), mianowicie:

$$Z_o = \frac{0{,}5(2{,}5 + 1)}{2{,}5 + 101 \cdot 0{,}5 + 1}\,\text{k}\Omega = 35{,}6\,\Omega$$ □

Zwróćmy uwagę, że wzmocnienie napięciowe niewiele różni się od wzmocnienia napięciowego skutecznego, pomimo dość dużej rezystancji wewnętrznej generatora sygnału wejściowego. Jest to rezultat dużej impedancji wejściowej wzmacniacza, która stanowi małe obciążenie dla generatora sygnału.

5.2.4 Wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym

Wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym jest układem, w którym żadna z elektrod tranzystora nie jest wspólna dla wejścia i wyjścia. Jak widać to na rys. 5/10a nie można układowi przypisać żadnej z typowych konfiguracji pracy. Można go nazwać *wzmacniaczem o wspólnym emiterze ze zdegenerowanym emiterem* (ang. *common-emitter amplifier with emitter degeneration*). Nazwa układu wiąże się z tym, że rezystor R_E wprowadza do układu ujemne sprzężenie zwrotne (patrz rozdz. 6). Od strony wejścia układ



5/10 Wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym: a) schemat ideowy, b) małoczęstotliwościowy schemat zastępczy

przypomina wtórnik emiterowy, co pozwala przypuszczać, że charakteryzuje się podobnie dużą rezystancją wejściową. Jak to zostanie wykazane, tak jest istotnie i stanowi to jedną z przyczyn zainteresowania tym układem.

Małosygnałowy i małoczęstotliwościowy schemat zastępczy wzmacniacza przedstawiono na rys. 5/10b. Oprócz pojemności pasożytniczych zaniedbano w nim również r_b i g_o, przyjęto $C \to \infty$ i $R_B \to \infty$ oraz oznaczono

$$G'_l = G_C + G_l \tag{5/32}$$

Macierz **Y** układu jest następująca:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + g_\pi & -g_\pi & 0 \\ -(g_\pi + g_m) & g_\pi + g_m + G_E & 0 \\ g_m & -g_m & G'_l \end{bmatrix}$$

a jej wyznaczniki mają postać

$$\Delta_{11} = G'_l(g_\pi + g_m + G_E)$$

$$\Delta_{33} = G_g(g_\pi + g_m + G_E) + g_\pi G_E$$

$$\Delta_{13} = -g_m G_E$$

$$\Delta = G_g(g_\pi + g_m + G_E)G'_l + g_\pi G_E G'_l$$

Po podstawieniu odpowiednich wyznaczników do wzorów (2/66), (2/67), (2/70) i (2/71) i po przekształceniu otrzymuje się

$$A_{us0} = \frac{-\beta_0 R'_l}{R_g + r_\pi + (\beta_0 + 1)R_E} \tag{5/33}$$

$$A_{u0} = \frac{-\beta_0 R'_l}{r_\pi + (\beta_0 + 1)R_E} \tag{5/34}$$

$$Z_i = r_\pi + (\beta_0 + 1)R_E \tag{5/35}$$

$$Z_o = R_C \tag{5/36}$$

Jak wynika z otrzymanych wzorów wzmocnienia są mniejsze niż w układzie wspólnego emitera, natomiast impedancję wejściową opisuje taki sam wzór, jak dla układu wspólnego kolektora.

Zauważmy, że jeżeli $(\beta_0 + 1) R_E >> r_\pi$, to wzór (5/34) przyjmuje postać

$$A_{u0} \cong -\frac{R'_l}{R_E} = -\frac{R_E \| R_l}{R_E} \tag{5/37}$$

Wzmocnienie napięciowe wzmacniacza przy dużych wartościach β_0 staje się niezależne od parametrów tranzystora. Impedancja wyjściowa układu jest taka sama, jak w układzie wspólnego emitera.
Zauważmy jeszcze jedną ciekawą właściwość tego układu. Jeśli zaciskiem wyjściowym jest emiter, to wzmocnienie napięciowe skuteczne jest następujące:

$$A'_{us0} = \frac{U'_o}{E_g} = \frac{(\beta_0 + 1) R'_E}{R_g + r_\pi + (\beta_o + 1) R'_E} \tag{5/38}$$

W takim przypadku układ pracuje jak wtórnik emiterowy (patrz wzór (5/25) dla $r_b = 0$). Jeżeli $R'_E = R'_l$ i $\beta_0 >> 1$, to z porównania wzorów (5/33) i (5/38) wynika

$$A'_{u0} = -A_{u0} = 1 \tag{5/39}$$

Sygnały na obu wyjściach mają jednakowe amplitudy, lecz przeciwne fazy – przesunięte o 180°. Układ ten może być stosowany do rozdzielania sygnału z jednoczesnym odwróceniem fazy.

5.2.5 Wzmacniacz o wspólnym źródle

Wzmacniacze z rys. 2/28 i 5/4 przedstawiono wspólnym małosygnałowym schematem zastępczym (rys. 5/6). Prostota tego schematu wskazuje, że dogodnie jest wyznaczyć interesujące funkcje bezpośrednio z równań Kirchhoffa, a mianowicie:

$$U_i = \frac{I_g}{G_g + G_{12}} = \frac{E_g}{G_g + G_{12}} G_g$$

$$U_o = -\frac{g_m}{g_o + G'_l} U_i = -\frac{g_m}{(g_o + G'_l)(G_g + G_{12})} G_g E_g$$

Z drugiego z równań otrzymuje się

$$A_{us0} = \frac{U_o}{E_g} = -\frac{G_g}{G_g + G_{12}} \frac{g_m}{g_o + G'_l} = -\frac{R_{12}}{R_g + R_{12}} g_m (R'_l \| r_o) \tag{5/40}$$

$$A_{u0} = \frac{U_o}{U_i} = -\frac{g_m}{g_o + G'_l} = -g_m (R'_l \| r_o) \tag{5/41}$$

Impedancję wejściową określa wzór

$$Z_i = \frac{U_i}{I_g}\bigg|_{G_g=0} = R_{12} \tag{5/42}$$

natomiast impedancję wyjściową wyznacza się (patrz rozdz. 2.6.3) zwierając E_g czyli rozwierając I_g, co prowadzi do $I_i = 0$, a mianowicie

$$Z_o = \frac{U_o}{I_o}\bigg|_{G_l=0} = \frac{1}{g_o + G_D} = r_o \parallel R_D \tag{5/43}$$

Jak wynika z przeprowadzonej analizy, podobnie jak wzmacniacz o wspólnym emiterze,

wzmacniacz o wspólnym źródle
- odwraca fazę sygnału wejściowego,
- wzmacnia tym więcej, im większe g_m i $r_o \parallel R_l'$,
- impedancja wejściowa jest równa równoległemu połączeniu rezystancji polaryzujących bramkę,
- impedancja wyjściowa jest równa równoległemu połączeniu r_o i R_l.

Przykład 5/4. Wyznaczyć wartości wzmocnienia napięciowego skutecznego, wzmocnienia napięciowego oraz impedancji wejściowej i wyjściowej dla układu z rys. 5/4a. Przyjąć następujące dane: $I_D = 1$ mA, $R_D = 5$ kΩ, $k = 0{,}4$ mA/V, $\lambda = 0{,}02\ \text{V}^{-1}$, $R_g = 1$ kΩ, $R_1 \parallel R_2 = 200$ kΩ, $R_l \to \infty$.
Wyznaczmy parametry tranzystora g_m i r_o. Ze wzoru (2/46) wyznacza się

$$g_m = 2\sqrt{0{,}4 \cdot 1}\ \text{mS} = 1{,}28\ \text{mS}$$

Natomiast ze wzoru (2/48) otrzymuje się

$$r_o = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 1}\ \text{k}\Omega = 50\ \text{k}\Omega$$

i następnie na podstawie wzorów (5/40)...(5/43) wyznacza się żądane wartości:

$$A_{u0} = -\ 1{,}28 \cdot 5 \cdot 200/205 = -\ 1{,}28 \cdot 4{,}545 = -5{,}82\ \text{V/V}$$

$$A_{us0} = -\ 5{,}82 \cdot 200/201 = -\ 5{,}82 \cdot 0{,}99 \cong -\ 5{,}82\ \text{k}\Omega$$

$$Z_i = 200\ \text{k}\Omega$$

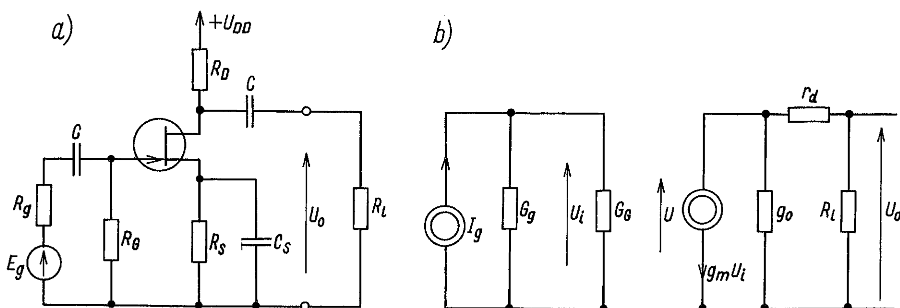
$$Z_o = (200 \parallel 5)\ \text{k}\Omega = 4{,}54\ \text{k}\Omega$$



Jak poucza powyższy przykład, wzmocnienie wzmacniaczy o wspólnym źródle nie jest zbyt duże, co wynika z pierwiastkowej zależnożci g_m od prądu drenu i ograniczonej wartości prądu drenu. Impedancja wejściowa jest duża i wzmocnienie skuteczne na ogół niewiele różni się od wzmocnienia napięcio-

wego. Impedancja wyjściowa jest zazwyczaj rzędu kiloomów. Zbytnie zwiększanie R_D jest niemożliwe ze względu na ograniczone wartości napięć zasilania. Można znacznie zwiększyć R_D, a tym samym A_{u0} i Z_o, realizując rezystancję aktywnie, np. tak jak na rys. 5/4.

Na podstawie małosygnałowego schematu zastępczego tranzystora JFET z rys. 2/24, przy założeniu, że w zakresie małych częstotliwości pojemności pasożytnicze stanowią rozwarcie, schemat zastępczy wzmacniacza z tranzystorem JFET (rys. 5/11a) można przedstawić tak, jak na rys. 5/11b.



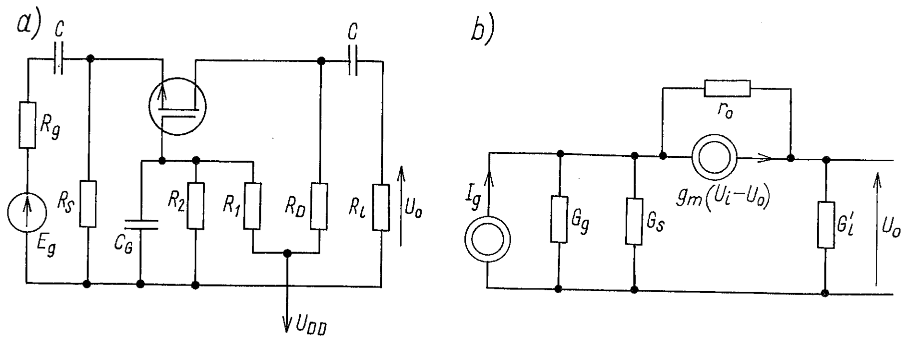
5/11 Wzmacniacz o wspólnym źródle z tranzystorem JFET: a) schemat ideowy, b) małoczęstotliwościowy schemat zastępczy

Wartość rezystancji r_d jest mała, zwykle ok. 50 Ω, przy typowych wartościach R_D rzędu kiloomów wpływ r_d można zaniedbać. Wzory (5/40)...(5/43) opisują zatem również wzmacniacz o wspólnym źródle z tranzystorem JFET i MOSFET z kanałem zubożonym.

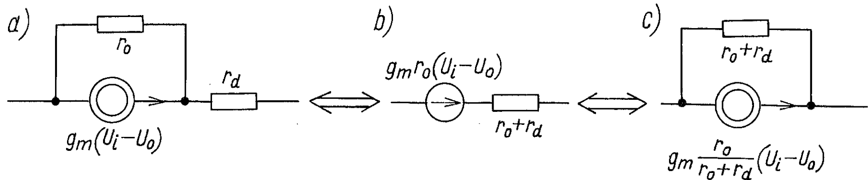
5.2.6 Wzmacniacz o wspólnej bramce

Na rysunku 5/12a pokazano stopień wzmacniacza o wspólnej bramce z tranzystorem MOSFET z kanałem wzbogaconym *n*, a na rys. 5/12b małosygnałowy schemat zastępczy dla małych częstotliwości. Na rysunku 5/13 wyjaśniono, że schemat z rys. 5/12b jest słuszny również dla wzmacniacza z tranzystorami JFET i MOSFET z kanałem zubożonym. Schemat zastępczy różniłby się tylko gałęzią poprzeczną i to tylko o włączoną szeregowo rezystancję r_d (rys. 5/13a). Jak widać to na rys. 5/13c, można ją sprowadzić do postaci, w której jest widoczne, że można zaniedbać r_d wobec r_o. Wyniki rozważań są zatem słuszne dla wszystkich rodzajów tranzystorów polowych. Macierz **Y** dla obwodu z rys. 5/12b jest następująca:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + G_S + g_o + g_m & -g_o \\ -(g_m + g_o) & g_o + G_l' \end{bmatrix}$$



5/12 Wzmacniacz o wspólnej bramce: a) schemat ideowy, b) małoczęstotliwościowy schemat zastępczy



5/13 Ilustracja przekształcenia pokazującego zasadność pominięcia r_d

Wyznacznik główny tej macierzy i odpowiednie podwyznaczniki są następujące:

$$\Delta = (G_g + G_S)(g_o + G_l') + G_l'(g_o + g_m)$$

$$\Delta_{11} = g_o + G_l' \qquad \Delta_{12} = -(g_m + g_o) \qquad \Delta_{22} = G_g + G_S + g_o + g_m$$

Zgodnie ze wzorem (2/72) otrzymuje się wyrażenie na napięciowe wzmocnienie skuteczne o postaci

$$A_{us0} = \frac{G_g(g_m + g_o)}{(G_g + G_S)(g_o + G_l') + G_l'(g_o + g_m)} \tag{5/44}$$

Po przyjęciu $g_o \ll g_m$ i $g_o \ll G_l'$ wzór upraszcza się do postaci

$$A_{us0} \cong \frac{G_g}{G_g + G_S + g_m} \frac{g_m}{G_l'} \tag{5/45}$$

Dla $G_g \to \infty$ otrzymuje się ze wzoru (5/44) wzmocnienie napięciowe, a mianowicie

$$A_{u0} = \frac{g_m + g_o}{g_o + G_l'} \cong g_m R_l' \tag{5/46}$$

Ze wzorów (2/73) i (2/74) otrzymuje się impedancje wejściową i wyjściową

$$Z_i = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\Bigg|_{G_g=0} = \frac{g_o + G'_l}{G_S(g_o + G'_l) + G'_l(g_o + g_m)} \cong \frac{1}{G_S + g_m} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} \tag{5/47}$$

$$Z_o = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\Bigg|_{G_o=0} = \frac{G_g + G_S + g_o + g_m}{(G_g + G_S)(g_o + G_D) + G_D(g_o + g_m)} \approx R_D \tag{5/48}$$

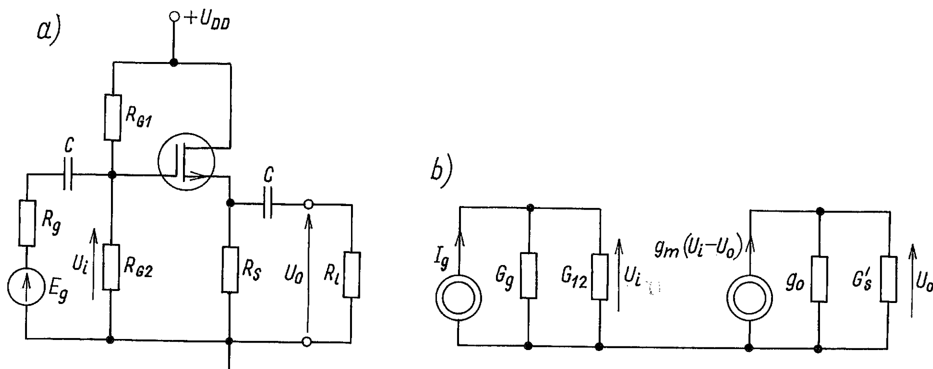
Zauważmy, że

wzmacniacz o wspólnej bramce:
- nie odwraca fazy,
- wzmocnienie napięciowe jest proporcjonalne do $r_o \| R'_l$ i jest nieco większe niż wzmacniacza o wspólnym źródle,
- impedancja wejściowa jest nieduża, dużo mniejsza niż impedancja wzmacniacza o wspólnym źródle, jest bowiem mniejsza niż wartość R_S, która jest co najwyżej rzędu kilku kiloomów,
- impedancja wyjściowa jest równa R_D, jest zatem taka sama, jak impedancja wzmacniacza o wspólnym źródle.

5.2.7 Wzmacniacz o wspólnym drenie (wtórnik źródłowy)

Na rysunku 5/14a przedstawiono schemat wzmacniacza o wspólnym drenie, o czym świadczy małosygnałowy schemat zastępczy dla małych częstotliwości (rys. 5/14b). Zauważmy, że również w tym przypadku można skorzystać z przekształcenia z rys. 5/13 i pominąć r_d w przypadku tranzystorów JFET. Rezultaty analizy są zatem słuszne dla dowolnego tranzystora polowego.

Ze względu na brak oddziaływania wyjścia na wejście (patrz rys. 5/14b),



5/14 Wzmacniacz o wspólnym drenie: a) schemat ideowy, b) małoczęstotliwościowy schemat zastępczy

wygodnie skorzystać z równań Kirchhoffa, a mianowicie

$$U_i = \frac{I_g}{G_g + G_{12}} = E_g \frac{G_g}{G_g + G_{12}}$$

Równanie to wynika z obwodu wejściowego, natomiast dla obwodu wyjściowego mamy

$$U_o = \frac{g_m(U_i - U_o)}{g_o + G'_S}$$

skąd otrzymuje się

$$U_o = \frac{g_m}{g_o + g_m + G'_S} U_i$$

a po obustronnym podzieleniu przez U_i

$$A_{u0} = \frac{g_m}{g_o + g_m + G'_S} \cong \frac{g_m R'_S}{1 + g_m R'_S} \tag{5/49}$$

Po podstawieniu zależności określającej U_i do równania określającego U_o i podzieleniu ich obustronnie przez E_g, otrzymuje się

$$A_{us0} = \frac{G_g}{G_g + G_{12}} \cdot \frac{g_m}{g_o + g_m + G'_S} = \frac{G_g}{G_g + G_{12}} A_{u0} \tag{5/50}$$

Z równania tego wynika, co potwierdza rys. 5/14b, że impedancja wejściowa

$$Z_i = \frac{1}{G_{12}} = R_{G1} \parallel R_{G2} \tag{5/51}$$

W celu wyznaczenia impedancji wyjściowej zwiera się E_g, co prowadzi do $I_g = 0$ i $U_i = 0$. W takim przypadku wyrażenie na prąd I_o ma postać

$$I_o = G_S U_o + g_m U_o$$

skąd otrzymuje się

$$Z_o = \frac{U_o}{I_o} = \frac{1}{g_m + G_S} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} \tag{5/52}$$

Zauważmy, że
wzmacniacz o wspólnym drenie ma następujące cechy:
- nie odwraca fazy sygnału wejściowego,
- wzmocnienie jest mniejsze niż jeden,
- impedancja wejściowa jest równa rezystancji dzielnika polaryzującego bramkę i może być bardzo duża,
- rezystancja wyjściowa jest mniejsza niż rezystancja R_S, może być zatem dość mała.

5.3 WŁAŚCIWOŚCI WZMACNIAJĄCE TRANZYSTORA W ZAKRESIE WIELKICH CZĘSTOTLIWOŚCI

5.3.1 Wzmacniacze o wspólnym emiterze i wspólnym źródle

Schemat zastępczy wzmacniacza o wspólnym emiterze dla zakresu wielkich częstotliwości przedstawiono na rys. 5/2b. Dla ułatwienia przekształceń algebraicznych zastąpmy obwód na lewo od zacisków *a-b* generatorem zastępczym Nortona. Stosując zasadę Nortona można wyznaczyć połączoną z lewej strony do zacisków *a-b* przewodność wypadkową oraz wypadkowy prąd genaratora Nortona, a mianowicie:

$$G_n = \frac{1}{r_\pi \| (r_b + R_g \| R_{12})} = \frac{1}{r_\pi \| (r_b + R_g')} \tag{5/53}$$

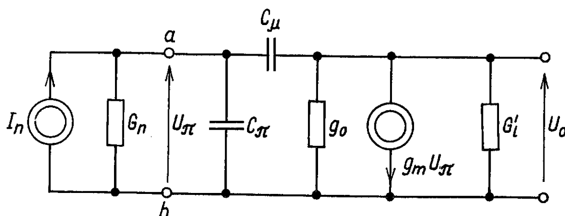
$$I_n = I_g \frac{R_g \| R_{12}}{r_b + R_g \| R_{12}} = \frac{E_g}{R_g} \frac{R_g'}{r_b + R_g'} \tag{5/54}$$

przy czym

$$R_g' = R_g \| R_{12}$$

Po tym przekształceniu schemat zastępczy można przedstawić tak, jak na rys. 5/15. Sumy prądów w wejściowym i wyjściowym węzłach (patrz rys. 5/15) są następujące:

$$\begin{gathered} \frac{E_g R_g'}{R_g(r_b + R_g')} - U_\pi(G_n + sC_\pi) - (U_\pi - U_o)sC_\mu = 0 \\ U_o G_l' + g_m U_\pi + g_o U_o - (U_\pi - U_o)sC_\mu = 0 \end{gathered} \tag{5/55}$$



5/15 Wielkoczęstotliwościowy schemat zastępczy wzmacniacza o wspólnym emiterze, otrzymany ze schematu z rys. 5/2b

Po wyeliminowaniu U_π z tego układu równań, wyznacza się

$$A_{us} = -\frac{\dfrac{R'_g}{R_g(R'_g+r_b)C_\pi}\left[\dfrac{g_m}{C_\mu} - s\right]}{s^2 + s\left[\dfrac{G_n+g_m}{C_\pi} + (g_o+G'_o)\left(\dfrac{1}{C_\mu}+\dfrac{1}{C_\pi}\right)\right] + \dfrac{(g_o+G'_l)G_n}{C_\mu C_\pi}} \qquad (5/56)$$

Wzór ten można przedstawić następująco:

$$A_{us} = -a\,\frac{z-s}{s^2+bs+c} \qquad (5/57)$$

przy czym

$$a = \frac{R'_g}{R_g(R'_g+r_b)C_\pi} \qquad (5/58)$$

$$b = \frac{G_n+g_m}{C_\pi} + (g_o+G'_l)\left(\frac{1}{C_\pi}+\frac{1}{C_\mu}\right) \qquad (5/59)$$

$$c = \frac{(g_o+G'_l)G_n}{C_\pi C_\mu} \qquad (5/60)$$

$$z = \frac{g_m}{C_\mu} \qquad (5/61)$$

Oszacujmy wartość z, przyjmując przykładowo $g_m = 40$ mS i $C_\mu = 10$ pF. Otrzymamy $z = 4\cdot 10^{-2}/10^{-11} = 4\cdot 10^9$ rd/s, co odpowiada częstotliwości zera równej 636 MHz, leżącej daleko poza częstotliwościowym zakresem pracy wzmacniacza. Podobnie można wykazać na podstawie wzorów (5/59), (5/60) i typowych parametrów tranzystora, że $b \gg c$, a także, że wartość b leży daleko poza częstotliwościowym zakresem pracy wzmacniacza. Oznacza to, że jeden z biegunów transmitancji (5/57) jest dominujący i tym samym

$$|P_1| \gg |P_2|$$

Ze wzorów Viety, zastosowanych do mianownika funkcji (5/57), i powyższej nierówności wynika

$$P_1 + P_2 = -b \cong P_1 \qquad P_1P_2 = c \qquad P_2 \cong -\frac{c}{b} \qquad (5/62)$$

Nasze rozważania prowadzą zatem do wniosku, że wzmocnienie napięciowe skuteczne wzmacniacza o wspólnym emiterze można aproksymować następująco:

$$A_{us} \cong -\frac{a(s-z)}{(s+b)(s+c/b)} \cong -\frac{az}{b}\frac{1}{s+c/b} = -\frac{az}{c}\frac{1}{1+\frac{s}{c/b}} \tag{5/63}$$

przy czym

$$A_{us0} = -\frac{az}{c} = -\frac{g_m R'_g}{(g_o + G'_l)R_g(R'_g + r_b)G_n} \tag{5/64}$$

jest wzmocnieniem dla małych częstotliwości.

Pulsacją trzydecybelową górną wzmacniacza nazywa się pulsację, przy której moduł wzmocnienia maleje o 3 dB lub stanowi $1/\sqrt{2} = 0{,}707$ wartości modułu wzmocnienia w środku pasma. Z tej definicji wynika, że pulsację trzydecybelową górną można wyznaczyć z następującego równania:

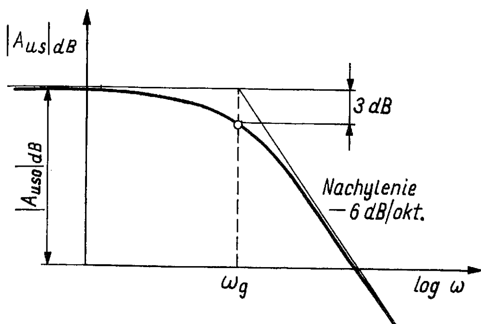
$$\left|\frac{1}{A_{us0}}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_g}{c/b}\right)^2}}$$

Rozwiązaniem tego równania jest zależność

$$\omega_g = \frac{a}{b} = \frac{G_n}{C_\pi + C_\mu[1 + g_m(r_o \parallel R'_l) + G_n(r_o \parallel R'_l)]} \tag{5/65}$$

Przypomnijmy, że G_n jest dane zależnością (5/53), R'_g jest równoległym połączeniem R_g i R_{12}, $r_o = 1/g_o$, $R'_l = 1/G'_l$. Wzmocnienie napięciowe skuteczne wzmacniacza o wspólnym emiterze można zatem przedstawić ostatecznie następująco:

$$A_{us} = \frac{A_{us0}}{1 + s/\omega_g} \tag{5/66}$$



5/16 Charakterystyka modułu napięciowego wzmocnienia skutecznego wzmacniaczy z rys. 5/1 i 2/37a w zakresie górnych częstotliwości

Zauważmy, że na ogół są spełnione nierówności

$$G_{12} \ll G_g \qquad g_o \ll G'_l$$

w takim przypadku wzory (5/64) i (5/65) upraszczają się do następującej postaci:

$$A_{us0} = -g_m R'_l \frac{r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi} = A_{u0} \frac{r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi} \tag{5/67}$$

$$\omega_g = \frac{R_g + r_b + r_\pi}{(R_g + r_b) r_\pi} \frac{1}{C_\pi + C_\mu \left(1 + g_m R'_l + \frac{R'_l}{R_n}\right)} \tag{5/68}$$

przy czym: A_{u0} – wzmocnienie napięciowe dla małych częstotliwości, $R_n = 1/G_n$.

Korzystając z asymptotycznych wykresów Bodego, na rys. 5/16 przedstawiono, aproksymowaną biegunem dominującym, charakterystykę modułu napięciowego wzmocnienia skutecznego wzmacniacza o wspólnym emiterze.

Schemat zastępczy wzmacniacza o wspólnym źródle, słuszny dla wielkich częstotliwości przedstawiono na rys. 5/5b. Przez analogię, bez powtarzania analizy, napiszmy wzory dla wzmacniacza o wspólnym źródle. Ogólna postać wzoru określającego wzmocnienie napięciowe skuteczne jest taka sama, jak dana wzorem (5/66), natomiast

$$A_{u0} = -g_m R'_l \frac{R_{12}}{R_g + R_{12}} \tag{5/69}$$

$$\omega_g = \frac{R_g + R_{12}}{R_g R_{12}} \frac{1}{C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R'_l) + (C_{gd} + C_{ds}) \frac{R'_l}{R_n}} \tag{5/70}$$

przy czym: $R_n = R_g \parallel R_{12}$.

Jeżeli $G_{12} \ll G_g$, to wzóry (5/69) i (5/70) można uprościć do postaci

$$A_{us0} \cong -g_m R'_l \cong A_{u0} \tag{5/71}$$

$$\omega_g = \frac{G_g}{C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R'_l) + (C_{gd} + C_{ds}) R'_l G_g} \tag{5/72}$$

Ze wzorów określających pulsację trzydecybelową górną dla wzmacniacza o wspólnym źródle i wzmacniacza o wspólnym emiterze, wynikają podobne wnioski.

Im mniejsze pojemności pasożytnicze i im mniejsza rezystancja wewnętrzna generatora napięciowego na wejściu, tym większa trzydecybelowa pulsacja górna.

Zauważmy także, że pojemności C_μ i C_{gd} w mianownikach wzorów (5/65) i (5/70) są wymnożone przez wartość wzmocnienia dla małych częstotliwości.

Jeżeli to wzmocnienie dla małych częstotliwości jest duże, to pojemności wpływają dominująco na wartość trzydebycelowej pulsacji górnej i pulsacja trzydecybelowa górna maleje wraz ze wzrostem wzmocnienia.

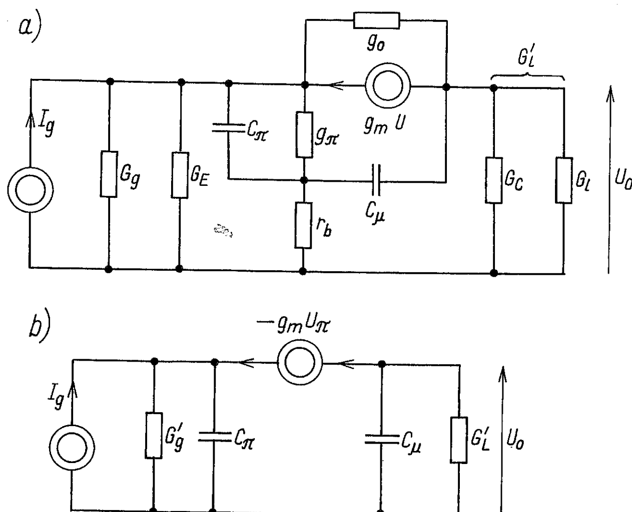
5.3.2 Wzmacniacz o wspólnej bazie

Rozważmy układ o wspólnej bazie, którego schemat ideowy przedstawiono na rys. 5/7. Zakładając, że pojemności występujące w układzie stanowią zwarcie w zakresie dużych częstotliwości, otrzymuje się schemat zastępczy taki, jak na rys. 5/17a. Rezystancja r_b w znacznym stopniu komplikuje analizę układu, rozważmy zatem przypadek, gdy można ją pominąć na mocy warunku $r_b g_\pi \ll 1$, jak to pokazano na rys. 5/17b. Przyjęto także $g_o \approx 0$. Na schematach oznaczono

$$G'_g = G_g + g_\pi + G_E \qquad G'_l = G_C + G_l$$

Z rysunku 5/17b wynika

$$-g_m U_\pi = I_g + U_\pi(G'_g + sC_\pi) = E_g G_g + U_\pi(G'_g + sC_\pi)$$



5/17 Wielkoczęstotliwościowe schematy zastępcze wzmacniacza o wspólnej bazie (rys. 5/7): a) dokładny, b) uproszczony

tym samym napięcie U_π można wyrazić następująco:

$$U_\pi = -\frac{G_g E_g}{G'_g + g_m + sC_\pi} \tag{5/73}$$

Napięcie wyjściowe natomiast

$$U_o = -\frac{g_m U_\pi}{G'_l + sC_\mu} \tag{5/74}$$

Po podstawieniu (5/73) do (5/74) i podzieleniu obu stron otrzymanego równania przez E_g otrzymuje się wzmocnienie napięciowe skuteczne wzmacniacza o wspólnej bazie:

$$A_{us} = \frac{G_g}{g_m + G'_g + sC_\pi} \frac{g_m}{G'_l + sC_\mu} \tag{5/75}$$

lub po przekształceniu w następującej postaci:

$$A_{us} = \frac{A_{us0}}{(1 + s/\omega_{g1})(1 + s/\omega_{g2})} \tag{5/76}$$

przy czym: wzmocnienie napięciowe skuteczne w środku pasma A_{us0} oraz pulsacje ω_{g1} i ω_{g2} są dane wzorami:

$$A_{us0} = \frac{G_g}{G_g + G_E + g_\pi + g_m} \cdot \frac{g_m}{G_C + G_L} \tag{5/77}$$

$$\omega_{g1} = \frac{G_g + G_E + g_\pi + g_m}{C_\pi} \tag{5/78}$$

$$\omega_{g2} = \frac{G_l + G_C}{C_\mu} \tag{5/79}$$

Wiadomo, że $C_\pi >> C_\mu$, a także na ogół $g_m >> G_C + G_l$. Jeżeli, $\omega_{g1} << \omega_{g2}$ to trzydecybelową pulsacją górną jest pulsacja dana wzorem (5/78). Jeżeli we wzorze (5/78) wartość g_m jest dominująca, to pulsacja górna może być wyrażona następująco:

$$\omega_g \cong \frac{g_m}{C_\pi} = \omega_T \tag{5/80}$$

Z porównania wzorów (5/68) i (5/80) wynika, że
pasmo wzmacniacza o wspólnej bazie jest znacznie szersze niż pasmo wzmacniacza o wspólnym emiterze.

5.3.3 Wtórnik emiterowy

Wzmacniacz o wspólnym kolektorze, nazywany *wtórnikiem emiterowym*, przedstawiono na rys. 5/9a, natomiast jego małosygnałowy schemat zastępczy dla wielkich częstotliwości na rys. 5/18, przy czym przyjęto następujące oznaczenia:

$$G'_g = \frac{(G_g + G_B)\dfrac{1}{r_b}}{G_g + G_B + \dfrac{1}{r_b}} = \frac{G_g + G_B}{1 + r_b(G_g + G_B)} \qquad (5/81)$$

$$G'_l = G_E + G_l + g_o \qquad I'_g = \frac{E_g G_g}{1 + r_b(G_g + G_B)}$$

i jak zwykle dla tego zakresu częstotliwości, że wszystkie zewnętrzne pojemności stanowią zwarcie.

Macierz **Y** wtórnika emiterowego (patrz rys. 5/18) jest następująca:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G'_g + g_\pi + s(C_\mu + C_\pi) & -(g_\pi + sC_\pi) \\ -(g_m + g_\pi + sC_\pi) & G'_l + g_\pi + g_m + sC_\pi \end{bmatrix}$$

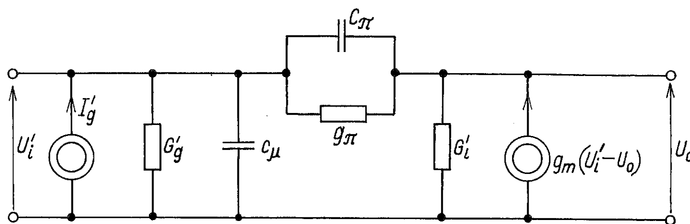
Wzmocnienie napięciowe skuteczne:

$$A_{us} = \frac{U_o}{E_g} = \frac{U_o}{I_g} G_g = \frac{U_o}{I_g} G'_g \frac{G_g}{G_g + G_B} = -\frac{\Delta_{12}}{\Delta} G'_g \frac{G_g}{G_g + G_B} =$$

$$= \frac{G'_g(g_m + g_\pi + sC_\pi)}{(G'_g + sC_\mu)(G'_l + g_\pi + g_m + sC_\pi) + (g_\pi + sC_\pi)G'_l} \cdot \frac{G_g}{G_g + G_B} \qquad (5/82)$$

Jak wynika ze wzoru wzmocnienie to ma jedno zero i dwa bieguny. Można wykazać, że jeden z biegunów jest dominujący, a zero ma wartość bliską ω_T. Jeżeli rozważamy układ dla pulsacji:

$$\omega \ll \frac{g_m + g_\pi}{C_\pi} \cong \omega_T < \frac{G'_l + g_m + g_\pi}{C_\pi} \qquad (5/83)$$



5/18 Wielkoczęstotliwościowy schemat zastępczy wzmacniacza o wspólnym kolektorze (rys. 5/9a)

to wyrażenie dane wzorem (5/82) można aproksymować następująco:

$$A_{us} \cong \frac{G'_g G_g}{G_g + G_B} \frac{g_m + g_\pi}{(G'_g + sC_\mu)(G'_l + g_\pi + g_m) + (g_\pi + sC_\pi) G'_l} \tag{5/84}$$

co po przekształceniu sprowadza się do jednobiegunowej transmitancji o postaci

$$A_{us} = A_{us0} \frac{1}{1 + s/\omega_g} \tag{5/85}$$

przy czym:

$$\omega_g = \frac{G'_g + \dfrac{g_\pi G'_l}{G'_l + g_\pi + g_m}}{C_\mu + C_\pi \dfrac{G'_l}{G'_l + g_\pi + g_m}} \tag{5/86}$$

jest *trzydecybelową pulsacją górną*, a A_{us0} wzmocnieniem napięciowym skutecznym w środku pasma, wyznaczonym w rozdz. 5.2.3
Wzór (5/86) można przekształcić do postaci:

$$\omega_g = \frac{1}{C_\mu + C_\pi \dfrac{r_\pi}{r_\pi + (\beta_0 + 1) R'_l}} \cdot \frac{1}{[r_\pi + (\beta_0 + 1) R'_l] \parallel R'_g} \tag{5/87}$$

Zazwyczaj są spełnione następujące nierówności:

$$r_\pi + (\beta_0 + 1) R'_l \gg R'_g \qquad (\beta_0 + 1) R'_l \gg r_\pi$$

a w takim przypadku trzydecybelową pulsację górną wtórnika emiterowego można przedstawić następująco:

$$\omega_g \cong \frac{1}{R'_g \left(C_\mu + \dfrac{C_\pi}{g_m R'_l} \right)} \tag{5/88}$$

Zauważmy, że pasmo wtórnika emiterowego jest znacznie szersze niż pasmo układu o wspólnym emiterze, a najszersze pasmo uzyskuje się przy idealnym sterowaniu napięciowym, a mianowicie

$$\omega_g \Big|_{R_g = 0} = \frac{1}{r_b C_\mu} \tag{5/89}$$

5.3.4 Wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym

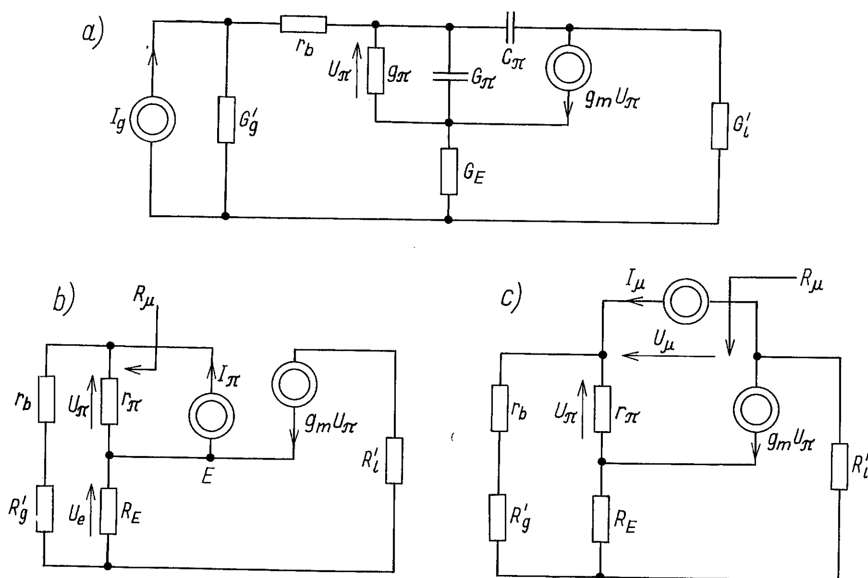
W zakresie wielkich częstotliwości wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym (rys. 5/10a) można przedstawić schematem zastępczym takim, jak na rys. 5/19a. Analiza metodą węzłową jest dość złożona i prowadzi do transmitancji II stopnia, przy czym jeden z biegunów jest dominujący. Zastosujmy zatem metodę rozwarciowych stałych czasu (rozdz. 2.6.9) i aproksymację biegunem dominującym (rozdz. 2.6.8).

Na rysunku 5/19b przedstawiono schemat do wyznaczenia rezystancji wejściowej R_π, a na rys. 5/19c do wyznaczenia rezystancji wejściowej R_μ. Sumując prądy w węźle E (rys. 5/19b) otrzymuje się

$$g_m U_\pi + g_\pi U_\pi - G_E U_e = I_\pi$$

Napięcie U_e można wyrazić następująco:

$$U_e = (I_\pi - g_\pi U_\pi)(r_b + R'_g) - U_\pi$$



5/19 Wielkoczęstotliwościowy schemat zastępczy wzmacniacza z emiterowym sprzężeniem zwrotnym (rys. 5/10) (a), schematy zastępcze do wyznaczania R_π i R_μ w metodzie rozwarciowych stałych czasu (b, c)

Z równań tych wyznacza się

$$R_\pi = \frac{U_\pi}{I_\pi} = \frac{1 + (r_b + R'_g)G_E}{g_m + g_\pi + G_E + g_\pi(r_b + R'_g)G_E} = r_\pi \| \frac{r_b + R'_g + R_E}{1 + g_m R_E} \qquad (5/90)$$

W podobny sposób, na podstawie rys. 5/19c, otrzymuje się

$$R_\mu = \frac{U_\mu}{I_\mu} = R'_l + \frac{r_\pi + (\beta_0 + 1)R_E + \beta_0 R'_l}{1 + G'_g[r_\pi + (\beta_0 + 1)R_E]} \qquad (5/91)$$

Trzydecybelowa pulsacja górna rozważanego wzmacniacza (wzór (2/111))

$$\omega_g = \frac{1}{R_\pi C_\pi + R_\mu C_\mu} \qquad (5/92)$$

Przy idelnym sterowaniu napięciowym ($R_g = 0$) wzór upraszcza się do postaci

$$\omega_g\Big|_{R_g=0} \cong \frac{1}{\left(r_\pi \| \dfrac{r_b + R_E}{1 + g_m R_E}\right) C_\pi + R'_l C_\mu} \qquad (5/93)$$

a przy idelnym prądowym sterowaniu do postaci następującej

$$\omega_g\Big|_{R_g\to\infty} \cong \frac{1}{r_\pi C_\pi + [r_\pi + (\beta_0 + 1)(R_E + R'_l)]C_\mu} \qquad (5/94)$$

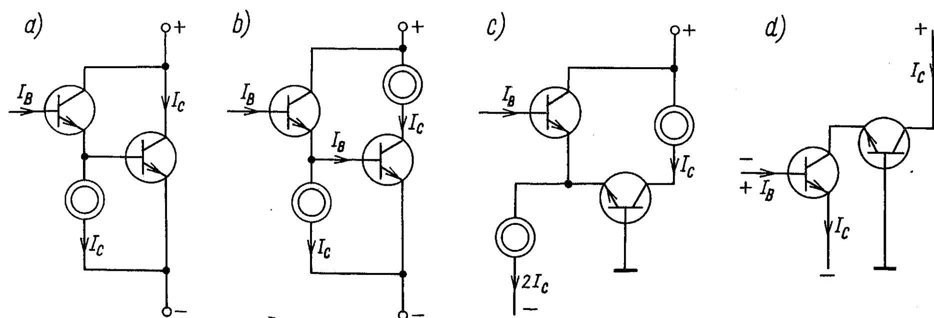
Jak widać z porównania wzorów (5/93) i (5/94) wzmacniacz charakteryzuje się tym szerszym pasmem, im jest mniejsza rezystancja wewnętrzna generatora sterującego. Z porównania wzorów (5/92) i (5/68) wynika natomiast, że wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym ma szersze pasmo niż wzmacniacz o wspólnym emiterze, bowiem

$$\frac{1}{G_n} = R_n > R_\pi \qquad (1 + g_m R'_l)R_n + R'_l > R_\mu$$

5.4 PARY TRANZYSTORÓW JAKO TRANZYSTOR ZŁOŻONY W ZAKRESIE MAŁYCH CZĘSTOTLIWOŚCI

5.4.1 Wprowadzenie

Obok omówionych wyżej podstawowych konfiguracji pracy tranzystorów, istotną funkcję spełniają połączenia dwóch tranzystorów, które można traktować jako tranzystor złożony, jednak o odmiennych od pojedynczego



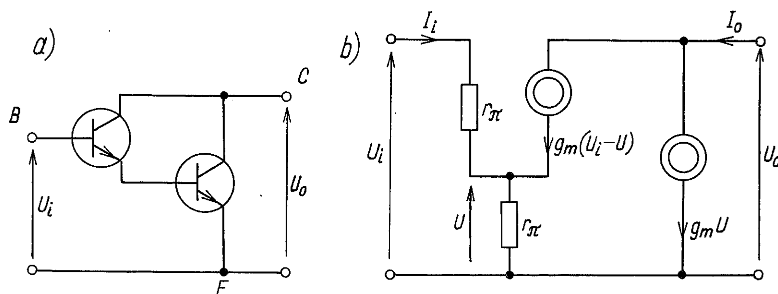
5/20 Pary tranzystorów: a) CC-CC, b) CC-CE, c) CC-CB, d) CE-CB

tranzystora właściwościach. Cztery takie połączenia par tranzystorów bipolarnych prezentuje rys. 5/20. Dla zapewnienia identycznych parametrów obu tranzystorów w każdej parze, zakłada się wymuszenie jednakowych punktów pracy. W celu uproszczenia rozważań przyjęto, że zadanie to spełniają źródła stałoprądowe, omówione w rozdz. 4.2.2; są również możliwe prostsze rozwiązania, korzystniejsze w układach dyskretnych.

Pomimo, że układy te stosuje się w konkretnych konfiguracjach pracy, rozważmy je ogólniej, jako tranzystory złożone. Przyjmijmy prosty małoczęstotliwościowy schemat zastępczy, z pominięciem r_b i g_o. Celem jest otrzymanie małoczęstotliwościowego schematu zastępczego tranzystora złożonego. Sprowadza się to do wyznaczenia rezystancji wejściowej i transkonduktancji źródła sterowanego na wyjściu tranzystora złożonego.

5.4.2 Układy wspólny kolektor-wspólny kolektor i wspólny kolektor-wspólny emiter

Układ z rysunku 5/20a nazywa się *układem wspólny kolektor-wspólny kolektor*. Nazwa pochodzi od stosowania tej pary tranzystorów (tranzystora złożonego) w układzie o wspólnym kolektorze. W takim zastosowaniu oba tranzystory pracują w konfiguracji wspólnego kolektora (CC-CC). Układ z rysunku 5/20a można przedstawić dla przebiegów zmiennych w postaci tranzystora złożonego, jak na rys. 5/21a, co prowadzi do schematu zastępczego, jak na rys. 5/21b.



5/21 Schemat zmiennoprądowy a) i zastępczy (b) pary CC-CC

Układ ten nazywa się też *połączeniem Darlingtona.* Ze schematu wynika:

$$U_i - U = I_i r_\pi$$

oraz

$$U_i = 2r_\pi I_i + g_m(U_i - U) r_\pi = 2r_\pi I_i + g_m r_\pi^2 I_i$$

Po podzieleniu obu stron równania przez I_i otrzymuje się rezystancję wejściową tranzystora złożonego:

$$R_\pi = \frac{U_i}{I_i} = r_\pi(g_m r_\pi + 2) = (\beta_0 + 2) r_\pi \cong \beta_0 r_\pi \qquad (5/95)$$

Prąd wyjściowy

$$I_o = g_m(U_i - U) + g_m U = g_m u_i$$

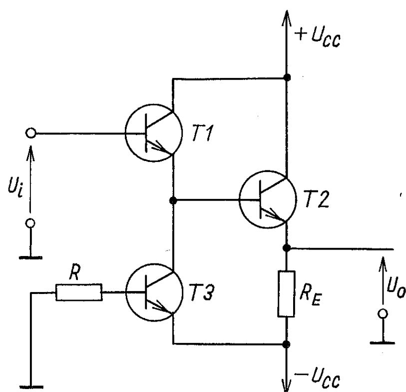
stąd otrzymuje się transkonduktancję tranzystora złożonego

$$G_m = \frac{I_o}{U_i} = g_m \qquad (5/96)$$

Z otrzymanych wzorów wynika, że rezystancja wejściowa jest β_0 razy większa, a transkonduktancja taka sama, jak dla pojedynczego tranzystora. Oznacza to, że jest większe wzmocnienie prądowe tranzystora złożonego, mianowicie

$$B_0 = G_m R_\pi = g_m r_\pi (\beta_0 + 2) = \beta_0(\beta_0 + 2) \cong \beta_0^2 \qquad (5/97)$$

Tranzystor złożony CC-CC o właściwościach danych wzorami (5/95)...(5/97) może być zastosowany w konfiguracji wspólnego kolektora, przykładowo tak, jak na rys. 5/22. Układ ten jest wtórnikiem emiterowym, z wykorzystaniem tranzystora złożonego wspólny kolektor-wspólny kolektor. Zasilanie jest symetryczne, zacisk bazy ma potencjał zero względem masy.



5/22 Przykładowa realizacja wtórnika emiterowego z parą tranzystorów CC-CC

Tranzystor $T3$ jest źródłem stałoprądowym. Rezystor R wymusza prąd bazy, a tym samym prąd kolektora. Możliwe jest zastąpienie tranzystora $T3$ – rezystorem, co upraszcza układ, lecz pogarsza stałość punktu pracy.

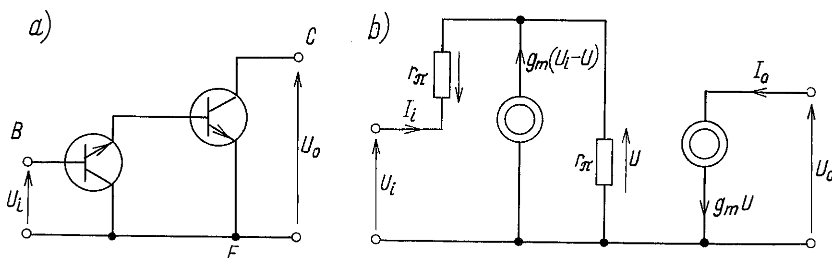
Korzystając ze wzorów wyprowadzonych dla wtórnika emiterowego w rozdz. 5.4 (wzór (5/25), (5/27) i (5/30)) można napisać

$$A_{u0} = \frac{(B_0 + 1)R_E}{R_\pi + (B_0 + 1)R_E} \cong \frac{\beta_0 R_E}{r_\pi + \beta_0 R_E} \tag{5/98}$$

$$Z_i = (\beta_0 + 2)r_\pi + [\beta_0(\beta_0 + 2) + 1]R_E \cong \beta_0 r_\pi + \beta_0^2 R_E \tag{5/99}$$

$$Z_o \cong \frac{1}{G_m} = \frac{1}{g_m} = \frac{r_\pi}{\beta_0} \tag{5/100}$$

Jak wynika z tych wzorów, wzmocnienie napięciowe i rezystancja wyjściowa są w przybliżeniu takie same, jak dla zwykłego wtórnika emiterowego, natomiast rezystancja wejściowa jest wielokrotnie większa, w przybliżeniu β_0 razy.



5/23 Schemat zmiennoprądowy (a) i zastępczy (b) układu CC-CE

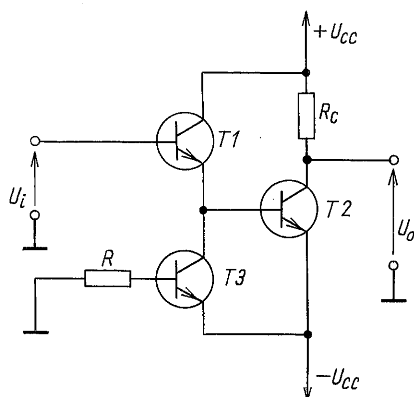
Na rysunku 5/20b pokazano układ wspólny kolektor-wspólny emiter (CC-CE), schemat zmiennoprądowy na rys. 5/23a, a schemat zastępczy na rys. 5/23b. Układ ten ma podobne właściwości do układu CC-CE. Stosuje się go jednak jako tranzystor złożony w konfiguracji wspólnego emitera. Postępując analogicznie do przypadku układu CC-CE można wykazać, że

$$R_\pi = \frac{U_i}{I_i} = r_\pi(g_m r_\pi + 1) = (\beta_0 + 1)r_\pi \cong \beta_0 r_\pi \tag{5/101}$$

$$G_m = \frac{I_o}{U_i} = \frac{g_m^2 r_\pi}{r_\pi(g_m r_\pi + 1)} = \frac{\beta_0 g_m}{\beta_0 + 1} \cong g_m \tag{5/102}$$

oraz

$$B_0 = G_m R_\pi = \beta_0 g_m r_\pi = \beta_0^2 \tag{5/103}$$



5/24 Zastosowanie układu CC-CE we wzmacniaczu o wspólnym emiterze

Układ z takim tranzystorem złożonym we wzmacniaczu o wspólnym emiterze przedstawiono na rys. 5/24. Po uwzględnieniu we wzorach (5/10) i (5/8) z rozdz. 5.2 rezystancji wejściowej i transkonduktancji danych wzorami (5/101) i (5/102), dochodzi się do wniosku, że układ ten ma rezystancję wejściową β_0 razy większą niż układ o wspólnym emiterze ze zwykłym tranzystorem, natomiast wzmocnienie napięciowe jest takie samo. Stosuje się go zatem wówczas, gdy są konieczne duża rezystancja wejściowa i duże wzmocnienie.

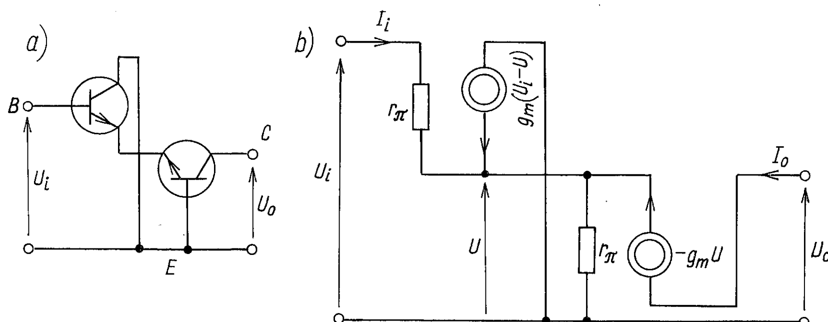
5.4.3 Układ wspólny kolektor-wspólna baza

Tranzystor złożony wspólny kolektor-wspólna baza (CC-CB) przedstawiono na rys. 5/20c, a jego schematy zmiennoprądowy i zastępczy małosygnałowy na rys. 5/25a i b. Po zsumowaniu prądów wpływających do drugiej rezystancji r_π otrzymuje się

$$I_i + g_m(U_i - U) = g_m U$$

skąd napięcie U można wyrazić następująco:

$$U = \frac{I_i}{2g_m} + \frac{U_i}{2}$$



5/25 Schemat zmiennoprądowy (a) i zastępczy (b) układu CC-CB

Napięcie wejściowe natomiast

$$U_i = I_i r_\pi + U = I_i r_\pi + \frac{I_i}{2g_m} + \frac{U_i}{2} = I_i \frac{1 + 2g_m r_\pi}{g_m}$$

Po podzieleniu tego równania przez I_i otrzymuje się rezystancję wejściową tranzystora złożonego, a mianowicie:

$$R_\pi = \frac{U_i}{I_i} = \frac{1 + 2g_m r_\pi}{g_m} = 2r_\pi\left(1 + \frac{1}{2\beta_0}\right) \cong 2r_\pi \qquad (5/104)$$

Po wyeliminowaniu I_i z równania określającego napięcie U otrzymuje się

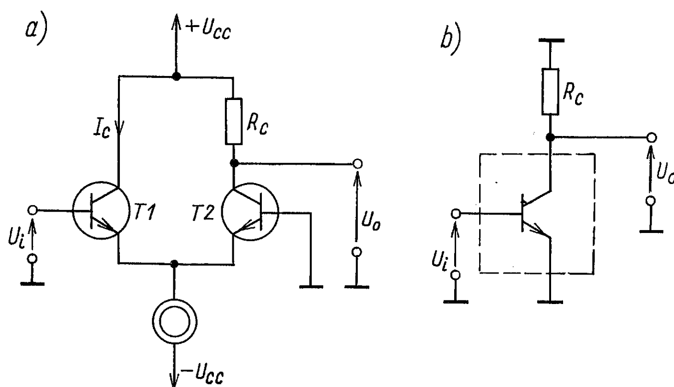
$$U = \frac{U_i}{2 + 4g_m r_\pi} + \frac{U_i}{2} = \frac{1 + g_m r_\pi}{1 + 2g_m r_\pi} U_i$$

Prąd I_o można wyrazić następująco:

$$I_o = -g_m U = -g_m \frac{1 + g_m r_\pi}{1 + 2g_m r_\pi} U_i$$

Po podzieleniu stron tego równania przez U_i otrzymuje się wzór określający transkonduktancję tranzystora złożonego, mianowicie

$$G_m = \frac{I_o}{U_i} = -g_m \frac{1 + g_m r_\pi}{1 + 2g_m r_\pi} = -g_m \frac{1 + \beta_0}{1 + 2\beta_0} = -\frac{g_m}{2} \qquad (5/105)$$



5/26 Przykład zastosowania układu CC-CB: a) schemat ideowy wzmacniacza sprzężonego emiterowo, b) schemat zastępczy w postaci układu o wspólnym emiterze z tranzystorem złożonym

Wzmocnienie prądowe:

$$B_0 = G_m R_\pi = -(1 + g_m r_\pi) = -(\beta_0 + 1) \cong -\beta_0 \tag{5/106}$$

Przykładem zastosowania pary CC-CB jest układ przedstawiony na rys. 5/26a, nazywany także *wzmacniaczem sprzężonym emiterowo*. Układ można sprowadzić do wzmacniacza o wspólnym emiterze z tranzystorem złożonym CC-CB, jak to pokazano na rys. 5/26b. Rezystancja wejściowa tego układu jest zatem dwukrotnie większa (wzór (5/104)), a wzmocnienie napięciowe dwukrotnie mniejsze, bo dwukrotnie jest mniejsza transkonduktancja (wzór (5/105)) w porównaniu ze wzmacniaczem o wspólnym emiterze ze zwykłym tranzystorem. Główne jednak zastosowanie tego układu, wynikające z dobrych właściwości częstotliwościowych, to wzmacniacze szerokopasmowe (wizyjne) i wzmacniacze selektywne w.cz.

5.4.4 Układ wspólny emiter-wspólna baza

Podobnie jak tranzystor złożony CC-CB, również układ wspólny emiter-wspólna baza (CE-CB) ma na celu wyeliminowanie wady układu o wspólnej bazie, jaką jest bardzo mała rezystancja wejściowa. Układ CE-CB przedstawiono na rys. 5/20d, schemat zmiennoprądowy na rys. 5/27a, a zastępczy na rys. 5/27b. Bezpośrednio z rys. 5/27b wynika:

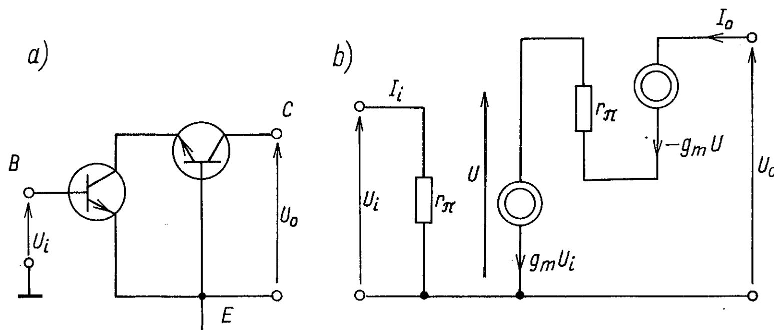
$$R_\pi = \frac{U_i}{I_i} = r_\pi \tag{5/107}$$

oraz

$$I_o = -g_m U = g_m U_i$$

skąd otrzymuje się

$$G_m = \frac{I_o}{U_i} = g_m \tag{5/108}$$



5/27 Schemat zmiennoprądowy (a) i zastępczy (b) układu CE-CB

Rezystancja wejściowa i transkonduktancja, a tym samym wzmocnienie prądowe są takie same, jak zwykłego tranzystora o wspólnym emiterze.

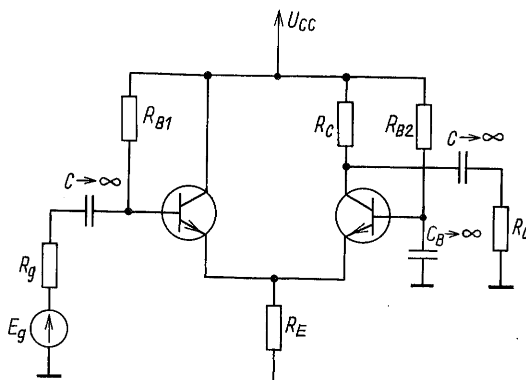
Otrzymany rezultat nie zachęcałby do stosowania dwóch zamiast jednego tranzystora, gdyby nie fakt, że układ CE-CB, podobnie jak układ CC-CB, zachowuje dobre właściwości układu o wspólnej bazie w zakresie wielkich częstotliwości, a jednocześnie zwiększa rezystancję wejściową. Układ CE-CB, nazywany też *kaskodą*, jest stosowany we wzmacniaczach szerokopasmowych i selektywnych w.cz.

5.5 PARY TRANZYSTORÓW W ZAKRESIE WIELKICH CZĘSTOTLIWOŚCI

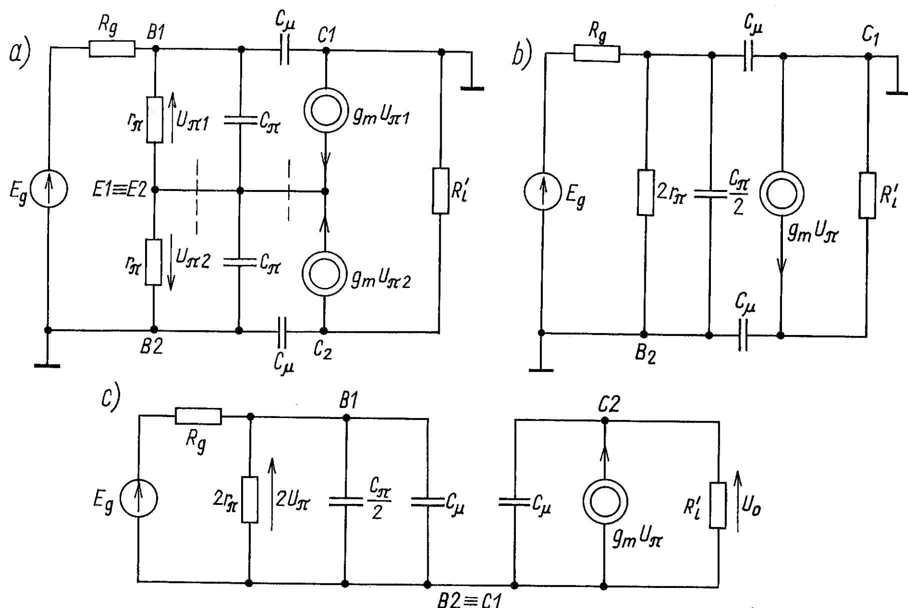
5.5.1 Układ wspólny kolektor-wspólna baza (wzmacniacz sprzężony emiterowo)

Na rysunku 5/28 przedstawiono schemat wzmacniacza sprzężonego emiterowo (układ CC - CB) w wersji dyskretnej. Dla uproszczenia analizy przyjmijmy, że tranzystory *T*1 i *T*2 są identyczne i pracują przy takim samym punkcie pracy, rezystancje baz są pomijalnie małe, rezystancje wyjściowe tranzystorów można pominąć wobec rezytancji $R'_l = R_C \parallel R_l$, a rezystancje R_{B1} *i* R_{B1} wobec r_π. W takim przypadku wielkoczęstotliwościowy schemat zastępczy układu można przedstawić tak, jak na rys. 5/29a. Zauważmy, że przerwanie połączeń w miejscach zaznaczonych pionowymi liniami na rys. 5/29a nie zmieni stanu układu, uwzględniając $U_{\pi 1} = - U_{\pi 2} = U_\pi$, można go przekształcić do postaci przedstawionej na rys. 5/29b. Zwróćmy także uwagę, że węzły oznaczone C1 i B2 (rys. 5/29b) są uziemnione, można zatem schemat z rys. 5/29b narysować tak, jak to pokazano na rys. 5/29c.

Z rysunku 5/29c wynika, że tranzystor złożony CC-CB nie ma pojemności między bazą a kolektorem, a pojemność wejściowa jest prawie dwukrotnie mniejsza niż pojemność wejściowa pojedynczego tranzystora. Pozwala to przewidywać, że układ ten charakteryzuje się bardzo dobrymi właściwościami w zakresie wielkich częstotliwości.



5/28 Schemat ideowy wzmacniacza sprzężonego emiterowo



5/29 Wielokoczęstotliwościowy schemat zastępczy (a) po przekształceniach (b), wzmacniacza sprzężonego emiterowo (układ CC-CB) (c)

Z obwodu wejściowego (rys. 5/29c) wynika:

$$2U_\pi = \frac{G_g}{G_g + \frac{g_\pi}{2} + s\left(\frac{C_\pi}{2} + C_\mu\right)} E_g$$

natomiast dla obwodu wyjściowego można napisać

$$U_o = \frac{g_m U_\pi}{G'_l + sC_\mu}$$

Po podstawieniu U_π z pierwszego do drugiego równania, w wyniku prostych przekształceń, otrzymuje się wzmocnienie napięciowe skuteczne wzmacniacza sprzężonego emiterowo, a mianowicie

$$A_{us} = \frac{A_{us0}}{(1 + s/\omega_{g1})(1 + s/\omega_{g2})} \tag{5/109}$$

przy czym: wzmocnienie napięciowe skuteczne dla małych częstotliwości A_{us0} i pulsacje biegunów ω_{g1} i ω_{g2} są określone następującymi wzorami:

$$A_{us0} = \frac{2r_\pi}{R_g + 2r_\pi} g_m(R_C \parallel R_l) \tag{5/110}$$

$$\omega_{g1} = \frac{G_g + \frac{g_\pi}{2}}{\frac{C_\pi}{2} + C_\mu} = \frac{1}{(R_g \parallel 2r_\pi)\left(\frac{C_\pi}{2} + C_\mu\right)} \tag{5/111}$$

$$\omega_{g2} = \frac{1}{(R_C \parallel R_l)\, C_\mu} \tag{5/112}$$

Z postaci wzorów (5/111) i (5/112) wynika, że nie można jednoznacznie stwierdzić dominacji jednego z biegunów. W zależności od wartości elementów pierwszy lub drugi biegun może być dominujący, ale może zdarzyć się także tak, że oba bieguny mają zbliżone wartości. W tym ostatnim przypadku trzydecybelową pulsację górną wyznacza się z równania

$$\left|\frac{A_{us}}{A_{us0}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_{g1}}\right)^2\right]\left[1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_{g2}}\right)^2\right]}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{5/113}$$

które można przekształcić do postaci

$$\omega_g^4 + (\omega_{g1}^2 + \omega_{g2}^2)\,\omega_g^2 - \omega_{g1}^2\omega_{g2}^2 = 0$$

Po odrzuceniu rozwiązania fizycznie nierealnego otrzymuje się

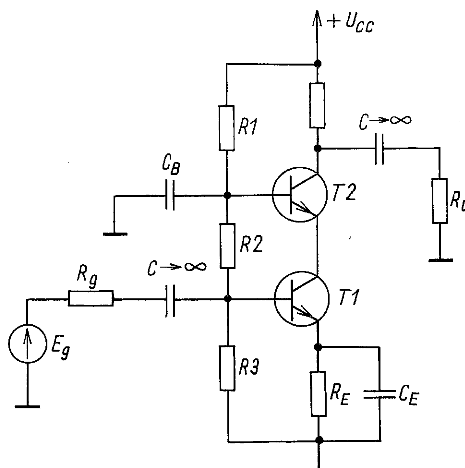
$$\omega_g = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{\omega_{g1}^2 + \omega_{g2}^2}{2}\right)^2 + \omega_{g1}^2\omega_{g2}^2} - \frac{\omega_{g1}^2 + \omega_{g2}^2}{2}} \tag{5/114}$$

W szczególnym przypadku, gdy $\omega_{g1} = \omega_{g2} = \omega'_g$ ze wzoru (5/114) wynika

$$\omega_g = \omega'_g\sqrt{\sqrt{2} - 1} \tag{5/115}$$

5.5.2 Układ wspólny emiter-wspólna baza (kaskoda)

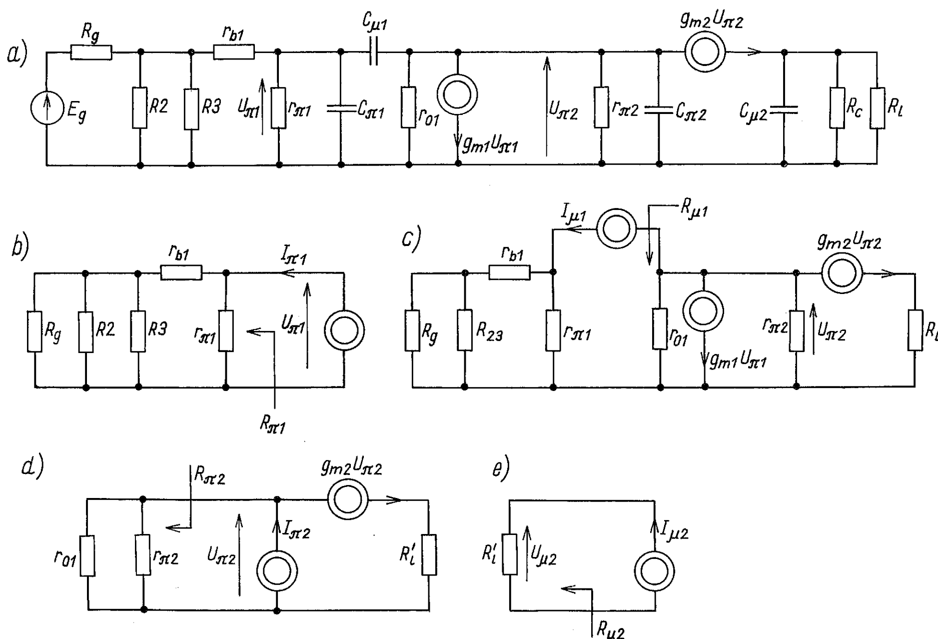
Na rysunku 5/30 przedstawiono schemat ideowy wzmacniacza kaskodowego (kaskody, układu CE-CB). Pomijając rezystancję bazy tranzystora $T2$ (rezystancji bazy $T1$ nie można pominąć, może być bowiem $R_g \approx 0$) i przyjmując, że pojemności C, C_B i C_E stanowią zwarcia, schemat zastępczy dla wielkich częstotliwości można przedstawić tak, jak na rys. 5/31a. Załóżmy ponadto, że oba tranzystory są jednakowe i pracują przy takim samym punkcie pracy. Pomińmy przytaczanie dokładnej analizy schematu z rys. 5/31a, ze względu na długie i uciążliwe przekształcenia. Analiza ta prowadzi w rezultacie do transmitancji III stopnia, a więc trójbiegunowej. Przy typowych wartościach



5/30 Schemat ideowy wzmacniacza kaskodowego (układ CE-CB)

elementów układu z rys. 5/30 jeden z biegunów jest dominujący, co umożliwia zastosowanie aproksymacji transmitancją jednobiegunową z biegunem dominującym (por. rozdz. 2.6.8), który można wyznaczyć metodą rozwarciowych stałych czasu (por. rozdz. 2.6.9). Na rysunku 5/31b, c, d, e przedstawiono obwody do wyznaczania poszczególnych rezystancji rozwarciowych. Z analizy tych obwodów wynikają następujące wzory:

$$R_{\pi 1} = r_{\pi 1} \parallel [r_{b1} + (R_g \parallel R_2 \parallel R_3)] \tag{5/116}$$



5/31 Wielkoczęstotliwościowy schemat zastępczy (a), schematy zastępcze do wyznaczania rezystancji w metodzie rozwarciowych stałych czasu (b-e) wzmacniacza kaskodowego z rys. 5/30

$$R_{\mu 1} = R_{\pi 1} \frac{1 + (g_{m1} + g_{m2})(r_{\pi 2} \parallel r_{o1})}{1 + g_{m2}(r_{\pi 2} \parallel r_{o1})} \cong 2R_{\pi 1} \tag{5/117}$$

$$R_{\pi 2} = \frac{r_{o1} \parallel r_{\pi 2}}{1 + g_{m2}(r_{o1} \parallel r_{\pi 2})} \cong \frac{1}{g_{m2}} \tag{5/118}$$

$$R_{\mu 2} = R_C \parallel R_l \tag{5/119}$$

Trzydecybelowa pulsacja, zgodnie ze wzorem (2/111), jest zatem

$$\omega_g \cong \frac{1}{R_{\pi 1}(C_{\pi 1} + 2C_{\mu 1}) + \frac{C_{\pi 2}}{g_{m2}} + (R_C \parallel R_l)C_{\mu 2}} \tag{5/120}$$

Wzmocnienie napięciowe dla małych częstotliwości można wyznaczyć ze schematu zastępczego z rys. 5/30a, przy rozwartych pojemnościach. Otrzymuje się

$$A_{u0} \cong - g_{m2}(R_C \parallel R_l) \tag{5/121}$$

Wzór (5/120) wskazuje, że również wzmacniacz kaskodowy charakteryzuje się szerokim pasmem, znacznie szerszym niż wzmacniacz w układzie wspólnego emitera.

5.6 PODSUMOWANIE

Właściwości wzmacniaczy są różne w zależności od konfiguracji pracy tranzystorów. Analogiczne konfiguracje pracy tranzystorów polowych i bipolarnych wykazują podobieństwo jakościowe swoich właściwości. Ilościowe różnice wynikają z różnych wartości elmentów małosygnałowych schematów zastępczych.

Tranzystory polowe charakteryzują się znacznie mniejszą transkonduktancją, znacznie większą rezystancją wejściową i mniejszymi pojemnościąmi pasożytniczymi.Te różnice prowadzą do większych wzmocnień w stopniach wzmacniaczy z tranzystorami bipolarnymi, natomiast szerszych pasm we wzmacniaczach z tranzystorami polowymi. We wzmacniaczach z tranzystorami polowymi różnica między wzmocnieniem napięciowym i skutecznym jest minimalna, w przeciwieństwie do wzmacniaczy z tranzystorami bipolarnymi.

Wzmacniacze o wspólnym źródle i wspólnym emiterze charakteryzują się dość dużym wzmocnieniem napięciowym, odwracają fazę, zwiększanie wzmocnienia prowadzi do zawężenia pasma. Rezystancja wejściowa wzmacniaczy z tranzystorami bipolarnymi jest równa rezystancji wejściowej tranzystora,

wzmacniaczy z tranzystorami polowymi jest określona przez dzielnik polaryzujący bramkę. Pasmo jest tym szersze, im mniejsza rezystancja obciąża dren lub kolektor tranzystora i im mniejsze są pojemności pasożytnicze tranzystora.

Wzmacniacze o wspólnej bramce i wspólnej bazie mają w przybliżeniu takie samo wzmocnienie napięciowe, jak układy o wspólnym emiterze i drenie, nie odwracają jednak fazy. Rezystancja wejściowa jest znacznie większa, w przybliżeniu równa odwrotności transkonduktancji; jest ona mniejsza w układzie o wspólnej bramce. Rezystancje wyjściowe mają podobne wartości, jak w układach wspólnego emitera i wspólnego źródła. Mała rezystancja wejściowa jest wadą układu o wspólnej bazie, zaletą jest znacznie szersze pasmo, nawet β_0 razy szersze niż wzmacniacza o wspólnym emiterze. Ze względu na dobre właściwości częstotliwościowe tranzystorów polowych układ o wspólnej bramce jest znacznie rzadziej stosowany niż układ o wspólnej bazie.

Wzmacniacze o wspólnym drenie i wspólnym kolektorze nazywa się wtórnikami: źródłowym i emiterowym. W układach tych napięcie wyjściowe „wtóruje" wejściowemu. Wzmocnienie napięciowe jest w przybliżeniu równe jeden, a wzmacniacz nie odwraca fazy. Rezystancja wejściowa jest bardzo duża, a wyjściowa bardzo mała. Jest to układ używany jako separator między układami, których bezpośrednie połączenie prowadzi do dużych strat wzmocnienia. Wtórnik źródłowy ma większą rezystancję wejściową niż wtórnik emiterowy, natomiast większą rezystancję wyjściową i większe tłumienie napięciowe.

Wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym ma podobne właściwości, jak układ CC-CE. Rezystancja wejściowa jest taka sama, wzmocnienię jest mniejsze, ale przy dużych wartościach staje się niezależne od parametrów tranzystora. Układ ten może być też stosowany do rozdzielania sygnału, np. do dwóch torów transmisyjnych z jednoczesnym przesunięciem fazy o 180°.

Stosowanie tranzystorów złożonych (pary tranzystorów) ma na celu eliminację wad i zachowanie zalet, lub poprawienie właściwości podstawowych konfiguracji pracy wzmacniaczy.

Układ CC-CC użyty we wtórniku emiterowym β_0-krotnie zwiększa rezystancję wejściową.

Układ CC-CE ma rezystancję wejściową wtórnika emiterowego, a wzmocnienie wzmacniacza o wspólnym emiterze.

Układy CC-CB (wzmacniacz sprzężony emiterowo) i CE-CB (kaskoda), zachowując dobre wielkoczęstotliwościowe właściwości wzmacniacza o wspólnej bazie, charakteryzują się przy tym rezystancją wejściową dwukrotnie większą lub równą rezystancji układu o wspólnym emiterze.

Możliwa jest realizacja analogicznych połączeń tranzystorów polowych, jednak duża rezystancja wejściowa i dobre właściwości wielkoczęstotliwościowe układu o wspólnym źródle sprawiają, że są rzadziej stosowane.

Omówione w tym rozdziale stopnie wzmacniające stanowią elementarne układy do tworzenia wielostopniowych napięciowych wzmacniaczy różnych rodzajów: szerokopasmowych i wąskopasmowych, napięcia stałego, małych i dużych częstotliwości, a także wzmacniaczy mocy m.cz.

LITERATURA

1. Ghausi M. S.: *Electronic devices and circuits: discrete and integrated.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1985.
2. Gray P. R., Meyer R. G.: *Analysis and design of analog integrated circuits.* John Wiley and Sons, New York 1984.
3. Sedra A. S., Smith K. C.: *Microelectronics circuits.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.

6

SPRZĘŻENIE ZWROTNE

6.1 WPROWADZENIE

Rozważane dotąd wzmacniacze działają zgodnie z zasadą przyczynowości. Lapidarnie rzecz ujmując zasada ta stwierdza, że nie ma skutku bez przyczyny lub, że przyczyna wywołuje skutek. Zasadę tę ilustruje rys. 6/1a. W odniesieniu do liniowych układów elektronicznych można ją wypowiedzieć następująco: nie ma odpowiedzi bez pobudzenia lub pobudzenie – sygnał wejściowy wywołuje odpowiedź – sygnał wyjściowy.

a) Przyczyna ⟹ Skutek

b) Przyczyna ⟹ Skutek



6/1 Ilustracja procesu prostego (a) i ze sprzężeniem zwrotnym (b)

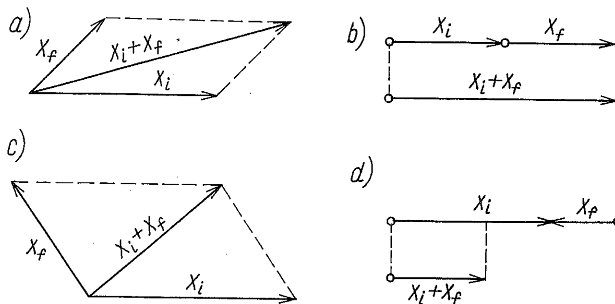
W przyrodzie występują różne złożone procesy, wśród których istotne znaczenie ma sprzężenie zwrotne. W tym procesie wywołany przez przyczynę skutek oddziałuje zwrotnie na przyczynę, która go wywołała. Między skutkiem a wywołującą go przyczyną występuje sprzężenie zwrotne. Taki proces pokazano na rys. 6/1b.

Przenosząc te ogólne sformułowania do układów elektronicznych można sprzężenie zwrotne zdefiniować następująco:

sprzężenie zwrotne jest oddziaływaniem odpowiedzi układu – sygnału wyjściowego na pobudzenie – sygnał wejściowy.

Układy, w których występuje takie oddziaływanie są układami ze sprzężeniem zwrotnym. Sprzężenie zwrotne może również występować między dwoma dowolnymi sygnałami występującymi w układzie, które nie są sygnałami wejściowymi i wyjściowymi, nazywa się je wówczas *sprzężeniem zwrotnym lokalnym.*

W liniowych układach elektronicznych oddziaływanie sygnału wyjściowego na wejściowy jest oczywiście liniowe. Oznacza to, że sygnał wejściowy pod wpływem sygnału wyjściowego może zmienić jedynie amplitudę i fazę. Rozważając to odziaływanie na płaszczyźnie zmiennej zespolonej s dochodzi się do wniosku, że modyfikacja sygnału wejściowego, dzięki sprzężeniu zwrotnemu polega na algebraicznym dodaniu do transformaty sygnału wejściowego, transformaty sygnału zwrotnego. Na rysunku 6/2 przedstawiono cztery przypadki dodawania się sygnału zwotnego $X_f(s)$ do sygału wejściowego $X_i(s)$, w rezultacie czego otrzymuje się zmodyfikowany przez sprzężenie zwrotne sygnał wejściowy $X_i(s) + X_f(s)$.



6/2 Graficzna reprezentacja sygnałów: wejściowego i zwrotnego w dziedzinie pulsacji zespolonej. Sprzężenie zwrotne a) dodatnie, b) idealnie dodatnie, c) ujemne, d) idelnie ujemne sprzężenie zwrotne

W przyrodzie i życiu społecznym występuje wiele procesów ze sprzężeniem zwrotnym, przy czym nie trudno zauważyć, że niektóre z nich działają optymalizująco czy też stabilizująco, inne natomiast destabilizują system, powodują wzbudzenie się systemu. Wyobraźmy sobie studenta, który obawiając się egzaminu, tak się zdenerwował, że wiedza „ulotniła się z jego głowy” i oczywiście nie zdał egzaminu. Obawa – sygnał wejściowy sprawiła zdenerwowanie i ubytek wiedzy a w konsekwencji niezdany egzamin – sygnał wyjściowy. Obawa przed powtórnym egzaminem wzrosła pod wpływem nie zdanego egzaminu, wzrosło zdenerwowanie, nastąpił większy ubytek wiedzy i w konsekwencji jeszcze gorszy wynik egzaminu. Ten żartobliwy przykład pokazuje destabizujący wpływ nie zdanego egzaminu na obawę przed następnym. Obawa rosła, zwiększał się sygnał wejściowy pod wpływem sygnału wyjściowego. Takie sprzężenie zwrotne nazywa się *dodatnim.* Jeżeli sygnał wejściowy maleje pod wpływem sygnału wyjściowego to *sprzężenie zwrotne jest ujemne.*

Na rysunkach 6/2a i b widać, że moduły sygnałów wejściowych wzrosły, a na rys. 6/2c i d zmalały pod wpływem dodania się sygnału zwrotnego. W pierwszym przypadku mamy do czynienia z dodatnim, w drugim przypadku z ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Można zatem powiedzieć, że

układ jest z ujemnym sprzężeniem zwrotnym, jeżeli amplituda sygnału wejściowego maleje pod wpływem sygnału wyjściowego.

Jeżeli amplituda sygnału wejściowego rośnie pod wpływem sygnału wyjściowego, to sprzężenie zwrotne jest dodatnie. Zauważmy, że przypadki z rys. 6/2b i d są szczególne. Sygnały wejściowy i zwrotny są w fazie (rys. 6/2b) i w przeciwfazie (rys. 6/2d), a amplitudy sygnału zwrotnego dodają się i odejmują się arytmetycznie od sygnałów wejściowych. Jest to przypadek idealnego dodatniego i ujemnego sprzężenia zwrotnego. W ogólnym przypadku sygnały wejściowy i zwrotny są funkcjami częstotliwości i sytuacje przedstawione na rys. 6/2 dotyczą pewnej określonej częstotliwości. Układ z dodatnim sprzężeniem zwrotnym, w innym zakresie częstotliwości, może stać się układem z ujemnym sprzężeniem zwrotnym i odwrotnie. Wyjątek stanowią układy bezinercyjne, nie zawierające elementów reaktancyjnych.

W elektronice stosuje się „dobre" ujemne sprzężenie zwrotne, które umożliwia poprawę właściwości układów lub realizację nowych układów o właściwościach niemożliwych do uzyskania bez sprzężenia zwrotnego. Stosuje się również „złe", destabilizujące, prowadzące do wzbudzenia się układu, dodatnie sprzężenie zwrotne. Robi się to w sposób kontrolowany, w celu wzbudzenia się układu w taki sposób, aby generował on pożądany sygnał elektryczny lub w celu uzyskania szybkiego przerzutu napięcia lub prądu. Dodatnie sprzężenie zwrotne stosuje się zatem do realizacji układów generujących przebiegi elektryczne.

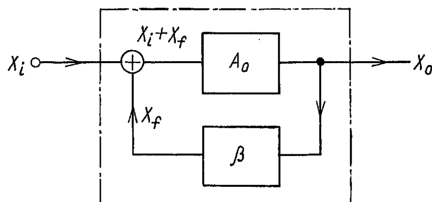
Zajmiemy się jedynie ujemnym sprzężeniem zwrotnym, które wykorzystuje się w większości układów liniowych, ze względu na jego liczne zalety i konieczność jego stosowania w układach ze wzmacniaczami operacyjnymi. Ujemne sprzężenie zwrotne ma jednak również wady. Zmniejszanie się amplitudy sygnału wejściowego w układzie z ujemnym sprzężeniem zwrotnym prowadzi do malenia wzmocnienia, a możliwość zmiany ujemnego sprzężenia zwrotnego na dodatnie, w pewnym zakresie częstotliwości, może prowadzić do wzbudzenia się układu.

6.2 ELEMENTARNA TEORIA SPRZĘŻENIA ZWROTNEGO

Na rysunku 6/3 przedstawiono układ ze sprzężeniem zwrotnym, o którym zakłada się:

– układ daje się rozdzielić na dwie części: aktywną – czwórnik aktywny (wzmacniacz) i pasywną – czwórnik pasywny (układ sprzężenia zwrotnego),

- oba czwórniki są unilateralne, przy czym wzmacniacz przenosi sygnały z wejścia na wyjście, a układ sprzężenia zwrotnego z wyjścia na wejście układu ze sprzężeniem zwrotnym (układu jako całości, obwiedzionego linią przerywaną na rys. 6/3),
- oba czwórniki nie obciążają się w tym sensie, że przecięcie pętli sprzężenia zwrotnego (jak to pokazano na rys. 6/4) nie zmienia stanu obu części.



6/3 Blokowe przedstawienie układu ze sprzężeniem zwrotnym

Założenia te można spełnić jedynie w przybliżeniu, dlatego teoria elementarna ma głównie znaczenie jakościowe. Umożliwia ona pokazanie właściwości ujemnego sprzężenia zwrotnego i jego wpływu na właściwości układu elektronicznego.

Jak wynika z rys. 6/3 założono również, że sygnał zwrotny X_f dodaje się do sygnału wejściowego X_i. Nie precyzuje się natomiast czy sygnałami są prądy czy napięcia. Na podstawie rys. 6/3 można napisać:

$$X_f = \beta X_o \tag{6/1}$$

$$X_o = A_0(X_i + X_f) \tag{6/2}$$

przy czym: A_0 – transmitancja czwórnika aktywnego, a β – transmitancja czwórnika pasywnego.
Wielkość A_0 można też interpretować jako transmitancję wzmacniacza z otwartą pętlą sprzężenia zwrotnego, a β jako transmitancję układu sprzężenia zwrotnego.

Po podstawieniu wzoru (6/1) do (6/2) i przekształceniu, otrzymuje się transmitancję układu ze sprzężeniem zwrotnym

$$A_f = \frac{X_o}{X_i} = \frac{A_0}{1 - \beta A_0} \tag{6/3}$$

Wielkość βA_0 nazywa się *transmitancją pętli*, uzasadnia to rys. 6/4. Transmitancję pętli ze znakiem minus nazywa się *stosunkiem zwrotnym*

$$T = -\beta A_0 \tag{6/4}$$

a wielkość

$$F = 1 - \beta A_0 = 1 + T \tag{6/5}$$

nazywa się *różnicą zwrotną*.

Zauważmy, że

> stosunek zwrotny jest ujemnym stosunkiem sygnału zwrotnego do sygnału wejściowego, a różnica zwrotna jest znormalizowaną względem sygnału wejściowego różnicą sygnału wejściowego i zwrotnego.

Po uwzględnieniu wzorów (6/4) i (6/5) transmitancję układu ze sprzężeniem zwrotnym można przedstawić również następująco:

$$A_f = \frac{A_0}{1 + T} = \frac{A_0}{F} \tag{6/6}$$

> Transmitancja układu ze sprzężenim zwrotnym jest zatem równa transmitancji układu z otwartą pętlą, podzielonej przez różnicę zwrotną.

Na podstawie wzoru (6/6) można precyzyjniej zdefiniować ujemne sprzężenie zwrotne. Malenie amplitudy sygnału wejściowego, przy ujemnym sprzężeniu zwrotnym, prowadzi do zmniejszenia wzmocnienia, a zatem

$$|A_f| < |A_0|$$

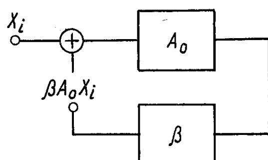
skąd wynika

$$|F| = \frac{|A_0|}{|A_f|} > 1 \tag{6/7}$$

Można powiedzieć:

> jeżeli moduł różnicy zwrotnej jest większy niż jeden, to sprzężenie zwrotne jest ujemne, jeżeli mniejszy niż jeden, to sprzężenie zwrotne jest dodatnie.

Jeżeli różnica zwrotna jest równa jeden, to nie ma sprzężenia zwrotnego. Widać wyraźnie, że skoro w ogólności różnica zwrotna jest funkcją częstotliwości, to moduł jej może przyjmować, przy określonej postaci tej funkcji, zarówno wartości mniejsze, równe i większe niż jeden. Układ o takiej różnicy



6/4 Układ ze sprzężeniem zwrotnym z rozciętą pętlą

zwrotnej, w zależności od częstotliwości, jest układem z dodatnim lub ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Dąży się oczywiście do tego, aby układy w całym zakresie częstotliwości pracowały z ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Nie zawsze jednak można przewidzieć wpływ pojemności i indukcyjności pasożytniczych układu co, w szczególności przy większych częstotliwościach, może prowadzić do dodatniego sprzężenia zwrotnego i wzbudzenia się układu.

Wzór (6/6) wyprowadzono przy ww. założeniach. Pierwsze założenie zwykle jest łatwe do spełnienia. Założenie o unilateralności układu aktywnego jest zrozumiałe, natomiast może budzić uzasadnione wątpliwości unilateralność pasywnego układu sprzężenia zwrotnego. Zauważmy jednak, że sygnał przenoszony przez układ pasywny od wejścia do wyjścia układu ze sprzężeniem zwrotnym, jest na ogół dużo mniejszy niż sygnał przenoszony przez układ aktywny, szczególnie wówczas, gdy układ aktywny ma duże wzmocnienie. Nieobciążanie się wzajemne obu układów wymaga przekształcenia czwórników pasywnego i aktywnego, przez włączenie obciążających impedancji do czwórników obciążanych. Warunki jakie powinny spełniać oba czwórniki zależą od *rodzaju ujemnego sprzężenia zwrotnego.*

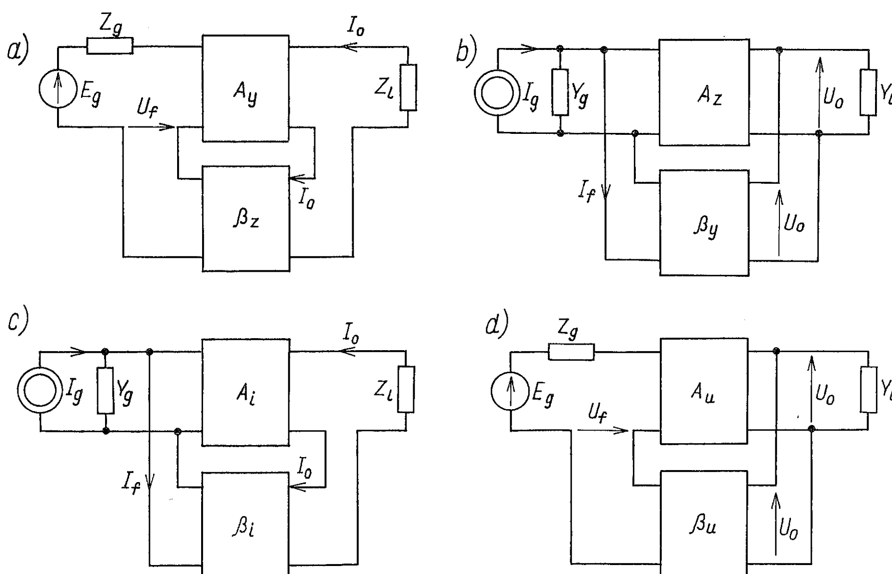
6.3 RODZAJE UJEMNEGO SPRZĘŻENIA ZWROTNEGO

W zależności od rodzaju sygnału, jaki z wyjścia układu jest przekazywany zwrotnie na jego wejście i sposobu połączenia obu układów na wejściu, określa się rodzaj ujemnego sprzężenia zwrotnego.

Na rysunku 6/5 przedstawiono cztery konfiguracje współpracy czwórnika aktywnego i pasywnego – cztery rodzaje ujemnego sprzężenia zwrotnego. Zgodnie z przyjętą konwencją określania nazwy sprzężenia zwrotnego: układ z rys. 6/5a jest układem z *prądowo-szeregowym* sprzężeniem zwrotnym, sygnałem wyjściowym, przekazywanym z wyjścia układu ze sprzężeniem zwrotnym na wejście układu w pętli sprzężenia zwrotnego jest bowiem prąd, a oba czwórniki akywny (wzmacniacz) i pasywny (układ sprzężenia zwrotnego) są od strony wejścia układu ze sprzężeniem zwrotnym połączone szeregowo. Rozumując analogicznie zauważmy, że układ z rys. 6/5b jest układem ze sprzężeniem *napięciowo-równoległym,* układ z rys. 6/5c – ze sprzężeniem *prądowo-równoległym,* a układ z rys. 6/5d – ze sprzężeniem *napięciowo-szeregowym.* Zauważmy także, że sygnałem zwrotnym, w przypadku szeregowego połączenia czwórników na wejściu układu ze sprzężeniem zwrotnym, jest napięcie, w przypadku połączenia równoległego – prąd. W konsekwencji, dla sprzężenia prądowo-szeregowego (patrz rys. 6/5a), czwórnik aktywny jest wzmacniaczem transadmitancyjnym, sygnałem wejściowym jest bowiem napięcie, a wyjściowym – prąd. Dla tego rodzaju sprzężenia czwórnik pasywny opisuje transmitancja napięciowo-prądowa czyli transimpedancja. W przypadku sprzężenia napięciowo-równoległego

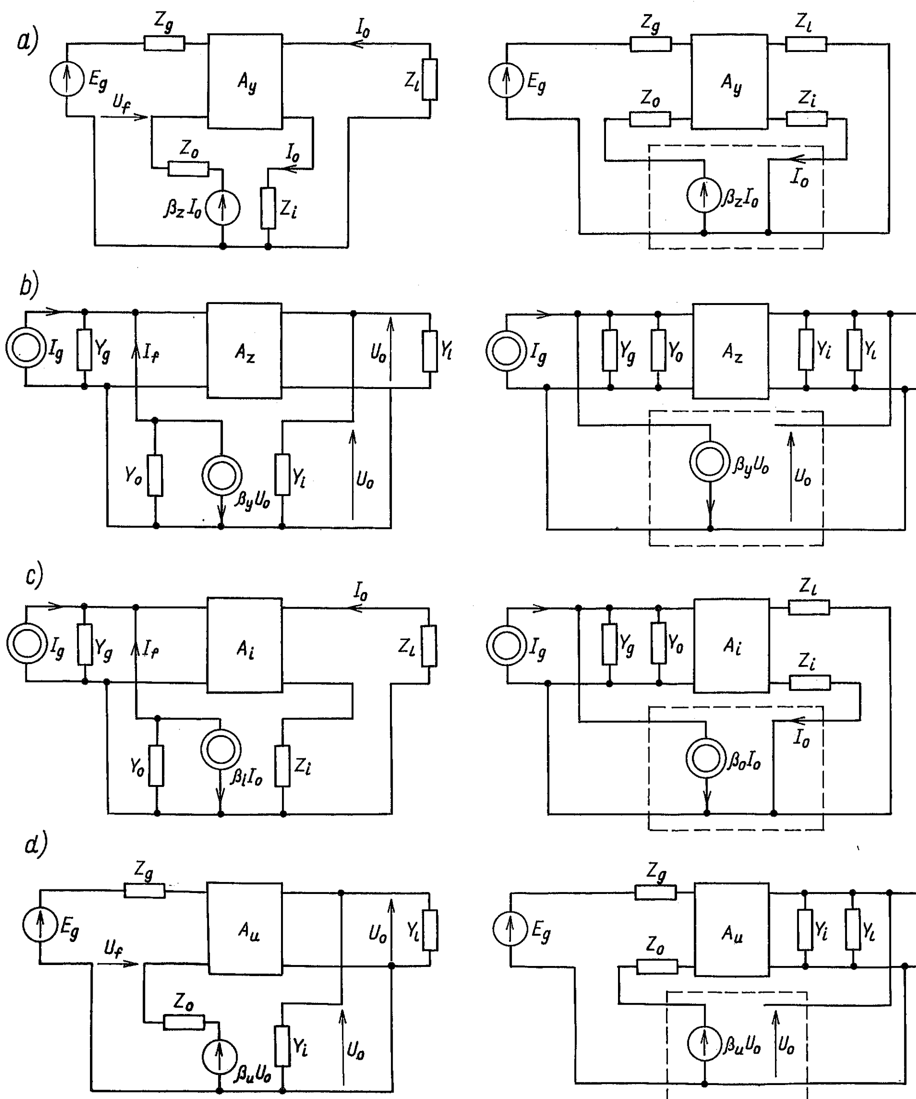
(rys. 6/5b), wzmacniacz jest transimpedancyjny, a czwórnik pasywny opisuje transadmitancja, przy sprzężeniu prądowo-równoległym i napięciowo-szeregowym mamy odpowiednio: wzmacniacz prądowy i transmitancję prądową czwórnika pasywnego (rys. 6/5c) i wzmacniacz napięciowy i transmitancję napięciową czwórnika pasywnego (rys. 6/5d). *Wzmocnienie pętli*, a tym samym *stosunek zwrotny* jest bezwymiarowy, dla sprzężenia prądowo-szergowego i napięciowo-szergowego jest to *wzmocnienie napięciowe*, dla sprzężenia napięciowo-równoległego i prądowo-równoległego jest to *wzmocnienie prądowe.*

Do problemu układu ze sprzężeniem zwrotnym można podejść w dwojaki sposób. Można przyjąć, że rozważamy układ ze sprzężeniem zwrotnym i interesują nas jego właściwości. W takim przypadku spełnienie założenia o nieobciążalności wzajemnej układu aktywnego i pasywnego sprowadza się do zbadania wpływu na transmitancje układów rozcięcia pętli sprzężenia zwrotnego na wejściu układu ze sprzężeniem zwrotnym, jak to pokazano na rys. 6/4. Z analizy rys. 6/5 wynika, że w przypadku sprzężenia zwrotnego prądowo-szeregowego (rys. 6/5a) i napięciowo-szeregowego (rys. 6/5d), dla ścisłego spełnienia tego założenia, czwórnik aktywny powinien mieć nieskończenie dużą rezystancję wejściową, a czwórnik pasywny zerową rezystancję wyjściową. Odwrotnie powinno być w przypadku sprzężenia napięciowo-równoległego (rys. 6/5b) i prądowo-równoległego (rys. 6/5c). W takim przypadku rezystancja wejściowa układu aktywnego powinna być zerowa, a rezystancja wyjściowa układu pasywnego nieskończenie duża. Jest rzeczą oczywistą, że spełnienie takich wymagań jest możliwe tylko w przybliżeniu. Jeżeli problem rozważa się wychodząc od układu aktywnego – wzmacniacza,



6/5 Układy ze sprzężeniem zwrotnym: a) prądowo-szeregowym, b) napięciowo-równoległym, c) prądowo-równoległym, d) napięciowo-szeregowym

do którego dołącza się układ sprzężenia zwrotnego, to jest konieczne spełnienie założenia o nieobciążalności również na wyjściu. W takim przypadku, dla sprzężenia prądowo-szeregowego i prądowo-równoległego, rezystancja wyjściowa układu aktywnego powinna być nieskończenie duża, a rezystancja wejściowa układu pasywnego równa zero, natomiast dla sprzężenia napięciowo-równoległego i sprzężenia napięciowo-szeregowego, rezystancja wyjściowa układu aktywnego powinna być równa zero, a rezystancja układu pasywnego nieskończenie duża.



6/6 Ilustracja przekształcenia układu aktywnego i układu sprzężenia zwrotnego w przybliżonej analizie układów ze sprzężeniem zwrotnym dla sprzężenia: a) prądowo-szeregowego, b) napięciowo-równoległego, c) prądowo-równoległego, d) napięciowo-szeregowego

6.4 PRZYBLIŻONA ANALIZA UKŁADÓW ZE SPRZĘŻENIEM ZWROTNYM

Przybliżoną analizę układów ze sprzężeniem zwrotnym można zrealizować, opierając się na elementarnej teorii sprzężenia zwrotnego, włączając immitancje (impedancje lub admitancje) wejściową i wyjściową czwórnika pasywnego oraz immitancje (impedancje lub admitancje) źródła sygnału i obciążenia do czwórnika aktywnego. Realizację tego przekształcenia, dla różnego rodzaju sprzężenia zwrotnego i przy założeniu unilateralności, przedstawiono na rys. 6/6. W przypadku sprzężenia prądowo-szeregowego (rys. 6/6a) impedancja wyjściowa i wejściowa zmodyfikowanego czwórnika pasywnego jest równa zero, sterowanie jest idealnie napięciowe, a układ jest obciążony zerową impedancją. Łatwo można zauważyć, że zarówno układ aktywny jak i pasywny nie zmienią swoich właściwości po rozłączeniu obu układów. Do analogicznego wniosku dochodzi się analizując rys. 6/6b, c, d.

Przybliżona analiza układów ze sprzężeniem zwrotnym polega zatem na wyzanaczeniu transmitancji oraz immitancji wejściowej układu pasywnego, dołączeniu tych immitancji oraz immitancji źródła i obciążenia do układu aktywnego, wyzanaczeniu transmitancji tak zmodyfikowanego układu aktywnego i podstawieniu otrzymanych wielkości do wzoru (6/3).

Wielkości występujące w schematach zastępczych układów pasywnych na rys. 6/6 łatwo można wyznaczyć opisując układ pasywny w pętli sprzężenia zwrotnego, np. za pomocą macierzy **Y**.

Przybliżoność przedstawionej metody wynika tylko z założenia unilateralności obu układów. Im większe jest wzmocnienie układu aktywnego, tym przybliżenie jest lepsze.

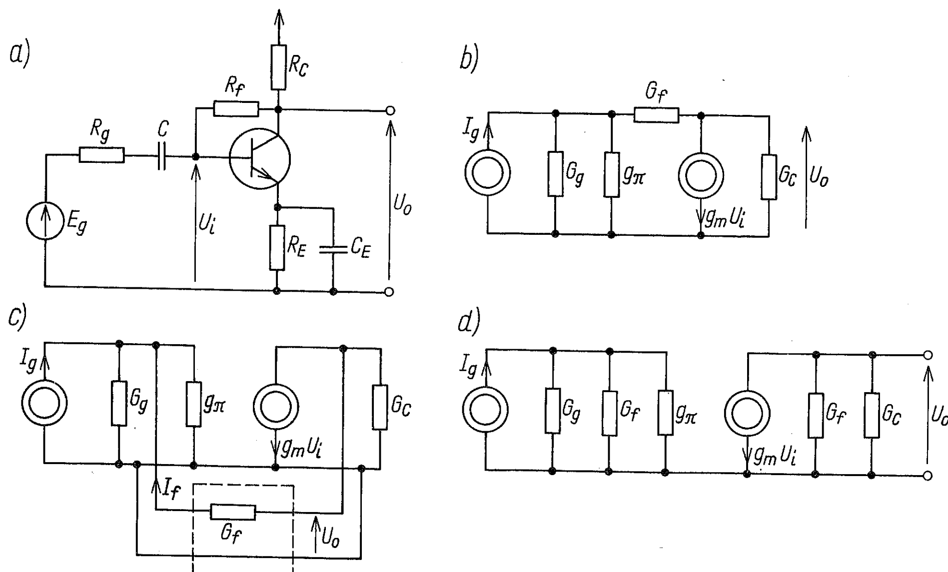
Przykład 6/1. Na rysunku 6/7a przedstawiono wzmacniacz RC z kolektorowym sprzężeniem zwrotnym. Wyznaczyć stosunek zwrotny, różnicę zwrotną oraz wzmocnienie napięciowe i wzmocnienie napięciowe skuteczne. Przyjąć schemat zastęczy małoczęstotliwościowy oraz $r_b = 0$, $g_o = 0$ i C_E, $C \to \infty$.
Na rysunku 6/7b przedstawiono małosygnałowy schemat zastępczy analizowanego układu, a na rys. 6/7c ten sam schemat z wyodrębnionym układem aktywnym i pasywnym. Z rysunku wynika, że jest to układ z napięciowo-równoległym sprzężeniem zwrotnym. Macierz $\underline{Y}$ układu pasywnego, przy założeniu jego unilateralności, jest następująca:

$$\begin{bmatrix} G_f & 0 \\ -G_f & G_f \end{bmatrix}$$

Z macierzy wynika

$$Z_i = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{G_f}{G_f^2} = R_f = \frac{1}{Y_i}$$

$$Z_o = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{G_f}{G_f^2} = R_f = \frac{1}{Y_o}$$



6/7 Wzmacniacz ze sprzężeniem kolektorowym: a) schemat ideowy, b) schemat zastępczy, c) schemat zastępczy z rozdzieleniem na układ aktywny i sprzężenia zwrotnego, d) zmodyfikowany schemat układu aktywnego

$$\beta_y = \frac{I_f}{U_o} = -\Delta_{12} = G_f$$

Schemat zastępczy zmodyfikowanego układu aktywnego jest zatem taki, jak na rys. 6/7d. Napięcie na wyjściu tego układu

$$U_o = -\frac{g_m}{G_f + G_C} U_i$$

natomiast napięcie U_i można wyrazić wzorem

$$U_i = \frac{I_g}{G_g + G_f + G_C}$$

skąd otrzymuje się wzmocnienie napięciowo-prądowe, stosunek zwrotny i różnicę zwrotną, a mianowicie

$$A_0 = A_Z = \frac{U_o}{I_g} = -\frac{g_m}{(G_f + G_C)(G_g + G_f + g_\pi)}$$

$$T = -\beta_y A_Z = \frac{g_m G_f}{(G_f + G_C)(G_g + G_f + g_\pi)}$$

$$F = 1 + T = 1 + \frac{g_m G_f}{(G_f + G_C)(G_g + G_f + g_\pi)}$$

Różnica zwrotna jest większa niż jeden, sprzężenie zwrotne w układzie jest zatem ujemne. Ze wzoru (6/3) otrzymuje się wzmocnienie napięciowo-prądowe układu ze sprzężeniem zwrotnym o następującej postaci:

$$A_f = -\frac{g_m}{(G_f + G_C)(G_g + G_f + g_\pi) + g_m G_f}$$

Po podstawieniu

$$I_g = G_g E_g$$

i przekształceniu wzoru, określającego wzmocnienie napięciowo-prądowe wzmacniacza ze sprzężeniem zwrotnym, otrzymuje się wzmocnienie napięciowe skuteczne układu ze sprzężeniem zwrotnym

$$A_{us} = G_g A_f = -\frac{g_m G_g}{(G_f + G_C)(G_g + G_f + g_\pi) + g_m G_f}$$

Jeśli $R_g = 0$, to wzmocnienie napięciowe

$$A_u = -\frac{g_m}{G_f + G_C}$$

Z postaci wzoru, określającego różnicę zwrotną w analizowanym układzie, wynika, że dla $R_g = 0$ jest ona równa jeden, czyli przy sterowniu idealnie napięciowym układ jest układem bez sprzężenia zwrotnego. □

Wyniki otrzymane w tym przykładzie można sprawdzić, analizując układ np. metodą węzłową. Macierz **Y** układu (patrz rys. 6/7b) jest następująca:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + g_\pi + G_f & -G_f \\ -G_f + g_m & G_f + G_C \end{bmatrix}$$

Wzmocnienie napięciowe skuteczne i wzmocnienie napięciowe wyrażają zatem wzory

$$A_{us} = -G_g \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = -G_g \frac{g_m - G_f}{(G_f + G_C)(G_g + g_\pi) + (g_m + G_f)G_f}$$

$$A_u = A_{us}\Big|_{G_g \to \infty} = -\frac{g_m - G_f}{G_f + G_C}$$

Po podzieleniu wzmocnienia napięciowego skutecznego przez G_g otrzymuje się wzmocnienie napięciowo-prądowe, które można przedstawić w postaci:

$$A_f = -\frac{(g_m - G_f)}{(G_f + G_C)(G_g + g_\pi) + (g_m + G_C)G_f}$$

z której łatwo wydedukować, że

$$A_0 = -\frac{\dfrac{g_m - G_f}{(G_f + G_C)(G_g + g_\pi)}}{1 + \dfrac{(g_m + G_C)\,G_f}{(G_f + G_C)(G_g + g_\pi)}}$$

$$A_0 = A_Z = -\frac{g_m - G_f}{(G_f + G_C)(G_g + g_\pi)}$$

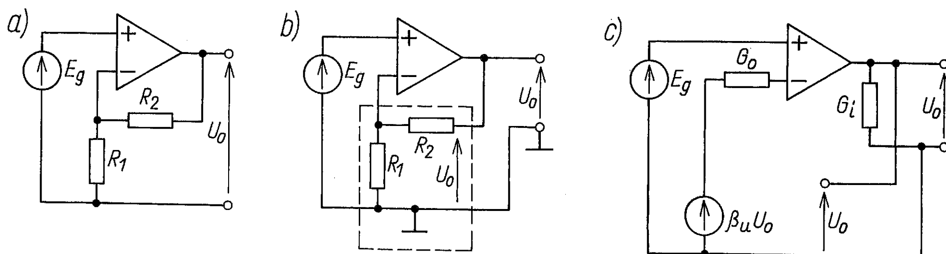
$$\beta = \beta_y = G_f\frac{g_m + G_C}{g_m - G_f}$$

Z porównania tych rezultatów z otrzymanymi przybliżoną metodą można zauważyć, że nie są one znacząco różne. Rozbieżność wynika z nieuwzględnienia bilateralności czwórnika pasywnego w metodzie przybliżonej. W praktycznych układach wartość rezystancji R_f jest dość duża, na ogół dużo większa niż R_C i r_π. Przy takim założeniu wzory otrzymane obiema metodami stają się identyczne.

Przykład 6/2. Na rysunku 6/8a przedstawiono wzmacniacz nieodwracający fazy, zbudowany z użyciem idealnego wzmacniacza operacyjnego. Należy wyznaczyć wzmocnienie napięciowe układu.

Zastosujmy przybliżoną metodę analizy. Na rysunku 6/8b wydzielono układem aktywnym i pasywnym rozpatrywanego wzmacniacza, z rysunku wynika, że jest to sprzężenie zwrotne napięciowo-szeregowe. Schemat zastępczy układu po przeniesieniu immitancji wejściowej i wyjściowej układu pasywnego do układu aktywnego pokazano na rys. 6/8c. Na podstawie rys. 6/8b macierz **Y** układu pasywnego jest następująca:

$$\begin{bmatrix} G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_1 + G_2 \end{bmatrix}$$



6/8 Wzmacniacz nieodwracający fazy: a) schemat ideowy, b) schemat z wydzielonym układem aktywnym i pasywnym, c) schemat zastępczy z przeniesionymi immitancjami do układu aktywnego

stąd

$$G_i = \frac{\Delta}{\Delta_{11}} = \frac{(G_1 + G_2)G_2 - G_2^2}{G_1 + G_2} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} = \frac{1}{R_1 + R_2}$$

$$R_o = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{G_2}{G_1 G_2} = \frac{1}{G_1} = R_1$$

$$\beta_u = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{11}} = \frac{G_2}{G_1 + G_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

W rozważanym przypadku rezystancja R_o i przewodność G_i nie mają wpływu na wzmocnienie układu aktywnego ze względu na nieskończenie dużą rezystancję wejściową i zerową rezystancję wyjściową wzmacniacza operacyjnego. Wobec tego wzmocnienie układu aktywnego jest równe wzmocnieniu wzmacniacza operacyjnego. Zgodnie ze wzorem (6/3) otrzymuje się zatem

$$A_f = \frac{A}{1 + A\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}} \overset{A \to \infty}{=} 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

W tym przypadku metoda przybliżona prowadzi do dokładnego rezultatu, czwórnik pasywny zachowuje się bowiem ściśle tak, jak układ unilateralny. Zerowa rezystancja wyjściowa wzmacniacza operacyjnego zwiera sygnał przenoszony przez układ pasywny w kierunku od wejścia do wyjścia układu jako całości. □

6.5 WŁAŚCIWOŚCI UJEMNEGO SPRZĘŻENIA ZWROTNEGO

Niekorzystną właściwość ujemnego sprzężenia zwrotnego wykazano w rozdz. 6.2. Jest ona następująca:

Właściwość 1

Ujemne sprzężenie zwrotne zmniejsza moduł wzmocnienia tyle razy, ile wynosi moduł różnicy zwrotnej.

Zwykle dąży się do dużych wartości wzmocnień, jest to zatem istotnie właściwość niekorzystna. Należy to potraktować jako „cenę", którą „płaci się" za korzystne inne właściwości ujemnego sprzężenia zwrotnego, np. kolejną właściwość.

Właściwość 2

Ujemne sprzężenie zwrotne zmniejsza wrażliwość wzmocnienia na zmianę wartości elementów tyle razy, ile wynosi moduł różnicy zwrotnej.

Wrażliwość funkcji układowej $H(s)$ na zmianę elementu e definiuje się następująco:

$$S_e^H = \frac{\mathrm{d}\ln H}{\mathrm{d}\ln e} = \frac{\dfrac{\mathrm{d}H}{H}}{\dfrac{\mathrm{d}e}{e}} = \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}e}\frac{e}{H} \qquad (6/8)$$

W ogólności *wrażliwość* jest funkcją zmiennej zespolonej s, jej moduł jest funkcją częstotliwości. W przypadku, gdy zmiany wartości elementu są na tyle małe, że można zmiany różniczkowe zastąpić zmianami skończonymi, to ze wzoru (6/8) można wyznaczyć przybliżoną zależność względnych zmian funkcji układowej od względnych zmian wartości elementu, mianowicie

$$\frac{\Delta H}{H} \cong S_e^H \frac{\Delta e}{e} \tag{6/9}$$

Względne zmiany funkcji układowej są zatem proporcjonalne do względnych zmian wartości elementu, a współczynnikiem proporcjonalności jest właśnie wrażliwość. Równanie (6/9) pokazuje, że im mniejsza jest wartość wrażliwości, tym mniejsze są zmiany funkcji układowej. Dąży się zatem do minimalizacji wrażliwości, a jej wartość jest podstawowym kryterium oceny jakości układów elektronicznych. Jest to szczególnie ważne w mikroelektronice, gdzie brak możliwości wymiany wadliwych elementów, wymaga małej wrażliwości funkcji układowej na rozrzut produkcyjny wartości elementów, aby zapewnić opłacalny uzysk produkcyjny.

W tym świetle właściwość 2 jest bardzo korzystna, prowadzi bowiem do zmniejszenia wrażliwości. Wykażmy tę właściwość, wyznaczając wrażliwość wzmocnienia układu z ujemnym sprzężeniem zwrotnym danego wzorem (6/3), zakładając przy tym, że element e, zmieniający swą wartość, jest elementem układu aktywnego (patrz rys. 6/3). Otrzymuje się

$$S_e^{A_f} = \frac{\frac{\mathrm{d}A_0}{\mathrm{d}e}(1-\beta A_0) + \beta \frac{\mathrm{d}A_0}{\mathrm{d}e} A_0}{(1-\beta A_0)^2} \frac{e}{A_f} = \frac{\frac{\mathrm{d}A_0}{\mathrm{d}e}}{F^2} \frac{e}{\frac{A_0}{F}} = \frac{1}{F} \frac{\mathrm{d}A_0}{\mathrm{d}e} \frac{e}{A_0}$$

skąd na mocy definicji (6/8) można napisać zależność

$$S_e^{A_f} = \frac{S_e^{A_0}}{F} \tag{6/10}$$

która dla modułu różnicy zwrotnej większego niż jeden, dowodzi właściwość 2.

Sprzężenie zwrotne, jak to pokazuje wzór (6/3), zmienia postać funkcji układowej. W szczególności zmienia kształt charakterystyki częstotliwościowej modułu i fazy funkcji układowej. Tę ogólną właściwość wykorzystuje się do otrzymywania zadanych charakterystyk, np. w projektowaniu filtrów aktywnych RC (patrz rozdz. 7.6). Jeżeli ograniczy się klasę funkcji układowych, to właściwość tę można wypowiedzieć konkretnie, tak, jak to zrobiono w przypadku właściwości 3.

Właściwość 3

W układach o transmitancjach jednobiegunowych ujemne sprzężenie zwrotne, realizowane za pomocą bezinercyjnego układu pasywnego, rozszerza pasmo wzmacniacza tyle razy, ile wynosi różnica zwrotna.

Właściwość tę można zapisać następująco:

$$(B_{3dB})_f = F \cdot B_{3dB} \tag{6/11}$$

przy czym indeks f odróżnia pasmo trzydecybelowe układu ze sprzężeniem zwrotnym od pasma trzydecybelowego układu bez sprzężenia zwrotnego. Wykażmy tę właściwość zakładając, że pojedynczy stopień wzmacniacza o transmitancji

$$A_u = \frac{A_{u0}}{1 + s/\omega_g} \qquad A_{u0} = -|A_{u0}| \tag{6/12}$$

objęto pętlą ujemnego sprzężenia zwrotnego, przy czym transmitancja układu pasywnego jako układu bezinercyjnego, jest funkcją rzeczywistą, niezależną od częstotliwości. Rzeczywista i większa niż jeden jest także różnica zwrotna F. Po podstawieniu wzoru (6/12) do (6/3) otrzymuje się

$$A_{uf} = \frac{\dfrac{A_{u0}}{1 + s/\omega_g}}{1 - \beta\dfrac{A_{u0}}{1 + s/\omega_g}} = \frac{A_{u0}}{1 + \beta|A_{u0}| + s/\omega_g} = \frac{A_{u0}}{F + s/\omega_g}$$

a stąd

$$A_{uf} = \frac{\dfrac{A_{u0}}{F}}{1 + s/F\omega_g} = \frac{A_{u0f}}{1 + s/\omega_{gf}} \tag{6/13}$$

Z porównania współczynników we wzorach (6/12) i (6/13) wynika

$$(B_{3dB})_f = \omega_{gf} = F\omega_g = F \cdot B_{3dB}$$

co dowodzi właściwości 3.

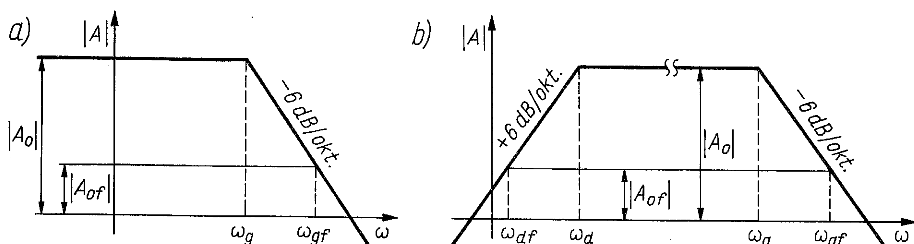
Z właściwości 1 i 3 wynika właściwość 4. Jeżeli rozważamy układ aktywny o jednobiegunowej transmitancji, połączony z bezinercyjnym układem pasywnym, to pole wzmocnienia układu ze sprzężeniem zwrotnym

$$(GB)_f = (B_{3dB})_f|A_f| = B_{3dB}F\frac{|A_0|}{F} = B_{3dB}|A_0| = GB \tag{6/14}$$

Właściwość 4

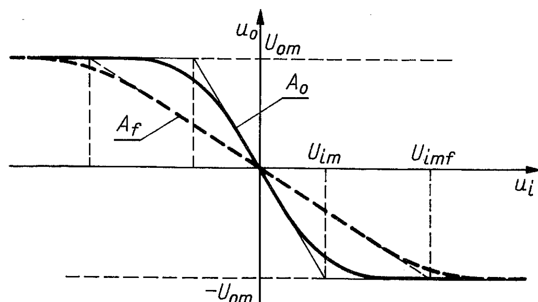
Ujemne sprzężenie zwrotne nie zmienia pola wzmocnienia układów o jednobiegunowej transmitancji i bezinercyjnym układzie sprzężenia zwrotnego.

Właściwości 3 i 4 są bardzo istotne dla pojedynczych stopni dolnoprzepustowych, pojedynczych stopni wzmacniaczy RC oraz skompensowanych wzmacniaczy operacyjnych. Zastosowanie, w tych wzmacniaczach, ujemnego sprzężenia zwrotnego prowadzi do rozszerzenia pasma przenoszenia. Właściwości 3 i 4 przedstawiono graficznie na rys. 6/9a i b.



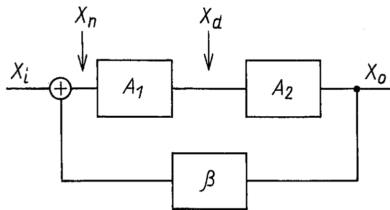
6/9 Charakterystyki Bodego modułu wzmocnienia wzmacniaczy bez i ze sprzężeniem zwrotnym: a) jednobiegunowego wzmacniacza dolnoprzepustowego, b) wzmacniacza środkowoprzepustowego

Na rysunku 6/10 przedstawiono, ciągłą linią, przejściową wielkosygnałową charakterystykę wzmacniacza. Sygnał wyjściowy u_o zależy liniowo od sygnału wejściowego u_i tylko w określonym zakresie. Przyjmijmy, że zniekształcenia są mniejsze niż dopuszczalne, dla $-U_{im} < u_i < U_{im}$. Wielkość U_{im} nazywa się *maksymalnym dopuszczalnym wysterowaniem wzmacniacza* i jest ona górną granicą jego dynamiki. W otoczeniu tej wartości i powyżej, charakterystyka staje się nieliniowa, a wartość sygnału wyjściowego nie zmienia się pomimo wzrostu sygnału wejściowego. Nachylenie odcinka liniowego charakterystyki jest oczywiście wzmocnieniem wzmacniacza. W rozważanym przypadku wzmacniacz odwraca fazę, jego wzmocnienie jest równe $-A_0$. Linią przerywaną zaznaczono na tym rysunku charakterystykę tego samego wzmacniacza z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego. Na-



6/10 Wielkosygnałowa charakterystyka przejściowa wzmacniacza bez i ze sprzężeniem zwrotnym

chylenie liniowego odcinka charakterystyki jest, zgodnie z właściwością 1, F-krotnie mniejsze. Wartość U_{om} jest niezależna od sprzężenia zwrotnego, jest ona zdeterminowana napięciem zasilania i właściwościami tranzystorów. Z prostych zależności trygonometrycznych wynika zatem, że wartość U_{imf} jest F-krotnie większa niż U_{im}. Z rysunku 6/10 wynika również, że zniekształcenia nieliniowe, przy tym samym wysterowaniu, są F-krotnie mniejsze w układzie ze sprzężeniem zwrotnym.



6/11 Ilustracja wpływu sprzężenia zwrotnego na szumy, zniekształcenia i zakłócenia we wzmacniaczach wielostopniowych

Na rysunku 6/11 przedstawiono dwustopniowy wzmacniacz o wzmocnieniach A_1 i A_2, objęty pętlą sprzężenia zwrotnego z układem pasywnym, bezinercyjnym o transmitancji β. Oprócz sygnału wejściowego, na wejściu pojawia się sygnał szumu (patrz rozdz. 12), pochodzący od źródła sygnału i stopnia wejściowego, na wyjściu pierwszego stopnia sygnał użyteczny jest zniekształcony, co jest reperezentowane przez sygnał zniekształceń X_d. Sygnał wyjściowy można przedstawić następująco:

$$X_o = (X_i + \beta X_o + X_n) A_1 A_2 + X_d A_2$$

a po przekształceniu

$$X_o = \frac{A_1 A_2}{1 - \beta A_1 A_2}(X_i + X_n) + \frac{A_2}{1 - \beta A_1 A_2} X_d$$

Jak wynika z tego wzoru sygnał wyjściowy zawiera trzy składowe: użyteczną, szumy i zniekształcenia; można to zapisać następująco:

$$X_o = X_{ou} + X_{on} + X_{od}$$

przy czym

$$X_{ou} = \frac{A_1 A_2}{F} X_i = A_f X_i$$

$$X_{on} = A_f X_n$$

$$X_{od} = \frac{A_f}{A_1} X_d$$

Widać, że stosunek sygnału do szumu nie ulega zmianie, mianowicie

$$(S/N)_f = \frac{X_{ou}}{X_{on}} = \frac{X_i}{X_n} = S/N$$

Poziom szumów maleje co prawda w takim samym stopniu jak sygnał użyteczny, istnieje jednak możliwość zwiększenia sygnału użytecznego i, w ten sposób, poprawienia stosunku sygnał szum. Sygnał zniekształceń nieliniowych w układzie ze sprzężeniem zwrotnym jest natomiast F-krotnie mniejszy niż sygnał zniekształceń nieliniowych w układzie bez sprzężenia zwrotnego. Spostrzeżenia te umożliwiają sformułownie kolejnej, korzystnej właściwości ujemnego sprzężenia.

Właściwość 5

Ujemne sprzężenie zwrotne zmniejsza zniekształcenia nieliniowe, poziom szumów i zakłóceń oraz rozszerza zakres liniowej pracy układu.

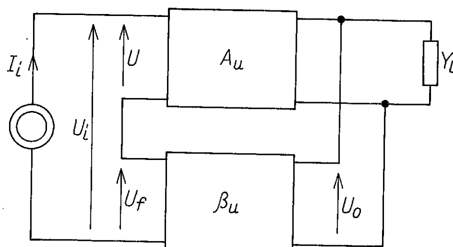
Właściwość ostatnia, z uznanych za istotne do przytoczenia, dotyczy wpływu ujemnego sprzężenia zwrotnego na impedancje wejściowe i wyjściowe układów. Okazuje się, że stosując ujemne sprzężenie zwrotne w zależności od jego rodzaju, można zmniejszać lub zwiększać moduły impedancji wejściowych i wyjściowych układów. Właściwość tę można sformułować następująco:

Właściwość 6

Ujemne sprzężenie zwrotne napięciowo-szeregowo i prądowo-szeregowe zwiększa moduły impedancji wejściowych, sprzężenie napięciowo-równoległe i prądowo-równoległe zmniejsza je, natomiast sprzężenie prądowo-szeregowe i prądowo-napięciowe zwiększa moduły impedancji wyjściowych, sprzężenie napięciowo-prądowe i napięciowo-równoległe zmniejsza je. Krotność wzrostu lub malenia modułu impedancji jest równa modułowi różnicy zwrotnej.

Dowiedziemy tej właściwości na przykładzie ujemnego sprzężenia napięciowo-szeregowego. Na podstawie rys. 6/12 wyznaczmy impedancję wejściową układu ze sprzężeniem zwrotnym, mianowicie

$$Z_{if} = \frac{U_i}{I_i} = \frac{U + U_f}{I_i} = \frac{U}{I_i} + \frac{\beta_u A_u}{I_i} U = Z_i(1 + \beta_u A_u) = F Z_i$$

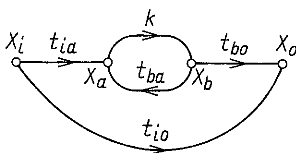


6/12 Układ z napięciowo-szergowym sprzężeniem zwrotnym do wyznaczenia impedancji wejściowej

Impedancja wejściowa układu ze sprzężeniem zwrotnym jest rzeczywiście równa iloczynowi różnicy zwrotnej i impedancji wejściowej układu bez sprzężenia zwrotnego.

6.6 ZARYS OGÓLNEJ TEORII SPRZĘŻENIA ZWROTNEGO

Ogólna teoria sprzężenia zwrotnego nie wymaga żadnych założeń upraszczających analizę. Rozwinął ją Bode, opierając się na rachunku macierzowym, oraz Mason posługując się sygnałowymi grafami przepływowymi. Ze względu na to, że współcześnie większość układów ze sprzężeniem zwrotnym stanowią układy ze wzmacniaczami operacyjnymi, a te najwygodniej analizuje się metodą sygnałowych grafów przepływowych (patrz rozdz. 2.6.4), zapoznamy się z masonowskim podejściem do teorii sprzężenia zwrotnego.



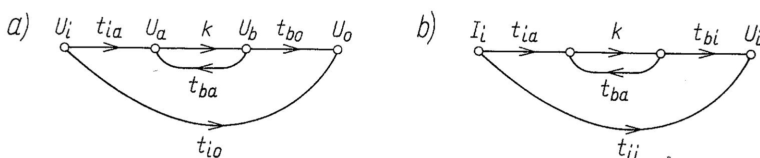
6/13 Sygnałowy graf przepływowy dowolnego układu z jednopętlowym sprzężeniem zwrotnym

Zgodnie z procedurą podaną w rozdz. 2.6.4 sygnałowy graf przepływowy dowolnego układu z jednopętlowym sprzężeniem zwrotnym jest taki, jak pokazany na rys. 6/13. Ogólność ta rozciąga się na dowolną transmitancję, a także immitancję. Na rysunkach 6/13 i 6/14 zaprezentowano dwa grafy tego samego układu, pierwszy (rys. 6/13) opisuje transmitancję napięciową, drugi (rys. 6/14) – impedancję wejściową. Tak samo nazwane transmitancje gałęziowe w obu grafach są oczywiście różne. Redukując ten graf do pojedynczej gałęzi otrzymuje się wzór określający transmitancję układu ze sprzężeniem zwrotnym, a mianowicie

$$A_f(s) = t_{io} + \frac{k t_{ia} t_{bo}}{1 - k t_{ba}} \qquad (6/15)$$

Wielkość

$$T = -k t_{ba} \qquad (6/16)$$



6/14 Sygnałowe grafy przepływowe o analogicznej strukturze opisujące: a) transmitancję napięciową, b) impedancję wejściową

nazywa się *stosunkiem zwrotnym*, natomiast wielkość:

$$F = 1 + T = 1 - kt_{ba} \tag{6/17}$$

różnicą zwrotną.

Transmitancję układu ze sprzężeniem zwrotnym można zatem przedstawić następująco:

$$A_f(s) = t_{ia} + \frac{kt_{ia}t_{bo}}{1+T} = t_{io} + \frac{kt_{ia}t_{bo}}{F} \tag{6/18}$$

Drugi składnik wzoru jest podobny do otrzymanego w elementarnej teorii sprzężenia. Wzmocnieniu A_0 odpowiada $kt_{ia}t_{bo}$, w mianowniku występuje różnica zwrotna F, jednak inaczej określona. Zasadniczą różnicę stanowi składnik t_{io}, który reprezenuje, pominiętą w elementarnej teorii, transmisję sygnału od wejścia do wyjścia w układzie pasywnym.

Wzór (6/18) można przekształcić do następującej postaci:

$$A_f(s) = t_{io}\frac{1 - kt_{ba} + \dfrac{kt_{ia}t_{bo}}{t_{io}}}{1 - kt_{ba}} \tag{6/19}$$

Wielkość

$$F_N = 1 - kt_{ba} + \frac{kt_{ia}t_{bo}}{t_{io}} \tag{6/20}$$

nazywa się *zerową różnicą zwrotną*, a wzór (6/20) można przedstawić także w następującej postaci:

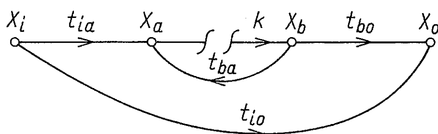
$$A_f(s) = t_{io}\frac{F_N}{F} \tag{6/21}$$

Zerową różnicę zwrotną można zdefiniować na podstawie grafu przedstawionego na rys. 6/15.

Zerowa różnica zwrotna jest różnicą między sygnałem jednostkowym (przyłożonym do jednego końca rozciętej pętli) i sygnałem zwrotnym (na drugim końcu rozcięcia pętli), w obecności takiego sygnału wejściowego, przy którym sygnał wyjściowy jest równy zero.

Z grafu (rys. 6/15) wynika:

$$X_o = kt_{bo} + X_i t_{io} = 0$$



6/15 Sygnałowy graf przepływowy z rys. 6/13 z rozciętą pętlą

skąd otrzymuje się

$$X_i \Big|_{X_o = 0} = -\frac{kt_{bo}}{t_{io}} \tag{6/22}$$

Zgodnie z definicją różnicy zwrotnej mamy

$$F_N = 1 - kt_{ba} + t_{ia}X_i \Big|_{X_o = 0}$$

Po podstawieniu wyrażenia danego przez (6/22) otrzymuje się wzór identyczny ze wzorem (6/21).

Różnicę zwrotną i zerową różnicę zwrotną wyznacza się na podstawie tego samego grafu (rys. 6/15), zerując w pierwszym przypadku sygnał wejściowy, w drugim wyjściowy, mianowicie:

$$F = \frac{X_a - X_f}{X_a} \Big|_{X_i = 0} \tag{6/23}$$

$$F_N = \frac{X_a - X_f}{X_a} \Big|_{X_o = 0} \tag{6/24}$$

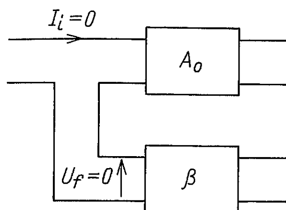
Rozważmy obecnie problem impedancji wejściowej i wyjściowej układu ze sprzężeniem zwrotnym, w zależności od rodzaju zastosowanego sprzężenia zwrotnego. Opierając się na sygnałowym grafie przepływowym z rys. 6/14b można impedancję wejściową układu ze sprzężeniem zwrotnym przedstawić następująco:

$$Z_i = t_{ii}, \frac{F_N}{F} \tag{6,25}$$

analogiczny wzór określa impedancję wyjściową

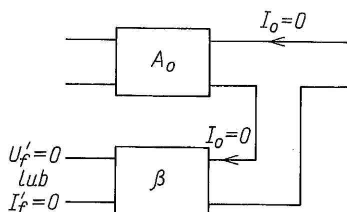
$$Z_o = t'_{ii}, \frac{F'_N}{F'} \tag{6,26}$$

Dla odróżnienia, wielkości określające impedancję wyjściową oznacza się znakiem prim. W przypadku wyznaczania impedancji wejściowej $X_i = I_i$ i $X_o = U_i$, wyjściowej $X_i' = I_o$ i $X_o' = U_o$. Rozważmy impedancję wejściową układu ze sprzężeniem zwrotnym w przypadku czwórników połączonych



6/16 Układ do określenia impedancji wejściowej z napięciowo(prądowo)-szeregowym sprzężeniem zwrotnym

szeregowo na wejściu (rys. 6/16), a zatem dla sprzężenia prądowo-szeregowego i napięciowo-szeregowego. Zgodnie z definicją różnicy zwrotnej (patrz wzór (6/23)) $X_i = I_i = 0$. Wejścia są zatem rozwarte, nie ma pobudzenia, sygnał zwrotny $U_f = 0$, a $F = 1$. Analogicznie jest w przypadku impedancji wyjściowej (rys. 6/17), dla sprzężenia prądowo-napięciowego i prądowo-



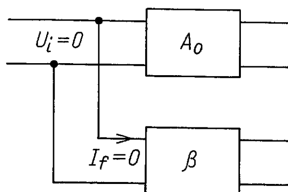
6/17 Układ do określenia impedancji wyjściowej z prądowo-równoległym (szeregowym) sprzężeniem zwrotnym

szeregowego, gdzie $X_i' = I_o = 0$, $U_f' = 0$ lub $I_f' = 0$ i tym samym $F' = 1$. Po podstawieniu $F = 1$ do wzoru (6/25) i $F' = 1$ do wzoru (6/26) otrzymuje się

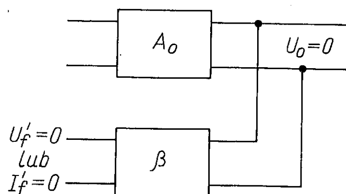
$$Z_{if} = t_{ii'} F_N \tag{6/27}$$

$$Z_{of} = t_{ii'}' F_N' \tag{6/28}$$

W przypadku sprzężenia prądowo-równoległego i napięciowo-równoległego dla impedancji wejściowej oraz napięciowo-szeregowego i napięciowo-równoległego dla impedancji wyjściowej, zerowa różnica zwrotna jest równa jeden (patrz rys. 6/18 i rys. 6/19). Zgodnie z definicją (6/24) $X_o = U_i = 0$, co pociąga za sobą $I_f' = 0$ i $F_N = 1$ oraz $X_o' = U_o = 0$, co prowadzi do $I_f' = 0$ lub $U_f' = 0$ i $F' = 1$. Wzory (6/25) i (6/26) przyjmują w tych przypadkach następującą postać:



6/18 Układ do określenia impedancji wyjściowej z napięciowo(prądowo)-równoległym sprzężeniem zwrotnym



6/19 Układ do określenia impedancji wejściowej z napięciowo-szeregowym (równoległym) sprzężeniem zwrotnym

$$Z_{if} = \frac{t_{ii'}}{F} \tag{6/29}$$

$$Z_{of} = \frac{t'_{ii'}}{F'} \tag{6/30}$$

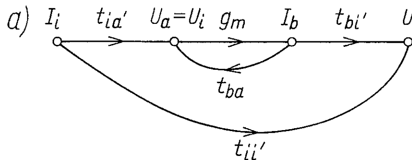
Jak wynika ze wzorów (6/27)...(6/30)

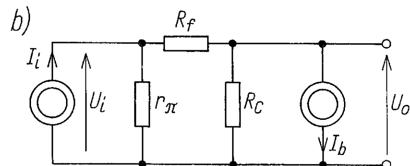
impedancje wejściowa i wyjściowa układów ze sprzężenim zwrotnym, w zależności od rodzaju sprzężenia zwrotnego, jest proporcjonalna do zerowej różnicy zwrotnej lub odwrotnie proporcjonalna do różnicy zwrotnej.

Przykład 6/3. Wyznaczyć impedancję wejściową i wyjściową wzmacniacza z rys. 6/7a.
Na rysunku 6/20a przedstawiono sygnałowy graf przepływowy, na rys. 6/20b schemat zastępczy układu do wyznaczenia impedancji wejściowej. Definiując transmitancje gałęziowe zauważmy, że $U_a = U_i$ i wobec tego

$$t_{ia} = t_{ii'} = \frac{U_i}{I_i}\bigg|_{I_b=0} = \frac{r_\pi(R_f + R_C)}{r_\pi + R_f + R_C}$$

$$t_{ba} = t_{bi'} = \frac{U_i}{I_b}\bigg|_{I_i=0} = -\frac{r_\pi R_C}{r_\pi + R_f + R_C}$$





6/20 Sygnałowy graf przepływowy (a) i schemat zastępczy (b) układu z rys. 6/7a do przykł. 6/3

Różnica zwrotna

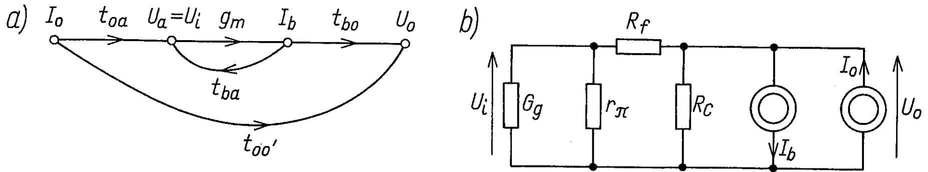
$$F = 1 - g_m t_{ba} = 1 + \frac{g_m r_\pi R_C}{r_\pi + R_f + R_C} = 1 + \frac{\beta_0 R_C}{r_\pi + R_f + R_C}$$

natomiast zerowa różnica zwrotna

$$F_N = 1 - g_m t_{ba} + \frac{g_m t_{ia} t_{bi'}}{t_{ii'}} = 1 - g_m t_{ba} + g_m t_{ba} = 1$$

jest zatem zgodnie z przewidywaniem równa jeden. Korzystając ze wzoru (6/29) otrzymuje się

$$Z_{if} = \frac{r_\pi(R_f + R_C)}{r_\pi + R_f + (\beta_0 + 1)R_C}$$



6/21 Sygnałowy graf przepływowy (a) i schemat zastępczy układu z rys. 6/7a do wyznaczania impedancji wyjściowej (b)

Na rysunku 6/21a i b przedstawiono sygnałowy graf przepływowy i schemat zastępczy do wyznaczenia impedancji wyjściowej. Z rysunku wynika, że prądy I_b i I_o mają przeciwne znaki, lecz wpływają do tych samych zacisków układu, wobec tego

$$t_{oa} = -t_{ba} = \frac{U_i}{I_o}\Big|_{I_b=0} = \frac{R'_g R_C}{R'_g + R_f + R_C}$$

$$t_{bo'} = -t_{bo}' = \frac{U_o}{I_b}\Big|_{I_o=0} = \frac{R_C(R'_g + R_f)}{R'_g + R_f + R_C}$$

przy czym

$$R'_g = R_g \parallel r_\pi$$

Różnica zwrotna

$$F' = 1 + \frac{g_m R'_g R_C}{R'_g + R_f + R_C}$$

natomiast zerowa różnica zwrotna

$$F'_N = 1 + kt_{ba} + \frac{kt_{oa}t_{bo'}}{t_{oo'}} = 1$$

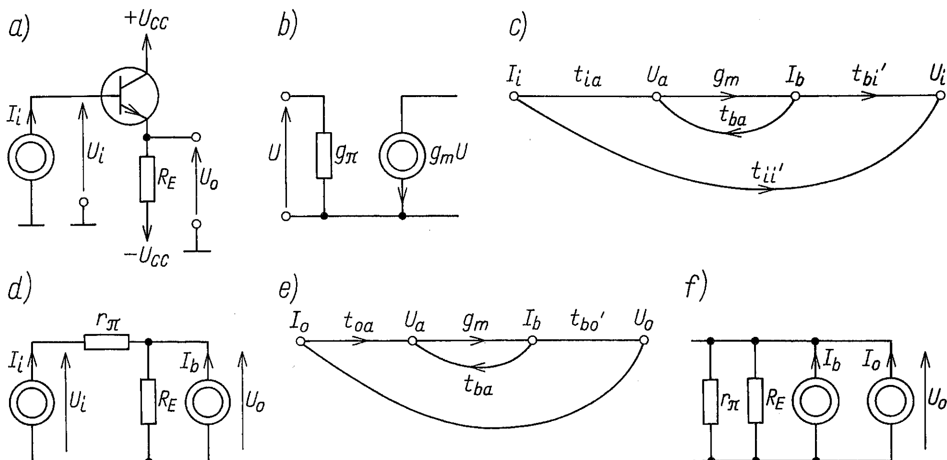
Po podstawieniu wzoru (6/30) otrzymuje się

$$Z_{of} = \frac{R_C(R'_g + R_f)}{R'_g + R_f + R_C + g_m R'_g R_C}$$ □

Przykład 6/4. Wyznaczyć impedancję wejściową i wyjściową wtórnika emiterowego (rys. 6/22a), przyjmując schemat zastępczy tranzystora taki, jak na rys. 6/22b.
Na rysunku 6/22c przedstawiono sygnałowy graf przepływowy do wyznaczenia impedancji wejściowej, a na rys. 6/22d schemat zastępczy układu. Zauważmy, że napięcie $U_a = U_i - U_o$, wobec tego można napisać

$$t_{ia} = \frac{U_a}{I_i}\Big|_{I_b=0} = \left(\frac{U_i}{I_i} - \frac{U_o}{I_i}\right)\Big|_{I_b=0} = r_\pi + R_E - R_E = r_\pi$$

$$t_{bi'} = \frac{U_i}{I_b}\Big|_{I_i=0} = R_E$$



6/22 Wtórnik emiterowy: a) schemat ideowy, b) schemat zastępczy tranzystora, c) graf do wyznaczenia impedancji wejściowej, d) schemat zastępczy do wyznaczania impedancji wejściowej, e) graf do wyznaczania impedancji wyjściowej, f) schemat zastępczy do wyznaczania impedancji wyjściowej

$$t_{ba} = \frac{U_a}{I_b}\Big|_{I_i=0} = \left(\frac{U_i}{I_b} - \frac{U_o}{I_i}\right)\Big|_{I_i=0} = R_E - R_E = 0$$

$$t_{ii'} = \frac{U_i}{I_i}\Big|_{I_b=0} = r_\pi + R_E$$

Po podstawieniu tych wielkości do wzorów określających różnice zwrotne, otrzymuje się

$$F = 1 \qquad F_N = 1 + \frac{g_m r_\pi R_E}{r_\pi + R_E} = 1 + \frac{\beta_0 R_E}{r_\pi + R_E}$$

stąd impedancję wejściową wtórnika określa wzór

$$Z_{if} = (r_\pi + R_E) F_N = r_\pi + (\beta_0 + 1) R_E$$

Na podstawie rys. 6/22e i f, oraz tego, że $U_a = -U_o$, mamy

$$t_{oa} = \frac{U_a}{I_o}\Big|_{I_b=0} = -\frac{U_o}{I_o}\Big|_{I_b=0} = -t_{oo'} = -(r_\pi \parallel R_E)$$

$$t_{ba} = \frac{U_a}{I_b}\Big|_{I_o=0} = -\frac{U_o}{I_b}\Big|_{I_o=0} = -t_{bo'} = -(r_\pi \parallel R_E)$$

Zatem różnice zwrotne są następujące:

$$F' = 1 + g_m (R_E \parallel r_\pi)$$

$$F_N = 1$$

skąd impedancja wyjściowa ma postać

$$Z_{of} = \frac{r_\pi R_E}{r_\pi + (\beta_0 + 1) R_E}$$ □

Ogólna teoria sprzężenia zwrotnego w ujęciu grafowym jest użyteczna i szczególnie dogodna do analizy układów ze źródłami napięciowymi sterowanymi napięciem, a więc również do analizy układów ze wzmacniaczami operacyjnymi. Potwierdza to rozdz. 7, w którym wielokrotnie stosuje się ogólną teorię sprzężenia zwrotnego. W przypadku układów z tranzystorami jest dogodniejsze ujęcie macierzowe, a gdy duża dokładność nie jest wymagana, stosowanie metody przybliżonej, opartej na elementarnej teorii sprzężenia zwrotnego.

6.7 STABILNOŚĆ UKŁADÓW ZE SPRZĘŻENIEM ZWROTNYM

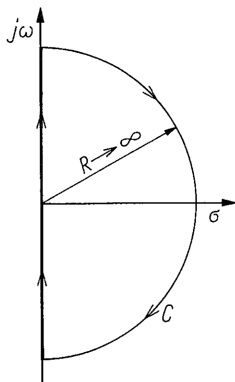
Jedną z wymienianych wad stosowania ujemnego sprzężenia zwrotnego jest możliwość zmiany charakteru tego sprzężenia, przy zmianie częstotliwości, z ujemnego na dodatnie. Jak wiadomo, może to prowadzić do utraty stabilności i generowania drgań elektrycznych. W projektowaniu układów że sprzężeniem zwrotnym jest zatem istotne zapewnienie stabilności, a to wymaga możliwości sprawdzenia czy zaprojektowany układ jest stabilny. Do tego celu służą kryteria stabilności, można na przykład zastosować znane algebraiczne kryterium Routha-Hurwitza. Ze względu na specyficzność opisu układów ze sprzężeniem zwrotnym oraz operowanie stosunkiem zwrotnym i różnicą zwrotną, wygodniej jest stosować kryteria przystosowane do tej grupy układów, a mianowicie *kryterium Nyquista* lub *Bodego*.

Zapiszmy transmitancję układu ze sprzężeniem zwrotnym wyraźnie jako funkcję zmiennej zespolonej s:

$$A_f(s) = t_{io}(s) + \frac{k(s)}{F(s)} \tag{6/31}$$

Układ ze sprzężeniem zwrotnym jest stabilny, jeżeli $A_f(s)$ nie ma biegunów w prawej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej s, co jest równoznaczne z brakiem zer różnicy zwrotnej w prawej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej s. Na mocy twierdzenia podstawowego Cauchy'ego o funkcji holomorficznej w obszarze jednospójnym można stwiedzić, że jeżeli $F(s)$ nie ma zer ani biegunów w prawej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej s, to

$$\oint_C F(s)\,ds = 0$$



6/23 Krzywa Jordana na płaszczyźnie zespolonej *s* stanowiąca półokrąg o nieskończonym promieniu

przy czym krzywa *C* jest kawałkami gładką krzywą Jordana, przedstawioną na rys. 6/23, a promień półokręgu zmierza do nieskończoności. Z fizycznych właściwości układów wynika, że przy wzroście *s* do nieskończoności wzmocnienie pętli, a zatem także stosunek zwrotny, zmierza do zera, tym samym różnica zwrotna zmierza do jedności. Całka ta może być zatem różna od zera tylko na osi urojonej $-j\omega$, $j\omega$. Zauważmy, że bieguny i zera $F(s)$ stają się biegunami funkcji

$$\frac{F'(s)}{F(s)} = \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{D(s)}{N(s)}\right)}{\frac{D(s)}{N(s)}} = \frac{\frac{D'N - N'D}{N^2 D}}{N} = \frac{D'N - N'D}{ND}$$

Wyznaczmy następującą całkę:

$$\oint_C \frac{F'(s)}{F(s)}\mathrm{d}s = \oint_C \frac{\mathrm{d}\ln F}{ds}\mathrm{d}s = \oint_C \frac{\mathrm{d}|\ln F|}{\mathrm{d}s}\mathrm{d}s + \mathrm{j}\oint_C \frac{\mathrm{d}\arg F}{ds}\mathrm{d}s$$

Moduł $F(s)$ jest jednakowy w początkowym i końcowym punkcie zamkniętej krzywej, zatem pierwsza całka po prawej stronie równania jest równa zero, wobec tego

$$\oint_C \frac{F'(s)}{F(s)}\mathrm{d}s = \mathrm{j}\arg F(s)$$

Zgodnie z twierdzeniem Cauchy'ego o reziduach, lewa strona równania jest równa iloczynowi $2\pi\mathrm{j}$ razy suma reziduów biegunów funkcji F'/F, leżacych wewnątrz krzywej *C*. Zera o krotności *n* funkcji $F(s)$ mają residuum równe *n*, natomiast bieguny o krotności *m* funkcji $F(s)$, mają residuum równe $-m$. W rezultacie można napisać

$$\arg F(s) = 2\pi(z - p) \tag{6/32}$$

przy czym: z – liczba zer, p – liczba biegunów w prawej półpłaszczyźnie płaszczyzny zespolonej s.

Wzór (6/32) prowadzi do następującego wniosku:

> Jeżeli s zmienia się po zamkniętej krzywej w określonym kierunku na płaszczyźnie s, obejmując przy tym z zer i p biegunów funkcji $F(s)$, to funkcja $F(s)$, zmieniając się po określonej krzywej na płaszczyźnie zespolonej F, otacza początek układu współrzędnych $z-p$ razy.

Zauważmy, że $z = 0$ oznacza brak biegunów funkcji A_f w prawej półpłaszczyźnie. Wynika stąd (patrz wzór 6/32), że dla układu stabilnego jest konieczne

$$\arg F(s) = -2\pi p \tag{6/33}$$

Biorąc pod uwagę, że $F(s)$ jest różnicą zwrotną i wystarcza zmieniać s tylko na osi urojonej płaszczyzny s, czyli wystarcza badanie przebiegu $F(\mathrm{j}\omega)$, *kryterium stabilności Nyquista* można sformułować następująco:

> Układ ze sprzężeniem zwrotnym jest stabilny, jeżeli wykres różnicy zwrotnej $F(\mathrm{j}\omega)$, przy zmianie pulsacji od $-\infty$ do $+\infty$, obraca się o kąt stanowiący wielokrotność -2π (o kąt 2π w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara) wokół punktu krytycznego, jakim jest początek układu współrzędnych płaszczyzny zespolonej $F(\mathrm{j}\omega)$.

W kryterium tym dopuszcza się, że różnica zwrotna ma bieguny w prawej półpłaszczyźnie płaszczyzny zespolonej s. Są to jednocześnie bieguny stosunku zwrotnego, a tym samym wzmocnienia pętli. Oznacza to, że układ z otwartą pętlą jest niestabilny. Jeżeli przyjmie się, że $p = 0$, czyli że układ z otwartą pętlą jest stabilny, to wzór (6/34) ma postać

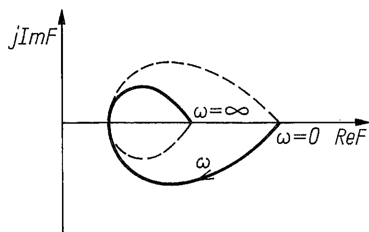
$$\arg F(s) = 0 \tag{6/34}$$

a kryterium Nyquista dla układu stabilnego z otwartą pętlą można przedstawić następująco:

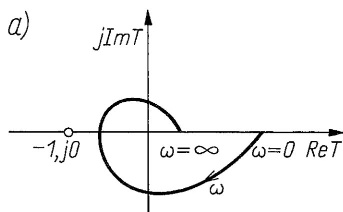
> Układ stabilny z otwartą pętlą sprzężenia zwrotnego pozostanie stabilny po zamknięciu pętli, jeżeli wykres różnicy zwrotnej $F(\mathrm{j}\omega)$, przy zmianie pulsacji od $-\infty$ do $+\infty$, nie obejmuje punktu krytycznego $0 + \mathrm{j}0$.

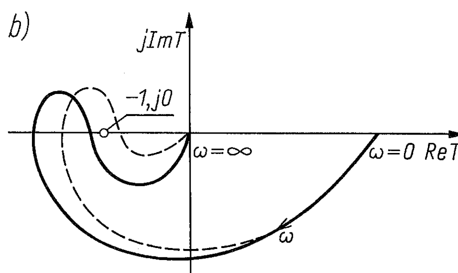
Ze wzoru (6/5) wynika, że oba sformułowania kryterium Nyquista można odnieść do stosunku zwrotnego. Wystarczy zamienić w nich różnicę zwrotną na stosunek zwrotny i punkt krytyczny $0 + \mathrm{j}0$ na punkt $-1 + \mathrm{j}0$.

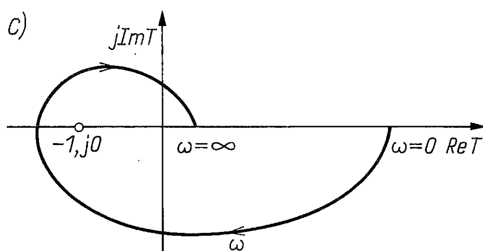
Na rysunku 6/24 przedstawiono przykładowy wykres Nyquista różnicy zwrotnej układu stabilnego, zaś na rys. 6/25 wykresy Nyquista stosunku zwrotnego układu stabilnego, stabilnego warunkowo i niestabilnego. Na



6/24 Wykres Nyquista różnicy zwrotnej układu stabilnego







6/25 Wykresy Nyquista stosunku zwrotnego układów ze sprzężeniem zwrotnym: a) stabilnego, b) stabilnego warunkowo i c) niestabilnego

rysunkach 6/24 i 6/25a są wykresy Nyquista tego samego układu, widoczne jest przesunięcie na osi rzeczywistej punktu krytycznego. Wykres stosunku zwrotnego układu warunkowo stabilnego (rys. 6/25b) nie obejmuje wprawdzie punktu krytycznego i układ jest stabilny, ale zmalenie stosunku zwrotnego może doprowadzić do niestabilności (patrz linia przerywana). Na wszystkich rysunkach wykresy dotyczą tylko zakresu pulsacji dodatnich. Część wykresu dla pulsacji ujemnych jest symetryczna względem osi rzeczywistej do części wykresu dla pulsacji dodatnich, co wynika z właściwości funkcji wymiernych $j\omega$.

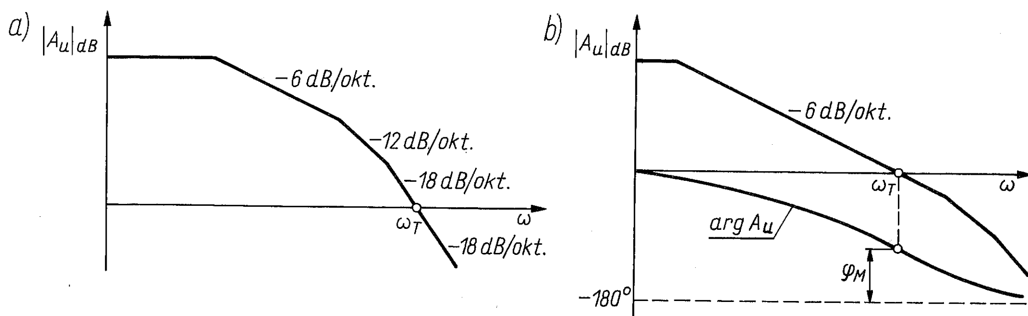
Jeżeli założy się stabilność układu z otwartą pętlą sprzężenia zwrotnego, to wniosek z przytoczonych rozważań będzie następujący:

> Układ z jednopętlowym sprzężeniem zwrotnym jest bezwzględnie stabilny, jeżeli przy pulsacji ω_T, przy której moduł stosunku zwrotnego jest równy jeden (zero decybeli), przesunięcie fazowe stosunku zwrotnego jest mniejsze niż $-180°$.

Ze związków między modułem i fazą funkcji minimalnofazowych (nie mających zer w prawej półpłaszczyźnie) wynika, że przsunięciu fazowemu

$-180°$ odpowiada nachylenie charakterystyki modułu równe -12 dB/okt. Wynika stąd wniosek stanowiący sformułowanie *kryterium stabilności Bodego*

Układ z jednopętlowym sprzężeniem zwrotnym jest bezwzględnie stabilny, jeżeli przy pulsacji ω_T, przy której moduł stosunku zwrotnego jest równy zero decybeli, nachylenie charakterystyki modułu stosunku zwrotnego jest co do wartości bezwzględnej mniejsze niż 12 dB/okt.



6/26 Wykresy Bodego stosunku zwrotnego układów: a) niestabilnego, b) stabilnego

Na rysunku 6/26a przedstawiono moduł stosunku zwrotnego układu niestabilnego, na rys. 6/26b – układu stabilnego. Na rysunku 6/26b zaznaczono margines stabilności, nazywany *fazowym marginesem stabilności*. Można go zdefiniować następująco:

$$\varphi_M = 180° - \arg T(j\omega_T) \tag{6/35}$$

przy czym: ω_T – pulsacja, dla której moduł stosunku zwrotnego jest równy 0 decybeli.

Rozważmy wzmacniacz operacyjny, w którym zwarto wyjście z wejściem odwracającym fazę. W tym przypadku stosunek zwrotny jest równy wzmocnieniu wzmacniacza. Wzmacniacz operacyjny z zamkniętą w taki sposób pętlą sprzężenia zwrotnego jest stabilny, jeżeli ma taką charakterystykę modułu wzmocnienia, jak przedstawiona na rys. 6/26b. Innymi słowy, przy pulsacji odcięcia ω_T, wartość bezwzględna nachylenia charakterystyki powinna być mniejsza niż 12 dB/okt.

6.8 PODSUMOWANIE

Sprzężenie zwrotne jest oddziaływaniem odpowiedzi układu na jego pobudzenie. Jeżeli amplituda sygnału wejściowego maleje pod wpływem sygnału wyjściowego, tzn., że sprzężenie zwrotne jest ujemne.

Ważnymi wielkościami charakteryzującymi sprzężenie zwrotne jest stosunek zwrotny T i różnica zwrotna F. Stosunek zwrotny jest ujemnym

stosunkiem sygnału zwrotnego do wejściowego, a różnica zwrotna jest znormalizowaną względem sygnału wejściowego różnicą sygnału wejściowego i zwrotnego. Jeżeli moduł różnicy zwrotnej jest większy niż jeden to sprzężenie zwrotne jest ujemne, w przeciwnym razie – dodatnie.

Ujemne sprzężenie zwrotne zmniejsza wprawdzie wzmocnienie wzmacniaczy F-krotnie, ale wprowadza wiele pozytywnych właściwości, doskonalących parametry układów. Mianowicie: rozszerza pasmo układów jednobiegunowych, zmniejsza zniekształcenia nieliniowe, poziom szumów i zakłóceń, rozszerza liniowy zakres pracy układów, zmniejsza wrażliwość funkcji układowych na zmianę wartości elementów. W zależności od rodzaju ujemnego sprzężenia zwrotnego, reguluje ono moduły impedancji wejściowych i wyjściowych, zwiększając lub zmniejszając je F-krotnie. Przykładowo, dla sprzężenia zwrotnego napięciowo-szeregowego moduł impedancji wejściowej rośnie, a wyjściowej maleje.

Dodatnie sprzężenie zwrotne jest niepożądane w przypadku wzmacniaczy, prowadzi bowiem do niestabilności układów. Wykorzystuje się je w sposób kontrolowany do realizacji układów generujących przebiegi elektryczne lub przerzutnikowych.

Wadą stosowania sprzężenia zwrotnego jest możliwość zmiany ujemnego sprzężenia zwrotnego na dodatnie i wzbudzanie się układu. Wynika stąd ważność badania i zapewnienia stabilności układom ze sprzężeniem zwrotnym. Specyficznymi dla układów ze sprzężeniem zwrotnym są kryteria Nyquista i Bodego. Kryterium Nyquista opiera się na biegunowym wykresie różnicy zwrotnej lub stosunku zwrotnego, kryterium Bodego – na częstotliwościowych charakterystykach amplitudowo-fazowych stosunku zwrotnego.

Układy ze sprzężeniem zwrotnym są powszechnie stosowane do realizacji różnych funkcji układowych. Szczególnie ważną klasę układów ze sprzężeniem zwrotnym stanowią układy ze wzmacniaczami operacyjnymi. Efektywną metodą ich analizy jest metoda sygnałowych grafów przepływowych.

LITERATURA

1. Filipkowski A.: *Układy elektroniczne analogowe i cyfrowe.* WNT, Warszawa 1980.
2. Golde W., Śliwa L.: *Wzmacniacze operacyjne i ich zastosowania.* Cz.I Podstawy teoretyczne. WNT, Warszawa 1982.
3. Hakim S.S.: *Feedback circuit analysis.* Iliffe Books Ltd, London 1963.
4. Horowitz I.M.: *Synthesis of feedback systems.* Academic Press, New York 1963.
5. Sedra A.S., Smith K.C.: *Microelectronic circuits.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.
6. McC. Siebert W.: *Circuits, signals and systems.* The MIT Press, McGraw-Hill Book Company, Massachusetts 1986.

7

WZMACNIACZE PRĄDU STAŁEGO

7.1 WPROWADZENIE

Wbrew tradycyjnej nazwie, wzmacniacze prądu stałego, czy też wzmacniacze napięcia stałego, nie wzmacniają jedynie napięć i prądów stałych. Są to

wzmacniacze dolnoprzepustowe, wzmacniające sygnały i zmienne w określonym pasmie częstotliwości.

Specyficzność tej klasy wzmacniaczy polega na tym, że wzmacniają one również sygnały stałe, a to pociąga za sobą szczególne wymagania na stałość punktu pracy poszczególnych stopni; nie ma bowiem separujących pojemności (patrz rozdz. 4.1). Wzmacniacze te muszą być wyposażone w pewien rodzaj „inteligencji", umożliwiającej odróżnianie sygnału użytecznego od szkodliwego. Wzmacniacze prądu stałego, aby mogły spełniać użyteczną funkcję muszą, przykładowo, odróżnić 5 mV napięcia stałego, będącego efektem zmian temeperaturowych napięcia baza-emiter tranzystora, od 5 mV napięcia stałego stanowiącego sygnał użyteczny niosący jakąś informację. Co więcej, wzmacniacz prądu stałego powinien wzmocnić tylko sygnał użyteczny tłumiąc sygnał szkodliwy.

Od wzmacniaczy prądu stałego wymaga się ponadto, aby na zaciskach wejściowych i wyjściowych, przy braku pobudzenia, napięcie stałe względem masy było równe zero. Wymaganie to jest podyktowane zapewnieniem możliwości kaskadowego łączenia wzmacniaczy oraz zwierania zacisku wyjściowego z wejściowym. To wymaganie pociąga za sobą kolejne specyficzne dla wzmacniaczy prądu stałego parametry, określające jakość spełnienia tego wymagania.

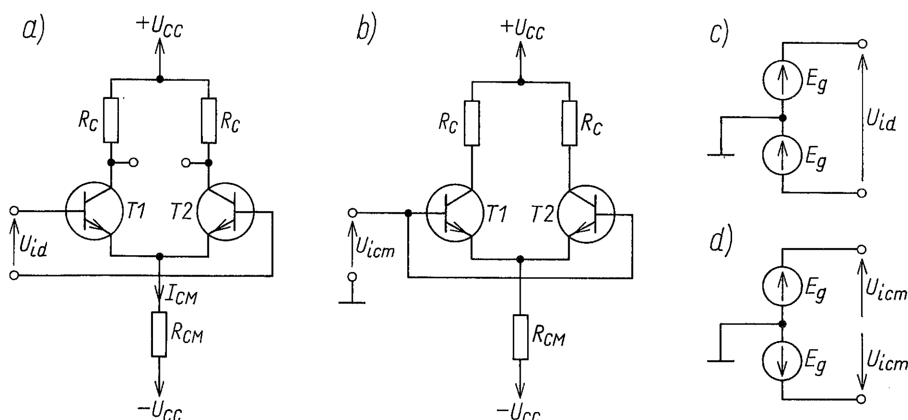
Zdolność rozróżniania sygnałów użytecznych od szkodliwych czyli wzmacniania sygnałów użytecznych i tłumienia sygnałów szkodliwych ma wzmacniacz różnicowy.

Dzięki tej właściwości wzmacniacze różnicowe są stopniem wejściowym wszystkich wzmacniaczy prądu stałego, również – *wzmacniacza operacyjnego.*

7.2 BIPOLARNY WZMACNIACZ RÓŻNICOWY Z ELEMENTÓW DYSKRETNYCH

7.2.1 Sterowanie różnicowe i sumacyjne

Na rysunku 7/1a przedstawiono prosty wamacniacz różnicowy. Zauważmy, że zasilanie jest symetryczne, co umożliwia zapewnienie zerowego napięcia stałego względem masy na zaciskach wejściowych. Jak widać na rys. 7/1a sygnał jest podany między zaciski wejściowe – jest to sterowanie różnicowe.



7/1 Wzmacniacz różnicowy: a) sterowany różnicowo, b) sterowany sumacyjnie, c) różnicowe podłączenie źródeł sygnału, d) sumacyjne dołączenie źródeł sygnału do wejścia

Przedstawiony na rys. 7/1b wzmacniacz jest sterowany sumacyjnie, sygnał jest podany bowiem na zwarte zaciski wejściowe. Zauważmy, że na rys. 7/1c przedstawiono również sterowanie różnicowe, a na rys. 7/1d – sterowanie sumacyjne. Można zatem powiedzieć:

> Jeżeli sygnał jest podany między zaciski wejściowe lub jeżeli sygnały podane na zaciski wejściowe są w przeciwfazie, to takie *sterowanie* jest *różnicowe.*
>
> Jeżeli sygnał jest podany na zwarte zaciski wejściowe lub sygnały podane na zaciski wejściowe są w fazie, to *sterowanie* takie jest *sumacyjne.*

Załóżmy, że wskutek zmian napięcia zasilania lub zmian temperaturowych zmieniło się napięcie baza-emiter obu tranzystorów. Jeżeli oba tranzystory i rezystory R_C są identyczne, to zmiany te są jednakowe, ściślej, mają taką samą amplitudę i fazę. Zmiany te są w fazie, są zatem sygnałami sumacyjnymi. W fazie są również sygnały wywołane temperatutową zmianą prądu I_{C0}, bądź

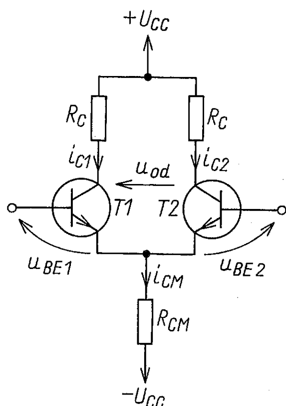
indukowane zakłócenia zewnętrzne. W fazie są także sygnały parzystych harmonicznych, będące efektem zniekształceń nieliniowych. Innymi słowy,

większość sygnałów szkodliwych jest sygnałami sumacyjnymi.

Koncepcja budowy wzmacniacza różnicowego polega zatem na tym, aby zapewniając duże wzmocnienie sygnałów różnicowych i małe wzmocnienie sygnałów sumacyjnych, sterować wzmacniacz różnicowo – zapewnić, aby sygnał użyteczny był sygnałem różnicowym.

7.2.2 Wielkosygnałowe właściwości pary różnicowej

Jeżeli obie „połówki" wzmacniacza są jednakowe, tzn. oba tranzystory są jednakowe i oba rezystory R_C są jednakowe (rys. 7/2), to mówi się, że *wzmacniacz* jest *symetryczny*. Jeżeli wzmacniacz z rys. 7/2 jest symetryczny, to



7/2 Wzmacniacz różnicowy sterowany różnicowo z zaznaczonymi wartościami chwilowymi sygnałów

przy sterowaniu różnicowym, wejścia tranzystorów są sterowane napięciem o jednakowej amplitudzie, lecz w przeciwfazie. Między bazą a emiterem tranzystora $T1$ pojawi się napięcie o wartości chwilowej

$$u_{BE1} = U_{BE} + \frac{u_i}{2}$$

natomiast na wejściu tranzystora $T2$ napięcie:

$$u_{BE2} = U_{BE} - \frac{u_i}{2}$$

Dla $i_{C1} \gg I_S$ i $i_{C2} \gg I_S$ napięcia te wywołają następujący przepływ prądów w obwodach kolektorów:

$$i_{C1} = I_S \exp\frac{u_{BE1}}{U_T} \qquad i_{C2} = I_S \exp\frac{u_{BE2}}{U_T} \qquad (7/1)$$

Po podzieleniu i_{C1} przez i_{C2} otrzymuje się

$$\frac{i_{C1}}{i_{C2}} = \frac{\exp\frac{U_{BE}}{U_T}\exp\frac{u_i}{2U_T}}{\exp\frac{U_{BE}}{U_T}\exp\left(-\frac{u_i}{2U_T}\right)} = \exp\frac{u_i}{U_T} \tag{7/2}$$

Jeśli przyjmiemy, że składowe zmienne prądów kolektorów mają jednakowe amplitudy i przeciwne fazy, to prąd i_{CM} można przedstawić następująco:

$$i_{CM} = i_{C1} + i_{C2} = I_C + i_c - (I_C - i_c) = 2I_C = I_{CM} \tag{7/3}$$

a także w następującej postaci:

$$I_{CM} = i_{C1} + i_{C2} = i_{C1}\left(1 + \frac{i_{C2}}{i_{C1}}\right) = i_{C2}\left(1 + \frac{i_{C1}}{i_{C2}}\right) \tag{7/4}$$

Ze wzorów (7/2), (7/3) i (7/4) wynika:

$$I_{CM} = i_{C1}\left[1 + \exp\left(-\frac{u_i}{U_T}\right)\right] = i_{C2}\left(1 + \exp\frac{u_i}{U_T}\right) \tag{7/5}$$

a stąd

$$i_{C1} = \frac{I_{CM}}{1 + \exp\left(-\frac{u_i}{U_T}\right)} \tag{7/6}$$

$$i_{C2} = \frac{I_{CM}}{1 + \exp\frac{u_i}{U_T}} \tag{7/7}$$

Wartość chwilowa wyjściowego napięcia różnicowego

$$u_{od} = u_{C1} - u_{C2} = U_{CC} - i_{C1}R_C - (U_{CC} - i_{C2}R_C) = R_C(i_{C1} - i_{C2}) \tag{7/8}$$

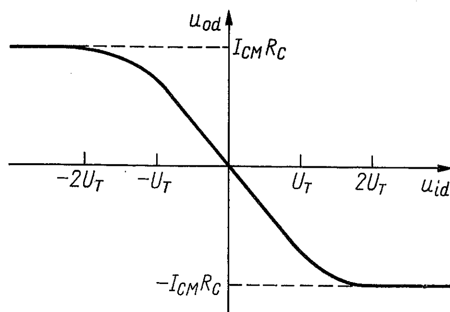
Po podstawieniu wzorów (7/6) i (7/7) otrzymuje się

$$u_{od} = I_{CM}R_C\left(\frac{1}{1 + \exp\frac{u_i}{U_T}} - \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{u_i}{U_T}\right)}\right) =$$

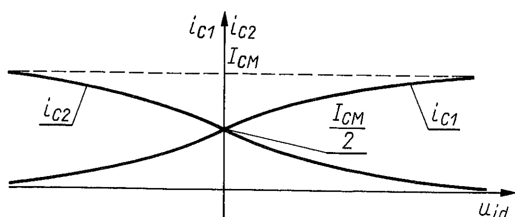
$$=I_{CM}R_C \left[\frac{\exp\left(-\frac{u_i}{2U_T}\right)}{\exp\frac{u_i}{2U_T}+\exp\left(-\frac{u_i}{2U_T}\right)}-\frac{\exp\frac{u_i}{2U_T}}{\exp\frac{u_i}{2U_T}+\exp\left(-\frac{u_i}{2U_T}\right)}\right]=$$

$$=I_{CM}R_C\,\mathrm{th}\left(-\frac{u_i}{2U_T}\right) \qquad (7/9)$$

Otrzymaną wielkosygnałową charakterystykę przejściową wzmacniacza różnicowego przedstawiono na rys. 7/3, a zależność i_{C1} i i_{C2} od napięcia różnicowego u_i na rys. 7/4. Jak wynika z rys. 7/3



7/3 Wielkosygnałowa charakterystyka przejściowa wzmacniacza różnicowego

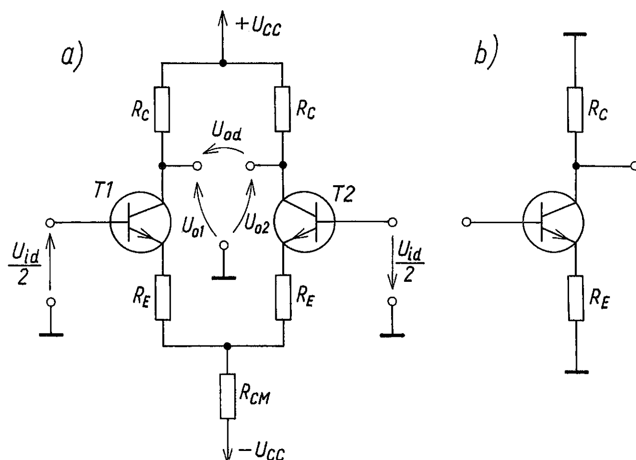


7/4 Zależność prądów kolektorów wzmacniacza różnicowego od napięcia różnicowego

wzmacniacz różnicowy pracuje liniowo w wąskim zakresie napięć wejściowych od około $-25 \ldots +25$ mV,

a przy napięciu 50 mV następuje nasycenie się wzmacniacza i napięcie wyjściowe jest równe $I_{CM}R_C$. Rozszerzenie liniowego zakresu pracy jest możliwe dzięki zastosowaniu rezystorów R_E w obwodach emiterów, jak to pokazano na rys. 7/5a. Można wykazać, opierając się na teorii sprzężenia zwrotnego (rozdz. 6), że zakres liniowej pracy

$$|U_{max}| = U_T + \frac{I_{CM}}{2} R_E \qquad (7/10)$$



7/5 Wzmacniacz różnicowy z rezystorami emiterowymi (a), schemat zastępczy dla sygnałów różnicowych (b)

7.2.3 Wzmacniacz różnicowy sterowany różnicowo

Na rysunku 7/5a przedstawiono wzmacniacz różnicowy z rozszerzającymi liniowy zakres pracy rezystorami R_E w obwodach emiterów. Rozważmy jego właściwości w zakresie zmiennoprądowym, stosując opis operatorowy (por. rozdz. 1.2).

Jeżeli sterowanie jest różnicowe, to kompensują się składowe zmienne napięcia na rezystorze R_{CM}. Dla przebiegów zmiennych (dynamicznie) rezystor R_{CM} można więc uważać za zwarty.

Przy założeniu, że wzmocnienie obu „połówek" wzmacniacza jest jednakowe i wynosi A_u, na podstawie rys. 7/5a, można napisać następujące równania operatorowe:

$$U_{o1} = A_u \frac{U_{id}}{2} \qquad U = A_{02}\left(-\frac{U_{id}}{2}\right) \tag{7/11}$$

Wyjściowe napięcie różnicowe (transformata wyjściowego napięcia różnicowego)

$$U_{od} = U_{o1} - U_{o2} = A_u U_{id} \tag{7/12}$$

Wzmocnienie różnicowe jest stosunekiem napięcia różnicowego na wyjściu do napięcia różnicowego na wejściu.

Po podzieleniu obu skrajnych stron równania przez U_{id} otrzymuje się

$$A_{ud} = \frac{U_{od}}{U_{id}} = A_u \tag{7/13}$$

Wzmocnienie różnicowe wzmacniacza różnicowego jest zatem równe wzmocnieniu „połówki" wzmacniacza przy zwartym R_{CM}, a zatem jest ono równe wzmocnieniu wzmacniacza przedstawionego na rys. 7/5b. Wzmacniacz ten nazywany wzmacniaczem z *emiterowym sprzężeniem zwrotnym* przeanalizowano w rozdz. 5.2.4. Wystarcza zatem skorzystać z uzyskanych tam rezultatów. Zauważmy ponadto, że impedancje wejściowa i wyjściowa wzmacniacza różnicowego przy sterowaniu różnicowym są dwukrotnie większe niż impedancja wejściowa i wyjściowa wzmacniacza z emiterowym sprzężeniem zwrotnym.

W zakresie napięcia stałego i małych częstotliwości, przy założeniu $r_b = 0$, $g_o = 0$ wzmocnienie różnicowe można przedstawić następująco (por. rozdz. 5.2.4):

$$A_{ud0} = -\frac{\beta_0 R_C}{r_\pi + (\beta_0 + 1)R_E} \tag{7/14}$$

natomiast rezystancję wejściową i wyjściową w postaci

$$R_i = 2[r_\pi + (\beta_0 + 1)R_E] \tag{7/15}$$

$$R_o = 2R_C \tag{7/16}$$

W przypadku wzmacniacza różnicowego bez rezystorów R_E, przyjmując $R_E = 0$ we wzorach (7/14) i (7/15), otrzymuje się

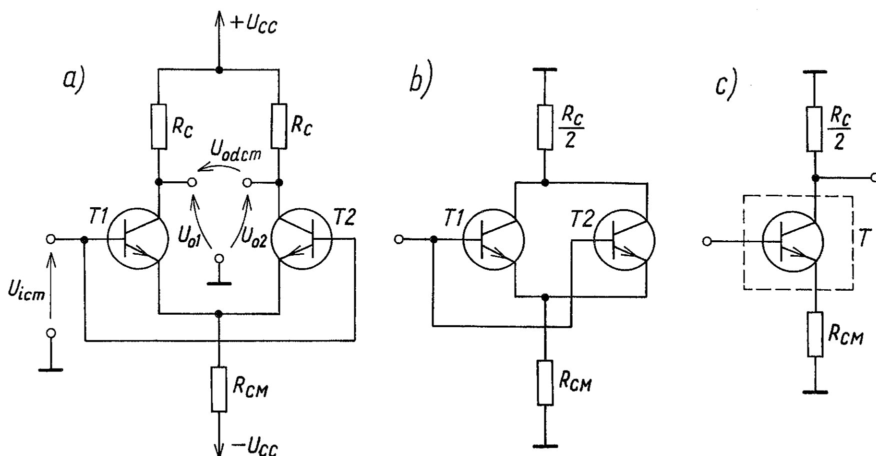
$$A_{ud0} = -\beta_0 \frac{R_C}{r_\pi} = -g_m R_C \tag{7/17}$$

$$R_i = 2r_\pi \tag{7/18}$$

7.2.4 Wzmacniacz różnicowy sterowany sumacyjnie

Na rysunku 7/6a przedstawiono wzmacniacz różnicowy sterowany sumacyjnie. W rezystorze R_{CM} dodają się składowe zmienne prądów emiterowych; nie można go zatem usunąć z układu. Dla uproszczenia analizy zaniedbano natomiast rezystory R_E wobec znacznie większej wartości rezystora R_{CM}. Jeżeli wzmacniacz jest symetryczny to napięcia wyjściowe U_{o1} i U_{o2} są równe i napięcie różnicowe U_{od} jest równe zero. Można zatem zewrzeć kolektory tranzystorów, jak to pokazano na rys. 7/6b. Jak wynika z tego rysunku tranzystory są połączone równolegle, można zatem układ przedstawić jak na rys. 7/6c, gdzie tranzystor w kwadratowej ramce jest tranzystorem zastępczym o dwukrotnie większej przewodności wejściowej i transkonduktancji, mianowicie

$$G_\pi = 2g_\pi \qquad G_m = 2g_m \qquad B_0 = \frac{G_m}{G_\pi} = \beta_0 \tag{7/19}$$



7/6 Wzmacniacz różnicowy sterowany sumacyjnie (a), schemat zmiennoprądowy (b), schemat z tranzystorem złożonym (c)

Wzmacniacz różnicowy sterowany sumacyjnie ma więc takie same właściwości, jak wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym (rys. 7/6c) z tranzystorem o parametrach danych wzorami (7/19).

Korzystając z rezultatów z rozdz. 5.2.4, dla małych częstotliwości można napisać

$$A_{ucm0} = -\frac{\beta_0 \frac{R_C}{2}}{\frac{r_\pi}{2} + (\beta_0 + 1) R_{CM}} \tag{7/20}$$

$$R_i = \frac{r_\pi}{2} + (\beta_0 + 1) R_{CM} \tag{7/21}$$

$$R_o = \frac{R_C}{2} \tag{7/22}$$

Jak wynika z porównania wzorów (7/14) i (7/20), w celu uzyskania małego wzmocnienia sumacyjnego i dużego różnicowego należy dążyć do $R_{CM} \gg R_C$.

7.2.5 Współczynnik CMRR

Ważnym kryterium jakości wzmacniaczy prądu stałego jest *współczynnik tłumienia sygnałów sumacyjnych* – CMRR (ang. *common mode rejection ratio*).

Współczynnik CMRR definiuje się jako stosunek wzmocnienia sygnałów różnicowych do wzmocnienia sygnałów sumacyjnych

a zatem

$$CMRR = \frac{A_{ud}}{A_{ucm}} \tag{7/23}$$

przy czym A_{ud} – wzmocnienie sygnałów różnicowych, A_{ucm} – wzmocnienie sygnałów sumacyjnych.
Dobry wzmacniacz prądu stałego to wzmacniacz o dużej wartości CMMR.

Zgodnie z definicją daną wzorem (7/23), po uwzględnieniu wzorów (7/14) i (7/20), dla prądu stałego i małych częstotliwości otrzymuje się

$$CMRR = \frac{r_\pi + 2(\beta_0 + 1) R_{CM}}{r_\pi + (\beta_0 + 1) R_E} \tag{7/24}$$

Dla dużych wartości β_0 wzór ten można uprościć do postaci

$$CMRR \cong \frac{2 R_{CM}}{R_E} \tag{7/25}$$

W przypadku, gdy wzmacniacz nie zawiera rezystorów emiterowych współczynnik tłumienia sygnałów sumacyjnych wyznacza się ze wzoru (por. wzory (7/17) i (7/20))

$$CMRR = 1 + \frac{2(\beta_0 + 1) R_{CM}}{r_\pi} = 2 g_m R_{CM} \tag{7/26}$$

Przykład 7/1. Dla wzmacniacza różnicowego przedstawionego na rys. 7/5a, wyznaczyć wzmocnienia, rezystancje wejściowe i wyjściowe, różnicowe i sumacyjne oraz współczynnik CMRR. Przyjąć następujące dane: $I_C = 1\,\mathrm{mA}$, $\beta_0 = 100$, $U_{BE} = 0{,}7\,\mathrm{V}$, $U_{CE} = 2{,}7\,\mathrm{V}$, $U_{CC} = 12\,\mathrm{V}$, $R_{CM} = 5{,}5\,\mathrm{k\Omega}$.
Dla obwodu kolektora można napisać

$$I_C(R_E + R_C) + U_{CE} + 2 I_C R_{CM} = 2 U_{CC} \tag{P. 7/1.1}$$

a dla obwodu bazy

$$2 I_C R_{CM} + I_C R_C + U_{BE} = U_{CC} \tag{P. 7/1.2}$$

Z równania (P. 7/1.2) otrzymuje się

$$R_E = \frac{U_{CC} - U_{BE} - 2 I_C R_{CM}}{I_C} \tag{P. 7/1.3}$$

po podstawieniu danych mamy: $R_E = 300\,\Omega$.
Po przekształceniu wzoru (P. 7/1.1) wyznacza się R_C, mianowicie

$$R_C = \frac{2 U_{CC} - U_{CE} - 2 I_C R_{CM}}{I_C} - R_E \tag{P. 7/1.4}$$

skąd: $R_C = 10\,\mathrm{k\Omega}$.

Dla $I_C = 1$ mA i $\beta_0 = 100$ mamy: $g_m = 40$ mS, $r_\pi = 1/g_\pi = 2{,}5$ kΩ. Kolejno korzystając ze wzorów (7/14)...(7/16), (7/20)...(7/22) i (7/25) otrzymuje się

$A_{ud0} = -30 \qquad R_{id} = 64{,}6\,\text{k}\Omega \qquad R_{od} = 20\,\text{k}\Omega$

$A_{ucm0} = -0{,}9 \qquad R_{icm} = 556\,\text{k}\Omega \qquad R_{ocm} = 5\,\text{k}\Omega$

$(CMRR)_{dB} = 20 \log CMRR = 31{,}4\,\text{dB}$ □

Przykład 7/1 pokazuje, że współczynnik $CMRR$ oraz wzmocnienie różnicowe nie jest zbyt duże. Sprawdźmy jakie wartości otrzyma się rezygnując z stosowania rezystorów R_E w obwodach emiterów. W takim przypadku, opierając się na danych z przykł. 7/1, otrzymuje się zgodnie ze wzorami (7/17) i (7/26)

$$A_{ud0} = -g_m R_C = -400 \qquad CMRR = 53\,\text{dB}$$

Są to wartości większe, ale nadal niewystarczające. Dalsze zwiększanie R_{CM} musi prowadzić do konieczności zwiększania napięcia zasilania, co nie jest korzystne, a po przekroczeniu rozsądnych wartości, wręcz niemożliwe. Pamiętajmy również, że dynamika wzmacniacza (zakres liniowej pracy) jest bardzo mała.

Sposobem na znaczne zwiększenie współczynnika $CMRR$ jest zastosowanie w miejsce rezystora R_{CM} – źródła stałoprądowego oraz w miejsce rezystorów R_C – obciążenia aktywnego, co zwiększa wydatnie również wzmocnienie różnicowe.

Takie rozwiązania realizuje się w postaci półprzewodnikowych układów scalonych (patrz rozdz. 7.3 i 7.4).

7.2.6 Wzmacniacz różnicowy w zakresie wielkich częstotliwości

Jak wykazano w rozdz. 7.2.3 wzmacniacz różnicowy przy sterowaniu różnicowym charakteryzuje się właściwościami „połówki” wzmacniacza przy zwartym rezystorze R_{CM}. Wzmacniacz różnicowy bez rezystorów emiterowych ma zatem właściwości wzmacniacza o wspólnym emiterze. Zakładając różnicowe sterowanie wzmacniacza ze źródła napięciowego o rezystancji wewnętrznej R_g i obciążonego rezystancją R_l można wykorzystać wyniki analizy wzmacniacza o wspólnym emiterze w zakresie wielkich częstotliwości z rozdz. 5.3.1, przyjmując rezystancję wewnętrzną źródła $R_g/2$ i obciążenia $R_l/2$. Na podstawie wzorów (5/66)...(5/68) wzmocnienie napięciowe skuteczne w zakresie wielkich częstotliwości można przedstawić następująco:

$$A_{usd} = \frac{A_{usd0}}{1 + s/\omega_g} \tag{7/27}$$

przy czym A_{usd0} – wzmocnienie napięciowe skuteczne, ω_g – trzydecybelowa pulsacja górna

dane wzorami

$$A_{usd0} = \frac{-g_m\left(R_C \parallel \frac{R_l}{2}\right)r_\pi}{r_b + r_\pi + R_g/2} \tag{7/28}$$

$$\omega_g = \frac{G'_g}{C_\pi + \left\{\left[1 + g_m\left(R_C \parallel \frac{R_l}{2}\right)\right] + G'_g\left(R_C \parallel \frac{R_l}{2}\right)\right\}C_\mu} \tag{7/29}$$

Przy czym

$$G'_g = g_\pi + \frac{1}{r_b + \frac{R_g}{2}} = \frac{1}{r_\pi \parallel \left(\frac{R_g}{2} + r_b\right)} \tag{7/30}$$

7.3 PODSTAWOWE SCALONE UKŁADY WZMACNIAJĄCE

7.3.1 Wprowadzenie

Rozważane w rozdz. 7.2 wzmacniacze różnicowe są układami rezystywno-tranzystorowymi. Współczesne wzmacniacze prądu stałego, w tym wzmacniacze operacyjne, realizuje się jako scalone układy półprzewodnikowe. W scalonych układach półprzewodnikowych, zarówno bipolarnych, jak i MOS, unika się lub wyklucza stosowanie rezystorów. Jest to konsekwencją złej ich jakości i, niezbędnej do realizacji, znacznie większej powierzchni niż w przypadku tranzystorów. Nowoczesne wzmacniacze prądu stałego są z tych względów układami składającymi się prawie wyłącznie z tranzystorów. Funkcje rezystorów w obwodzie kolektora, emitera, źródła itd. spełniają źródła stałoprądowe lub inne rodzaje obciążeń aktywnych. Prowadzi to do nieco odmiennych właściwości wzmacniacza o wspólnym emiterze, wspólnym źródle, wtórnika emiterowego, wtórnika źródłowego itd. od wersji klasycznej. Odmienne właściwości od pary klasycznej ma także para różnicowa ze źródłem stałoprądowym obwodzie emiterów i obciążeniem aktywnym w obwodach kolektorów. Wymienione układy łącznie z omówionymi w rozdz. 4 są podstawowymi „cegiełkami", służącymi do budowy złożonych liniowych układów scalonych, takich jak wzmacniacze operacyjne, wzmacniacze transkonduktancyjne, wzmacniacze szerokopasmowe w.cz. itp.

Scalone układy półprzewodnikowe wykonuje się technologią bipolarną lub MOS. W przypadku stosowania tranzystorów o jednym rodzaju kanału

techologię MOS nazywa się NMOS lub PMOS. Jeżeli stosuje się tranzystory o obu rodzajach kanałów, nazywa się ją CMOS (ang. *complementary* MOS). Zacisk podłoża, wspólny dla wszystkich tranzystorów o jednakowej polaryzacji, dołącza się do najwyższego potencjału w przypadku tranzystorów z kanałem p, do najniższego w przypadku tranzystorów z kanałem n. Sciślejsza analiza wymaga zatem uwzględnienia wpływu efektu podłoża. Struktura podstawowych układów wzmacniających zależy od technologii ich wykonania, a ściślej od rodzaju realizowanych tranzystorów. Rozwiązania układowe w technologii NMOS i PMOS różnią się w zasadzie tylko znakiem zasilania i rodzajem kanału tranzytorów. W obu technologiach dopuszcza się stosowanie także tranzystorów z kanałem zubożonym. W technologii CMOS stosuje się wyłącznie tranzystory z kanałem wzbogaconym, w wyjątkowych przypadkach również podłożowe tranzystory bipolarne.

7.3.2 Obciążenia aktywne

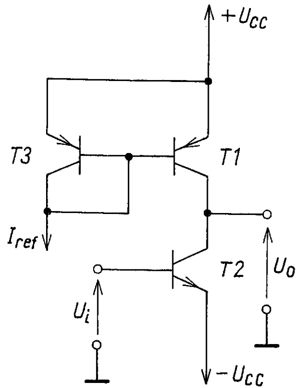
Dwójnik zbudowany z tranzystorów i zastępujący rezystor w obwodzie kolektora lub drenu nazywa się *obciążenim aktywnym.* Jest nim zazwyczaj *źródło stałoprądowe* np. w obwodzie kolektora wzmacniacza o wspólnym emiterze lub w obwodzie drenu wzmacniacza o wspólnym źródle. Obciążeniem aktywnym jest również tranzystor z ustalonym napięciem bramka-źródło, a także tranzystor w połączeniu „diodowym" może to być także tranzystor z kanałem zubożonym. Właściwości stałoprądowe obciążeń aktywnych w postaci źródeł stałoprądowych omówiono już w rozdz. 4, rozważając zasilanie i stabilizację punktów pracy tranzystorów w układach scalonych (por. rozdz. 4.2.2 i 4.3.2). W zakresie małoczęstotliwościowym intersująca jest dynamiczna rezystancja dwójnika, a w zakresie wielkich częstotliwości – impedancja dwójnika stanowiącego obciążenie aktywne. Zmiennoprądowe właściwości, a także stałoprądowe właściwości obciążeń aktywnych, rozważamy łącznie z ich wpływem na właściwości podstawowych układów wzmacniających.

7.3.3 Wzmacniacze o wspólnym emiterze i wspólnym źródle

Schemat wzmacniacza o wspólnym emiterze z obciążeniem aktywnym w postaci źródła stałoprądowego przedstawiono rys. 7/7. Wzmocnienie napięciowe wzmacniacza w zakresie małych częstotliwości, na podstawie wzoru (5/3) opisującego klasyczny wzmacniacz o wspólnym emiterze i po niezbędnej zamianie wielkości ($R_l - r_o$) można wyrazić następująco:

$$A_{u0} = -g_{m1}(r_{o1} \parallel r_{o2}) \quad (7/31)$$

Po uzależnieniu wielkości we wzorze (7/31) od napięć Early'ego, potencjału termodynamicznego i prądu kolektora, otrzymuje się:



7/7 Wzmacniacz o wspólnym emiterze ze źródłem stałoprądowym jako obciążeniem aktywnym

$$A_{u0} = -\frac{I_C}{U_T}\frac{1}{I_C\left(\frac{1}{U_{A1}}+\frac{1}{U_{A2}}\right)} = -\frac{U_{A1}U_{A2}}{U_T(U_{A1}+U_{A2})} \tag{7/32}$$

Jeżeli napięcia Early'ego obu tranzystorów są jednakowe, to wzór upraszcza się do postaci:

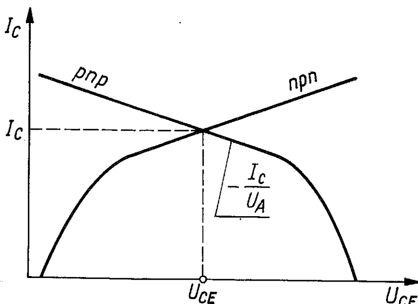
$$A_{u0} = -\frac{U_A}{2U_T} \tag{7/33}$$

Dla np. $U_A = 50\,\mathrm{V}$ i $U_T = 25\,\mathrm{mV}$ otrzymuje się $|A_{u0}| = 10^3$ czyli 60 dB.

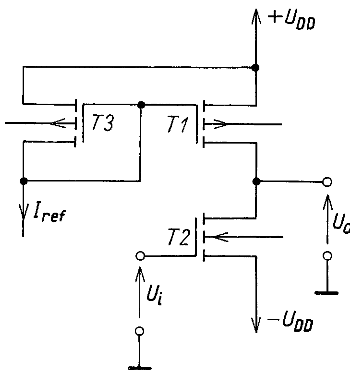
Na rysunku 7/8 przedstawiono wielkosygnałowe charakterystyki wyjściowe tranzystorów *T*1 i *T*2, przy założeniu jednakowych punktów pracy i jednakowych napięć Early'ego.

Analogiczny układ realizowany technologią CMOS przedstawiono na rys. 7/9. Podobnie, jak w przypadku układu bipolarnego tranzystor *T*1 pracuje jako źródło stałoprądowe, obciążając tranzystor *T*2 rezystancją r_{o1}. Wzmocnienie napięciowe układu określa zatem wzór (7/31), przy czym r_{o1} i r_{o2} są rezystancjami wyjściowymi tranzystora nMOS i pMOS (*T*1 i *T*2) z rys. 7/9. Wzór ten można przedstawić w postaci

$$A_{u0} = -2\sqrt{kI_D}\left(\frac{1}{\lambda_1 I_D}\,\|\,\frac{1}{\lambda_2 I_D}\right) = -2\sqrt{\frac{k}{I_D}}\,\frac{1}{\lambda_1+\lambda_2} \tag{7/34}$$



7/8 Charakterystyka wyjściowa wzmacniacza z rys. 7/7

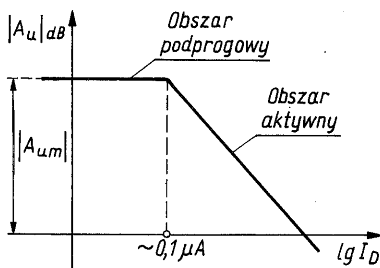


7/9 Wzmacniacz o wspólnym źródle z obciążeniem aktywnym

W przypadku równych współczynników $\lambda_1 = \lambda_2$ otrzymuje się

$$A_{u0} = -\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{k}{I_D}} \tag{7/35}$$

Ze wzoru tego wynika, że wzmocnienie napięciowe jest odwrotnie proporcjonalne do pierwiastka z prądu drenu. Transkoduktancja jest bowiem proporcjonalna do pierwiastka z prądu drenu, zaś rezystancja wyjściowa tranzystora jest do niego odwrotnie proporcjonalna. Większe wzmocnienie uzyskuje się zatem przy mniejszych prądach drenu. Przy zmniejszaniu prądu I_D do bardzo małych wartości ok. 0,1 μA, oba tranzystory *T*1 i *T*2 są bardzo bliskie odcięcia, ten zakres pracy tranzystorów nazywa się *podprogowym.* W tym zakresie pracy, transkonduktancja liniowo zależy od I_D, wzmocnienie staje się niezależne od prądu drenu. Zależność wzmocnienia wzmacniacza o wspólnym źródle z obciążeniem aktywnym od prądu drenu pokazano na rys. 7/10.



7/10 Zależność wzmocnienia wzmacniacza z rys. 7/9 od prądu drenu

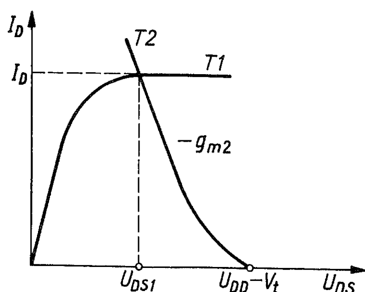
Ze wzoru (7/35) wynika także, że przy ustalonym prądzie drenu można zwiększyć wzmocnienie, zwiększając *k*, np. przez rozszerzenie kanałów tranzystorów *T*1 i *T*2. W praktyce dla typowych wartości parametrów technologicznych i geometrycznych uzyskuje się wzmocnienia kilkaset do kilku tysięcy.

Na rysunku 7/11 przedstawiono układy wzmacniaczy o wspólnym źródle, jednak z innym rodzajem obciążenia aktywnego. Zatosowane w układach

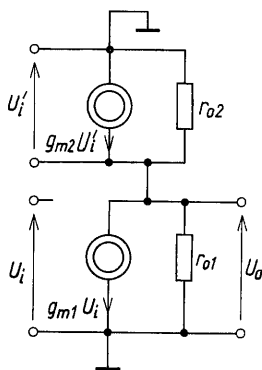
7/11 Różne rozwiązania wzmacniaczy o wspólnym źródle: a) NMOS z obciążeniem „diodowym", b) CMOS z obciążeniem diodowym, c) ze zwierciadłem stałoprądowym, d) NMOS ze źródłem stałoprądowym, e) NMOS z obciążeniem aktywnym w postaci tranzystora z kanałem zubożonym

z rys. 7/11a i b obciążenie nazywa się niekiedy „diodowym", od podobieństwa do diodowego połączenia tranzystora bipolarnego. Takie rozwiązanie stosuje się głównie w technologii NMOS (rys. 7/11a), chociaż może być również zrealizowane w technologii CMOS (rys. 7/11b). Zauważmy, że zastosowanie w układzie NMOS zwierciadła stałoprądowego jako obciążenia aktywnego jest niemożliwe, oba tranzystory $T1$ i $T3$ (rys. 7/9) pracowałyby bowiem w połączeniu „diodowym". Układ z rys. 7/11c ma takie same właściwości jak układ z rys. 7/9. Na rysunku 7/11e przedstawiono wzmacniacz z obciążeniem aktywnym w postaci tranzystora z kanałem zubożonym.

Na rysunku 7/12 przedstawiono charakterystykę wyjściową tranzystora $T1$ układu z rys. 7/11a i krzywą roboczą – obciążenie $T2$. Małosygnałowy schemat zastępczy w zakresie małych częstotliwości, z pominięciem efektu podłoża przedstawiono na rys. 7/13. Zauważmy, że $U_i' = -U_o$, a suma prądów w węźle wyjściowym



7/12 Charakterystyka wyjściowa tranzystora $T1$ i krzywa robocza tranzystora $T2$ we wzmacniaczu z rys. 7/11a



7/13 Małosygnałowy schemat zastępczy wzmacniacza o wspólnym źródle z obciążeniem diodowym

$$g_m U_i = \frac{U_o}{r_{o1} \parallel r_{o2}} + g_m U_o$$

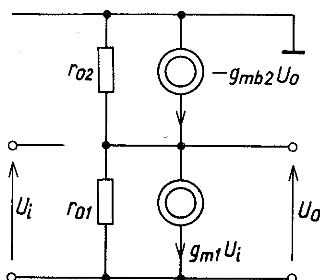
Wzmocnienie napięciowe wzmacniacza w zakresie małych częstotliwości

$$A_{u0} = -\frac{g_{m1}(r_{o1} \parallel r_{o2})}{1 + g_{m2}(r_{o1} \parallel r_{o2})} \cong -\frac{g_{m1}}{g_{m2}} = -\sqrt{\frac{(W/L)_1}{(W/L)_2}} \qquad (7/36)$$

Jak widać, wzmocnienie zależy od pierwiastka ze stosunku W/L obu tranzystorów. W praktyce umożliwia to uzyskanie niedużego wzmocnienia 10...20. Takie same właściwości ma układ realizowany technologią CMOS (rys. 7/11b) oraz układ z rys. 7/11d, który daje się sprowadzić do postaci jak na rys. 7/11a.

Wzmacniacz przedstawiony na rys. 7/11d ma identyczny schemat zastępczy małosygnałowy jak na rys. 7/13. Jego wzmocnienie opisuje zatem również wzór (7/36). Nieco inny, w porównaniu z przedstawionym na rys. 7/12, jest kształt charakterystyki obciążenia, a co za tym idzie, zakres liniowej pracy.

Małosygnałowy schemat zastępczy, z uwzględnieniem efektu podłoża, układu z obciążeniem w postaci tranzystora z kanałem zubożonym (rys. 7/11e) przedstawiono na rys. 7/14. Tranzystor $T2$ jest sterowany jedynie przez napięcie źródło-podłoże, które jest równe ujemnemu napięciu wyjściowemu.



7/14 Małosygnałowy schemat zastępczy wzmacniacza z rys. 7/11d

Można zatem napisać

$$A_{u0} = -\frac{g_{m1}}{g_{o1} + g_{o2} + g_{mb2}} = -\frac{g_{m1}}{g_{m2}} \frac{1}{\dfrac{g_{o1} + g_{o2}}{g_{m2}} + \chi} \tag{7/37}$$

przy czym

$$\chi = \frac{g_{mb2}}{g_{m2}}$$

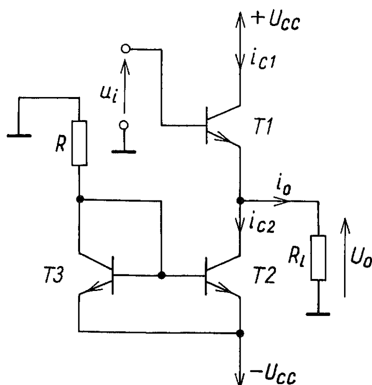
Po zaniedbaniu wpływu przewodności wyjściowych obu tranzystorów wzór (7/37) można przedstawić w postaci

$$A_{u0} = -\frac{1}{\chi}\sqrt{\frac{(W/L)_1}{(W/L)_2}} \tag{7/38}$$

Jak to pokazano w rozdz. 2, przy typowych napięciach polaryzujących i parametrach technologicznych, współczynnik χ ma wartość 0,1...0,5. Wzmocnienie wzmacniacza o wspólnym źródle z tranzystorem z kanałem zubożonym jako obciążenie, może być do 10 razy większe niż wzmocnienie wzmacniacza z obciążeniem w postaci tranzystora z kanałem wzbogaconym.

7.3.4 Wtórnik emiterowy

Obciążeniem aktywnym wtórników może być źródło stałoprądowe, zbudowane z tranzystorów o tym samym typie przewodnictwa.
We wtórniku emiterowym przedstawionym na rys. 7/15, zamiast rezystora emiterowego zastosowano źrodło stałoprądowe, a obciażenie jest włączone między zacisk o zerowym potencjale względem masy i masę, dzięki czemu przez rezystancję obciążenia nie płynie prąd zasilania.



7/15 Wtórnik emiterowy ze źródłem stałoprądowym

Wtórnik emiterowy jest często stosowany jako stopień wyjściowy wzmacniacza, zapewniający małą rezystancję wyjściową. W takim przypadku musi zapewnić niezniekształcone przenoszenie sygnałów o dużych amplitudach. Rozważmy zatem wtórnik w zakresie wielkosygnałowym. Na podstawie rys. 7/15 można napisać

$$u_o = u_i - u_{BE1} \tag{7/39}$$

gdzie wielkości we wzorze (7/39) są wielkościami chwilowymi, przy czym:

$$u_{BE1} = \frac{\mathrm{k}T}{\mathrm{q}} \ln \frac{i_{C1}}{I_S} \tag{7/40}$$

Prąd i_{C1}

$$i_{C1} = i_{C2} + \frac{u_o}{R_l} \tag{7/41}$$

Po podstawieniu wzoru (7/41) do (7/40), a następnie (7/40) do (7/39) otrzymuje się

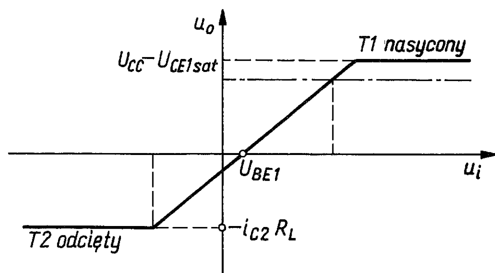
$$u_o = u_i - \frac{\mathrm{k}T}{\mathrm{q}} \ln \frac{i_{C2} + \dfrac{u_o}{R_l}}{I_S} \tag{7/42}$$

Równanie (7/42) opisuje nieliniową, wielkosygnałową charakterystykę przejściową rozważanego wtórnika. Rozważmy dwa przypadki:

1. Rezystancja R_i jest duża, $u_o/R_l \ll i_{C2}$, wtedy wzór (7/42) można zapisać nastepująco:

$$u_o \cong u_i - \frac{\mathrm{k}T}{\mathrm{q}} \ln \frac{i_{C2}}{I_S} = u_i - U_{BE1} \tag{7/43}$$

Jak wynika ze wzoru (7/43), w obszarze aktywnym tranzystorów *T*1 i *T*2, napięcie u_o zależy liniowo od napięcia u_i. Dla napięcia $u_i < -U_{CC} + U_{CE2sat} + U_{BE1}$ tranzystor *T*2 wchodzi w stan nasycenia, a napięcie u_o ustala się na poziomie $-U_{CC} + U_{CE2sat}$. Dla napięcia $u_i > U_{CC} - U_{CE1sat} + U_{BE1}$ w stan nasycenia wchodzi *T*1, a napięcie u_o ustala sie na poziomie $U_{CC} - U_{CE1sat}$. Przebieg charakterystyki przedstawiono na rys. 7/16. W zakresie napięć równych w przybliżeniu $\pm U_{CC}$ jest ona liniowa, o nachyleniu równym 1 i przesunięta na osi u_i o wartość spoczynkową U_{BE1}. Jak widać, sygnał wyjściowy może mieć amplitudę prawie równą napięciu zasilania U_{CC}.



7/16 Charakterystyka przejściowa wtórnika z rys. 7/15 dla dużej wartości R_o

2. Rezystancja R_l jest mała, wtedy obowiazuje wzór (7/42), wartość u_o może stać się duża i ujemna. W szczególności drugi składnik po prawej stronie (7/42) przy krytycznej wartości:

$$u_{ok} = -i_{C2}R_l \tag{7/44}$$

dąży do $-\infty$. Prąd płynący przez R_l

$$i_o = \frac{u_o}{R_l} = -i_{C2}$$

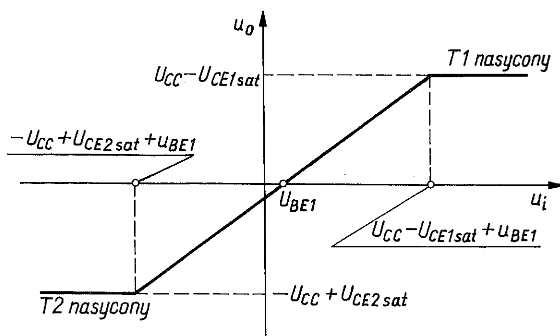
i tranzystor $T1$ przechodzi w stan odcięcia. Dalsze zwiększanie ujemnej wartości u_i nie powoduje zmian u_o, które ustala się na poziomie określonym przez wzór (7/44). Zauważmy, że dla dodatnich wartości u_i charakterystyka przejściowa jest podobna do przypadku 1; przedstawiono ją na rys. 7/17. Widać, że jest ona niesymetryczna i aby zapobiec obcinaniu sygnału, należy ograniczyć amplitudę sygnału wyjściowego do wartości $i_{C2}R_l$.

Zauważmy jednak, że jeżeli w przypadku 2 zapewni się spełnienie warunku

$$i_{C2}R_l > U_{CC} \tag{7/45}$$

to

pomimo niesymetrii charakterystyki, jest możliwe takie wysterowanie, aby sygnał wyjściowy miał amplitudę równą U_{CC}.



7/17 Charakterystyka przejściowa wtórnika z rys. 7/15 dla małej wartości R_o

Uwzględniając źrodło stałoprądowe zastosowane w rozważanym układzie warunek (7/45) można przedstawić w innej postaci. Ze względu na to, że

$$i_R = \frac{U_{CC} - u_{BE2}}{R} = i_{C2}$$

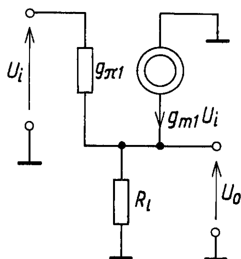
można napisać

$$i_{C2} R_l = \frac{U_{CC} - u_{BE2}}{R} R_l > U_{CC}$$

a stąd

$$R_l > \frac{U_{CC}}{U_{CC} - u_{BE2}} \cdot R \cong R \tag{7/46}$$

Dla wartości R_l spełniających warunek (7/46), jest możliwe uzyskanie na wyjściu wzmacniacza nieobciętego sygnału o amplitudzie $(U_{CC} - U_{BE1}) R_l/R$.



7/18 Małosygnałowy, uproszczony schemat zastępczy bipolarnego wtórnika ze źródłem stałoprądowym

Rozważmy małosygnałowe właściwości wtórnika na podstawie uproszczonego, małoczęstotliwościowego schematu zastępczego (rys. 7/18). Zaniedbano w tym schemacie również wpływ przewodności wyjściowych i rezystancji rozproszonych baz tranzystorów $T1$ i $T2$.
Niemal bezpośrednio ze schematu wynika następujące wzmocnienie napięciowe układu:

$$A_{u0} = \frac{U_o}{U_i} = \frac{R_l}{R_l + \dfrac{1}{g_{m1} + g_{\pi1}}}$$

co można przekształcić do znanej z rozdz. 5.2.3 postaci (wzór (5/25) przy $r_b = 0$), a mianowicie

$$A_{u0} = \frac{(\beta_{01} + 1) R_l}{r_{\pi1} + (\beta_{01} + 1) R_l} \tag{7/47}$$

Na podstawie wzoru (5/27) można napisać

$$R_i \cong r_{\pi 1} + (\beta_{01} + 1) R_l \tag{7/48}$$

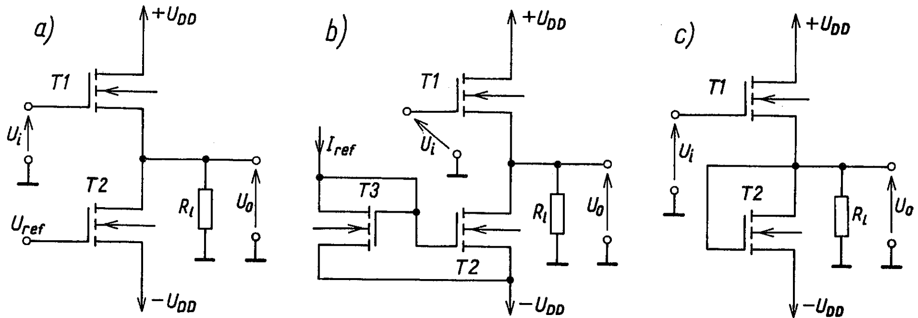
a na podstawie wzoru (5/30)

$$R_o \cong \frac{1}{g_{m1}} = \frac{r_{\pi 1}}{\beta_{01}} \tag{7/49}$$

7.3.5 Wtórnik źródłowy

Na rysunku 7/19 przedstawiono trzy rozwiązania wtórnika źródłowego. Dla układów z rys. 7/19a i b można zastosować taki sam schemat zastępczy (rys. 7/20). Sumując prądy w węźle wyjściowym otrzymuje się

$$\frac{U_o}{R_l} = g_{m1}(U_i - U_o) - g_{mb1} U_o$$



7/19 Wtórniki źródłowe MOS: a), b) ze źródłem stałoprądowym, c) z obciążeniem „diodowym"

Stąd wzmocnienie napięciowe jest następujące:

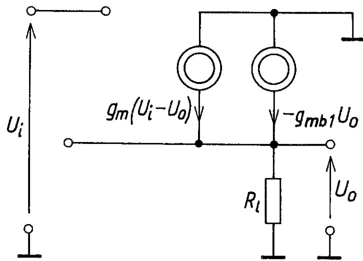
$$A_{u0} = \frac{U_o}{U_i} = \frac{g_{m1} R_l}{1 + (g_{m1} + g_{mb1}) R_l} \tag{7/50}$$

lub po przekształceniu

$$A_{u0} = \frac{1}{\frac{1}{g_{m1} R_l} + 1 + \chi} \tag{7/51}$$

Dla nieobciążonego wtórnika

$$A_{u0}\Big|_{R_l \to \infty} = \frac{1}{1 + \chi} \tag{7/52}$$

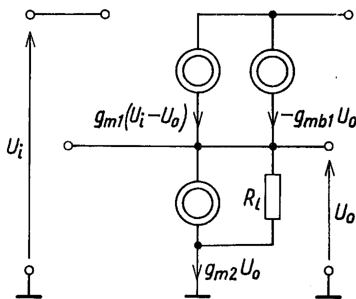


7/20 Schemat zastępczy układów z rys. 7/20a i b

Ze wzoru (7/52) wynika, że wartość wzmocnienia jest bardziej odległa od jedności niż w przypadku wtórnika emiterowego. Przykładowo dla najmniejszej, racjonalnej wartości $\chi = 0{,}1$, otrzymuje się $A_{u0} = 0{,}909$, a dla nieobciążonego wtórnika emiterowego, przy typowych wartościach $\beta_0 = 100$ i $I_C = 1\,\text{mA}$, otrzymuje się $A_{u0} = 0{,}99$.
Rezystancja wejściowa jest nieskończenie duża, natomiast rezystancję wyjściową można przedstawić wzorem (7/49).

Przy ustalonym prądzie drenu transkoduktancja tranzystorów polowych jest znacznie mniejsza niż tranzystorów bipolarnych, rezystancja wyjściowa jest zatem znacznie większa.

Z wyjątkiem rezystancji wejściowej, wtórnik źródłowy ma gorsze właściwości niż wtórnik emiterowy.



7/21 Schemat zastępczy układu z rys. 7/20c

Wtórnik źródłowy z obciążeniem „diodowym” (rys. 7/19c), o schemacie zastępczym przedstawionym na rys. 7/21, ma wzmocnienie napięciowe

$$A_{u0} = \frac{g_{m1} R_l}{1 + (g_{m1} + g_{m2} + g_{mb1}) R_l} \tag{7/53}$$

Dla nieobciążonego wtórnika

$$A_{u0}\Big|_{R_l \to \infty} = \frac{g_{m1}}{g_{m1} + g_{m2} + g_{mb1}} = \frac{1}{\dfrac{g_{m2}}{g_{m1}} + 1 + \chi} \tag{7/54}$$

Rezystancja wyjściowa

$$R_o = \frac{1}{g_{m1} + g_{m2} + g_{mb1}} \cong \frac{1}{g_{m1} + g_{m2}} \qquad (7/55)$$

Z wzorów (7/54) i (7/55) wynika, że wzmocnienie jest mniejsze, ale również rezystancja wyjściowa jest mniejsza niż wtórników źródłowych z rys. 7/20a i b. Dobierając odpowiednio stosunek (W/L) można wyraźnie zmniejszyć rezystancję wyjściową, jednak jednocześnie zmaleje wzmocnienie napięciowe.

7.3.6 Wzmacniacz różnicowy

Na rysunku 7/22 przedstawiono wzmacniacz różnicowy z obciążeniem aktywnym i źródłem stałoprądowym. Korzystając z wyników analizy w rozdz. 7.2.3 ... 7.2.5 mamy

$$A_{u0d} = \frac{U_o}{U_{id}} = -\frac{\beta_{02}(r_{o4} \parallel r_{o2})}{r_{\pi 2}} \qquad (7/56)$$

$$A_{u0cm} = \frac{U_o}{U_{icm}} = -\frac{\beta_{02}(r_{o4} \parallel r_{o2})}{2[r_{\pi 2} + (\beta_{02} + 1)r_{o5}]} \qquad (7/57)$$

$$CMRR = \frac{2[r_{\pi 2} + (\beta_{02} + 1)r_{o5}]}{r_{\pi 2}} \cong \frac{2\beta_{02} r_{o5}}{r_{\pi 2}} = 2g_{m2} r_{o5} \qquad (7/58)$$

$$R_{id} = 2r_{\pi 1} \qquad R_{od} = (r_{o2} \parallel r_{o4}) \qquad (7/59)$$

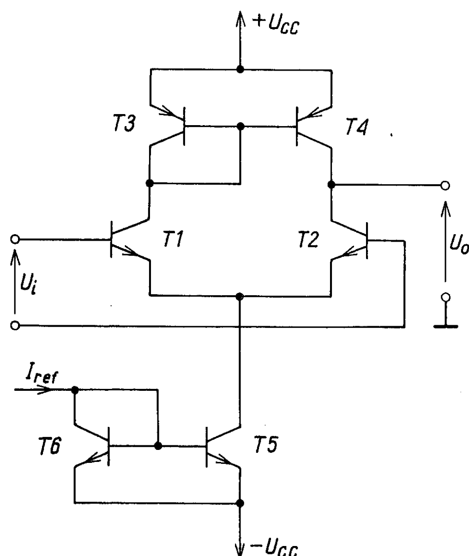
$$R_{icm} = \frac{r_{\pi 1}}{2} + (\beta_{02} + 1)r_{o5} \qquad (7/60)$$

przy czym indeksy wskazują numer tranzystora (rys. 7/22).
Zauważmy, że jeżeli tranzystory $T2$ i $T4$ są jednakowe, to

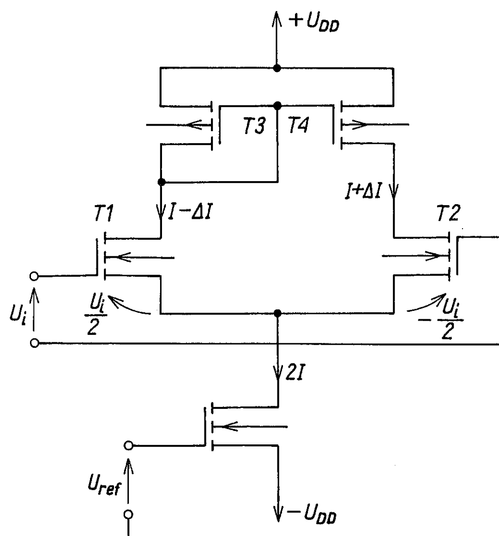
$$CMRR = 2\frac{U_A}{U_T} \qquad (7/61)$$

Przyjmując przykładowo $U_T = 25\,\text{mV}$ i $U_A = 100\,\text{V}$, otrzymuje się wartość $CMRR > 60\,\text{dB}$.
Stosunek U_A do U_T nazywa się *współczynnikiem Early'ego*, jego typową wartością jest $2 \cdot 10^4$. Wzmocnienie różnicowe i współczynnik $CMMR$ osiągają zatem bardzo duże wartości.

Na rysunku 7/23 przedstawiono wzmacniacz różnicowy realizowany technologią CMOS. Przy sterowaniu różnicowym jego wzmocnienie jest takie



7/22 Bipolarny wzmacniacz różnicowy z obciążeniem aktywnym i źródłem stałoprądowym



7/23 Wzmacniacz różnicowy CMOS

samo, jak wzmacniacza o wspólnym źródle z obciążeniem aktywnym w postaci źródła stałoprądowego, a zatem na podstawie wzorów (7/34) i (7/35), można napisać

$$A_{u0d} = -2\sqrt{\frac{k}{I_D}}\,\frac{1}{\lambda_4 + \lambda_2} \tag{7/62}$$

a przy jednakowych tranzystorach $T4$ i $T2$

$$A_{u0d} = -\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{k}{I_D}} \tag{7/63}$$

Wzmocnienie różnicowe może mieć zatem wartość kilkaset w obszarze pentodowym, do kilku tysięcy w obszarze podprogowym. Różnicowa i sumacyjna rezystancje wejściowe są oczywiście bardzo duże. Rezystancja wyjściowa jest również duża, rzędu setek kiloomów.

Rozważmy wielkosygnałową pracę wzmacniacza różnicowego z rys. 7/23. Jeżeli źródło stałoprądowe $T5$ wymusza prąd stały $2I$, to przy braku pobudzenia u_i prądy drenu obu tranzystorów $T1$ i $T2$ są jednakowe, równe I. Pod wpływem pobudzenia u_i jeden z prądów zmaleje, a drugi wzrośnie o tę samą wartość $\Delta I/2$ (rys. 7/23). Jeżeli wzmacniacz jest symetryczny, to nastąpi to pod wpływem jednakowych, ale przeciwnych w fazie napięć $u_I/2$. Można zatem napisać

$$I + \frac{\Delta I}{2} = \mathrm{k}\left(U_{GS} + \frac{u_I}{2} - V_t\right)^2$$

$$I - \frac{\Delta I}{2} = \mathrm{k}\left(U_{GS} - \frac{u_I}{2} - V_t\right)^2$$

Po wyznaczeniu pierwiastków obu stron obu równań i odjęciu od pierwszego – drugiego równania, otrzymuje się

$$\sqrt{\frac{I + \frac{\Delta I}{2}}{\mathrm{k}}} - \sqrt{\frac{I - \frac{\Delta I}{2}}{\mathrm{k}}} = u_I$$

Rozwiązaniem tego równania pierwiastkowego jest następująca zależność:

$$\Delta I = 2\sqrt{\mathrm{k}I}\; u_I \sqrt{1 - \frac{\mathrm{k}\, u_I^2}{4I}} \qquad (7/64)$$

Jak widać zmiana prądu zależy nieliniowo od wejściowego napięcia różnicowego i osiąga maksymalną wartość

$$\Delta I = I \qquad (7/65)$$

dla napięcia

$$u_{Isat} = \sqrt{\frac{2I}{\mathrm{k}}} \qquad (7/66)$$

Zależność (7/64) przedstawiono na rys. 7/24. Z równania (7/64) wynika, że odchylenie od liniowej zależności (linia przerywana na rys. 7/24) mniejsze niż jeden procent otrzymuje się dla napięcia $u_I < 0{,}28\sqrt{I/\mathrm{k}}$.

Różniczkując równanie (7/64) względem u_I otrzymuje się wielkosygnałową transkonduktancję wzmacniacza różnicowego, a mianowicie

$$g_m = \frac{\partial \Delta I}{\partial u_I} = 2\sqrt{kI}\left(\sqrt{1-\frac{ku_I^2}{4I}} - \frac{\frac{ku_I^2}{4I}}{\sqrt{1-\frac{ku_I^2}{4I}}}\right) \tag{7/67}$$

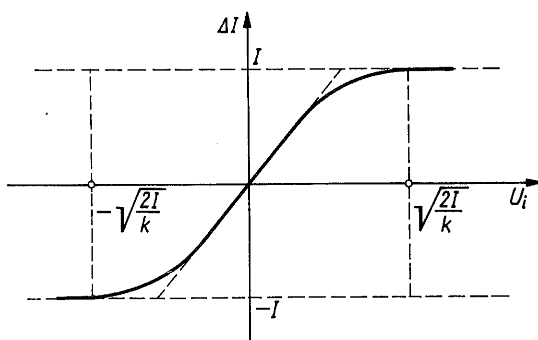
Małosygnałowa transkoduktancja wzmacniacza

$$g_{m0} = g_m\Big|_{u_I=0} = 2\sqrt{kI} \tag{7/68}$$

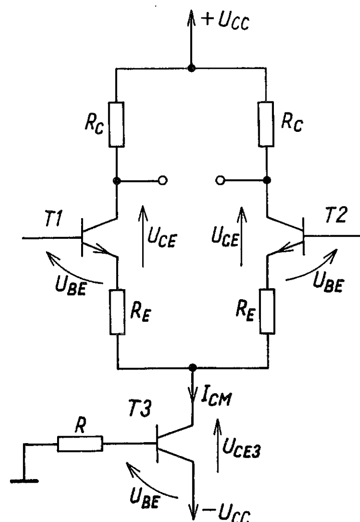
i jak widać jest równa transkonduktancji pojedynczego tranzystora. Ze wzoru (7/67) wynika, że wielkosygnałowa transkonduktancja różni się mniej niż o 1% od małosygnałowej dla $u < 0{,}16\sqrt{I/k}$. Jeżeli przyjąć odchylenie 1% jako kryterium w przybliżeniu liniowej pracy wzmacniacza, to dla $I = 10\,\mu A$ i $k = 100\,\mu A/V^{-2}$, otrzymuje się $u < 48\,mV$. Zakres liniowej pracy jest jak widać niewielki i nawet przy optymalnym wyborze I/k wynosi ok. 100 mV.

Przykład 7/2. Zaprojektować układ zasilania oraz wyznaczyć A_{ud0}, R_i, R_{od}, A_{ucm0}, R_{icm}, R_{ocm} i $CMRR$ dla układu przedstawionego na rys. 7/25. Dane są następujące: $U_{CC} = 10\,V$, $U_{CE} = 2{,}7\,V$, $U_{CE3} = 9{,}2\,V$, $U_{BE} = 0{,}7\,V$, $I = 1\,mA$, $\beta_0 = 100$, $U_A = 100\,V$.
Tranzystor $T3$ stanowi źródło stałoprądowe; prąd bazy tego tranzystora wymusza prąd I_{CM}. Statycznie tranzystor ten stanowi rezystancję $U_A/I_{CM} = 4{,}6\,k\Omega$, natomiast dynamicznie rezystancję

$$r_{cm} = r_o = \frac{U_A}{I_{CM}} = \frac{1}{g_o} \tag{P. 7/2.1}$$



7/24 Wielkosygnałowa charakterystyka przejściowa różnicowego wzmacniacza CMOS



7/25 Wzmacniacz różnicowy ze źródłem stałoprądowym do przykł. 7/2

Po podstawieniu do tego wzoru danych otrzymuje się $r_{cm} = 50\,k\Omega$. W celu zaprojektowania układu zasilania napiszmy równania dla obwodu kolektora oraz obwodów baz tranzystorów *T*1 lub *T*2 i tranzystora *T*3:

$$\frac{I_{CM}}{2}(R_E + R_C) + U_{CE} + U_{CE3} = 2\,U_{CC} \qquad \text{(P. 7/2.2)}$$

$$\frac{I_{CM}}{2}R_E + U_{BE} + U_{CE3} = U_{CC} \qquad \text{(P. 7/2.3)}$$

$$\frac{I_{CM}}{\beta_0}R + U_{BE} = U_{CC} \qquad \text{(P. 7/2.4)}$$

Po przekształceniu tych równań otrzymuje się wzory określające R, R_E i R_C, a mianowicie

$$R = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{I_{CM}}\beta_0 \qquad \text{(P. 7/2.5)}$$

$$R_E = 2\,\frac{U_{CC} - U_{CE3} - U_{BE}}{I_{CM}} \qquad \text{(P. 7/2.6)}$$

$$R_C = 2\,\frac{2U_{CC} - U_{CE3} - U_{CE}}{I_{CM}} - R_E \qquad \text{(P. 7/2.7)}$$

Po podstawieniu zadanych wartości otrzymuje się:

$R = 930\,k\Omega \qquad R_E = 100\,\Omega \qquad R_C = 8\,k\Omega$

Po zastosowaniu wzorów (7/14)...(7/18), (7/20)...(7/22) i (7/25) otrzymuje się:

$A_{ud0} = -64 \qquad R_{id} = 25\,k\Omega \qquad R_{od} = 16\,k\Omega$

$A_{ucm0} = -0{,}08 \qquad R_{icm} = 5\,M\Omega \qquad R_{ocm} = 4\,k\Omega$

$CMRR = 60\,dB$ □

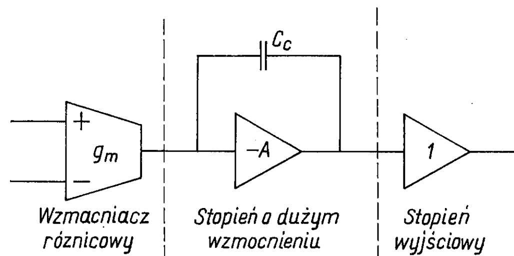
7.4 WZMACNIACZE OPERACYJNE

7.4.1 Budowa wzmacniaczy operacyjnych

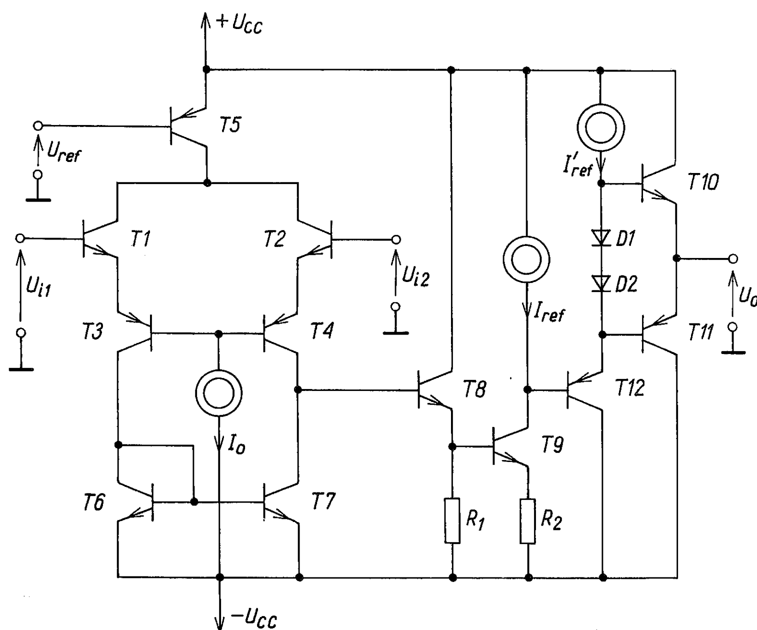
Wzmacniacze operacyjne, jako wzmacniacze prądu stałego, muszą „odróżniać" użyteczny i szkodliwy sygnał stały. Wejściowym układem każdego wzmacniacza operacyjnego jest więc wzmacniacz różnicowy. Jednym z zadań wzmacniacza różnicowego jest zapewnienie jak największego współczynnika *CMRR*. Wzmacniacze operacyjne powinny charakteryzować się możliwie jak największym wzmocnieniem różnicowym. Kolejnymi stopniami wzmacniają-

cymi są zatem wzmacniacze o wspólnym emiterze lub wspólnym źródle. Wyjście wzmacniacza operacyjnego powinno charakteryzować się małą rezystancją i zerowym potencjałem stałym względem masy. Zapewnia to stopień wyjściowy, którym jest zazwyczaj wzmacniacz mocy m.cz., omówiony w rozdz. 11.3.2.

Ogólną budowę wzmacniacza operacyjnego przedstawiono na rys. 7/26. Pojemność C_c służy to kompensacji wzmacniacza operacyjnego (patrz rozdz. 7.4.3). Uproszczony schemat bipolarnego wzmacniacza operacyjnego przedstawiono na rys. 7/27.



7/26 Uproszczony schemat blokowy wzmacniacza operacyjnego



7/27 Uproszczony schemat ideowy bipolarnego wzmacniacza operacyjnego

W wejściowym wzmacniaczu różnicowym tranzystory *T*1, *T*3 i *T*2, *T*4 pracują w połączeniu CC-CB, co zapewnia dobre właściwości wielkoczęstotliwościowe. Tranzystor *T*5 jest źródłem stałoprądowym, a tranzystory *T*6 i *T*7 tworzą obciążenie aktywne pary różnicowej. na bazach tranzystorów *T*1 i *T*2 jest zerowy potencjał stały względem masy. W drugim stopniu tranzystor *T*8

tworzy wtórnik emiterowy, zapewniając dużą rezystancję wejściową tego stopnia; tranzystor *T9* pracuje jako wzmacniacz z emiterowym sprzężeniem zwrotnym. Stopień ten zapewnia duże wzmocnienie, dzięki zastosowaniu obciążenia aktywnego w obwodzie kolektora tranzystora *T9* i przesuwa napięcie stałe. Stopień wyjściowy jest wzmacniaczem mocy omówionym w rozdz. 11.3.2. Zapewnia on małą rezystancję wyjściową i przepływ stosunkowo dużego prądu przez obciążenie, a także zerowy potencjał stały względem masy na wyjściu układu.
Podobną budowę ma powszechnie obecnie stosowany wzmacniacz μA 741 i jego pochodne.

Na rysunku 4/21 przedstawiono schemat wzmacniacza operacyjnego, realizowanego technologią CMOS, z głównym przeznaczeniem do filtrów C-przłączane (patrz rozdz. 8). Wzmacniacz jest dwustopniowy i nie zapewnia małej rezystancji wyjściowej. Stopień wejściowy jest wzmacniaczem różnicowym, natomiast wyjściowy – wzmacniaczem o wspólnym źródle.

7.4.2 Parametry wzmacniaczy operacyjnych

Rzeczywiste wzmacniacze operacyjne opisuje się wieloma parametrami, które wiążą się nie tylko z podstawowymi, użytecznymi jego właściwościami, lecz również z jego niedoskonałościami.

Wyjściowy prąd polaryzacji definiuje się jako średnią arytmetyczną prądów polaryzujących wejściową parę różnicową. W przypadku wzmacniaczy bipolarnych jest to

$$I_I = \frac{I_{B1} + I_{B2}}{2} \tag{7/69}$$

przy czym I_{B1}, I_{B2} – prądy baz wejściowej pary różnicowej.

Przykładowo są to prądy baz tranzystorów *T1* i *T2* z rys. 7/27. Typową wartością wejściowego prądu polaryzacji jest 10...100 nA dla wzmacniaczy bipolarnych i 0,1...10 pA dla wzmacniaczy z tranzystorami MOSFET.

Wejściowy prąd niezrównoważenia jest różnicą między oboma prądami polaryzującymi. Nawet identyczne pod względem geometrii tranzystory mają różne β_0 o ok. 5...10%, co prowadzi do rozrzutu prądów polaryzujących. Typowe wartości wejściowego prądu niezrównoważenia to 50 nA dla wzmacniaczy bipolarnych i 50 pA dla wzmacniaczy unipolarnych.

Wejściowe napięcie niezrównoważenia jest stałym napięciem różnicowym jakie podane na wejście wzmacniacza sprowadza do zera napięcie stałe na jego wyjściu. Typową wartością tego napięcia dla wzmacniaczy bipolarnych jest 2...5 mV, dla wzmacniaczy z tranzystorami polowymi – ok. 10 mV.

Współczynnik tłumienia sygnałów sumacyjnych CMRR zdefiniowano wzorem (7/23). Zauważmy, że współczynnik ten można powiązać z wejściowym napięciem niezrównoważenia. Jeżeli na wejściu wzmacniacza opera-

cyjnego napięcie sumacyjne wzrośnie o ΔU_{icm}, to spowoduje wzrost napięcia wyjściowego o

$$\Delta U_o = A_{ucm} \Delta U_{icm} \tag{7/70}$$

Sprowadzenie napięcia wyjściowego do zera wymaga zwiększenia na wejściu napięcia różnicowego o

$$\Delta U_{id} = \frac{\Delta U_o}{A_{ud}} = \frac{A_{ucm} \Delta U_{icm}}{A_{ud}} = \frac{\Delta U_{icm}}{CMRR} = \Delta U_{IO} \tag{7/71}$$

który jest w rzeczywistości przyrostem wejściowego napięcia niezrównoważenia U_{IO}. Przy założeniu małych zmian napięć z równania (7/70) wynika

$$CMRR = \frac{A_{ud}}{A_{ucm}} = \frac{1}{\Delta U_{IO}/\Delta U_{icm}}\bigg|_{U_o=0} \cong \frac{1}{\frac{\partial U_{IO}}{\partial U_{icm}}}\bigg|_{U_o=0} \tag{7/72}$$

Współczynnik *CMRR* dla wzmacniaczy bipolarnych ma zwykle wartość większa niż 100 dB, a dla wzmacniaczy polowych większą niż 60 dB.

Rezystancja wejściowa bipolarnych wzmacniaczy operacyjnych ma wartość z zakresu 100 kΩ ... 1 MΩ. We wzmacniaczach z tranzystorami MOSFET jest znacznie większa i nawet nie jest specyfikowana jako parametr wzmacniacza.

Rezystancja wyjściowa wzmacniaczy bipolarnych jest mniejsza niż 100 Ω. Wzmacniacze realizowane technologią MOS, jeżeli są przeznaczone do sterowania obciążeń pojemnościowych, jak to ma miejsce w układach C-przełączane, to mają dużą rezystancję wyjściową (patrz rys. 4/21). Jeżeli wzmacniacz ma współpracować z obciążeniami rezystywnymi, to do dwóch stopni (rys. 4/21) dodaje się przeciwsobny stopień o wspólnych drenach, co zmniejsza rezystancję wyjściową. Stosuje się także podłożowe tranzystory bipolarne w układzie wspólnego kolektora, co zmniejsza rezystancję wyjściową do wartości takiej, jak we wzmacniaçzach bipolarnych.

Rzeczywisty wzmacniacz operacyjny ma oczywiście skończone *wzmocnienie różnicowe*, nazywane też *wzmocnieniem wzmacniacza z otwartą pętlą*. Wzmocnienie to, dla wzmacniaczy bipolarnych jest ok. 100 dB, dla wzmacniaczy MOS jest zwykle większe niż 70 dB.

Właściwości częstotliwościowe wzmacniaczy operacyjnych określa kilka parametrów. W zakresie małosygnałowym jest to *trzydecybelowa częstotliwość górna* czyli częstotliwość bieguna dominującego oraz *częstoliwość odcięcia* określana też jako pole wzmocnienia (ang. *gainbandwidth*); wielkości te zdefiniowano na rys. 7/28. Trzydecybelowa częstotliwość górna ma nikłe praktyczne znaczenie, jest ona mała i wynosi w skompensowanych wzmacniaczach (patrz rozdz. 7.4.3) kilka do kilkuset herców. Częstotliwość odcięcia

ma wartość 1...20 MHz dla bipolarnych wzmacniaczy operacyjnych i 2...20 MHz dla wzmacniaczy operacyjnych MOS.

W zakresie wielkosygnałowym zasadniczą rolę odgrywa *szybkość narastania napięcia wyjściowego* – SR (ang. *slew rate*). Wielkość tę definiuje się następująco:

$$SR = \frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t} \cong \frac{\Delta u_o}{\Delta t} \tag{7/73}$$

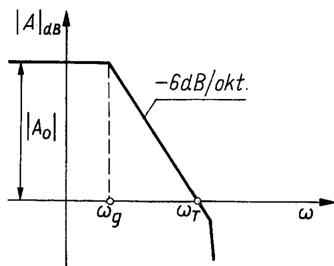
jest to zatem pochodna czasowa napięcia wyjściowego. Współczynnik SR podaje się w V/µs. Wzmacniacze, zarówno bipolarne jak i MOS mają współczynnik SR o wartości od 1 ... 100 V/µs, przy czym wzmacniacze MOS mają większy SR (por. rozdz. 7.4.4).

7.4.3 Kompensacja wzmacniaczy operacyjnych

Jak wiadomo wzmacniacze operacyjne stosuje się wyłącznie jako układy z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego. W rozdz. 6.7, dotyczącym stabilności układów ze sprzężeniem zwrotnym, wykazano, że aby wzmacniacz operacyjny po zamknięciu pętli, przez zwarcie wyjścia z wejściem odwracającym fazę (stosunek zwrotny jest wówczas równy wzmocnieniu wzmacniacza), był stabilny, jego charakterystyka modułu wzmocnienia powinna przy częstotliwości, przy której wzmocnienie spada do jedności, mieć nachylenie mniejsze, co do wartości bezwzględnej, niż 12 dB/okt.

Kompensacja wzmacniaczy operacyjnych polega na zapewnieniu bezwzględnej stabilności po zamknięciu pętli sprzężenia zwrotnego, a zatem na takim przekształceniu charakterystyki wzmacniacza, aby wartość bezwzględna nachylenia jej modułu, przy częstotliwości odcięcia, była mniejsza niż 12 dB/okt.

Charakterystyka skompensowanego wzmacniacza operacyjnego (rys. 7/28) ma, przy pulsacji odcięcia, nachylenie asymptotycznie równe – 6 dB/okt. Moduł nachylenia jest więc mniejszy niż 12 dB/okt., a wzmacniacz po zamknięciu pętli pozostanie stabilny.



7/28 Charakterystyka modułu wzmocnienia skompensowanego wzmacniacza operacyjnego

Rozważmy przypadek, gdy trzeci biegun i kolejne bieguny wzmocnienia wzmacniacza są znacznie oddalone od drugiego i pierwszego bieguna. Można zatem wzmocnienie wzmacniacza aproksymować transmitancją drugiego stopnia, mianowicie

$$A(\mathrm{j}\omega) = \frac{-A_0}{\left(1+\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_g}\right)\left(1+\mathrm{j}\dfrac{\omega}{|p_2|}\right)} \tag{7/74}$$

Argument $A(\mathrm{j}\omega)$, czyli przesunięcie fazowe, dla pulsacji odcięcia

$$\arg(-A) = -\operatorname{arctg}\frac{\omega_T}{\omega_g} - \operatorname{arctg}\frac{\omega_T}{|p_2|} \tag{7/75}$$

Margines fazy można zatem zapisać następująco:

$$\varphi_M = \arg(-A) - (-180°) = 180° - \operatorname{arctg}\frac{\omega_T}{\omega_g} - \operatorname{arctg}\frac{\omega_T}{|p_2|} \tag{7/76}$$

Na ogół $\omega_T \gg \omega_g$, wtedy wzór (7/76) można przedstawić następująco:

$$\varphi_M = 90° - \arg\frac{\omega_T}{|p_2|} \tag{7/77}$$

Jeśli $\omega_T = |p_2|$, margines fazy jest równy 45°, dla $|p_2| \gg \omega_T$ margines fazy dąży do 90°. W przypadku układu o charakterystyce z rys. 7/28 margines fazy spełnia nierówność $45° < \varphi_M < 90°$.

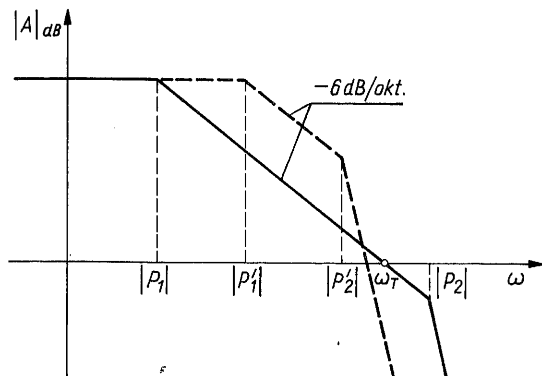
Ze wzoru (7/77) wynika związek umożliwiający, na podstawie marginesu fazy i pulsacji odcięcia, wyznaczenie pulsację drugiego bieguna, a mianowicie:

$$|p_2| = \omega_T \operatorname{tg}\varphi_M \tag{7/78}$$

a na tej podstawie, wzmocnienie skompensowanego wzmacniacza operacyjnego, można przedstawić następująco:

$$A(s) = \frac{-A_0}{\left(1+s\dfrac{A_0}{\omega_T}\right)\left(1+\dfrac{s}{\omega_T \operatorname{tg}\varphi_M}\right)} \tag{7/79}$$

Załóżmy, że nieskompensowany wzmacniacz operacyjny z rys. 7/26, a zatem bez pojemności C_C, ma charakterystykę modułu wzmocnienia tak, jak na rys. 7/29 (linia przerywana). Przy pulsacji $> |p'_2|$ nachylenie jest asymptotycznie równe -12 dB/okt., a dokładnie, jego moduł jest większy niż



7/29 Charakterystyki modułu wzmocnienia skompensowanego i nieskompensowanego wzmacniacza operacyjnego

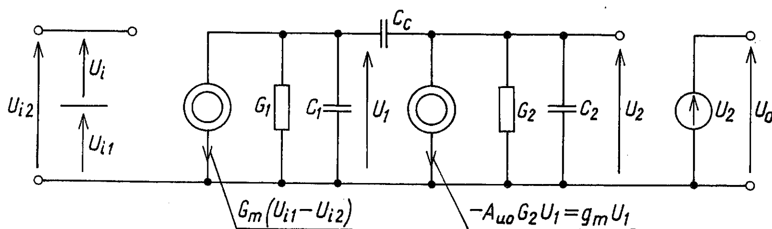
12 dB/okt. Nieskompensowany wzmacniacz, po zamknięciu pętli, jest zatem niestabilny.

Przedstawmy wzmacniacz operacyjny (rys. 7/26) za pomocą schematu zastępczego przedstawionego na rys. 7/30. Łatwo wykazać, że wzmocnienie wzmacniacza bez kompensującej pojemności C_C ma postać

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{\frac{G_m}{G_1} A_{u0}}{(1 + s/|p'_1|)(1 + s/|p'_2|)} \qquad (7/80)$$

przy czym bieguny p'_1 i p'_2 są określone wzorami

$$p'_1 = -\frac{G_1}{C_1} \qquad p'_2 = -\frac{G_2}{C_2} \qquad (7/81)$$



7/30 Schemat zastępczy wzmacniacza operacyjnego

Wzmocnienie skompensowanego wzmacniacza, po zaniedbaniu wpływu niedominującego zera, ma analogiczną postać, przy czym inne są wartości biegunów. Po wykonaniu aproksymacji dla dwóch odległych biegunów, (por. rozdz. 2.6.8) otrzymuje się

$$p_1 \cong -\frac{G_1}{A_{u0} C_C} = p'_1 A_{u0} \frac{C_1}{C_C} \qquad (7/82)$$

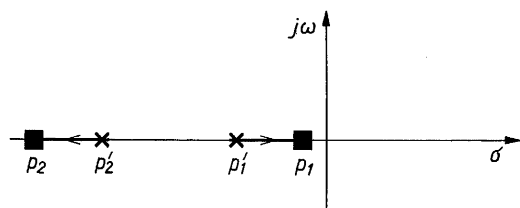
$$p_2 \cong -\frac{A_{u0}G_2C_2}{C_1C_2 + C_C(C_1 + C_2)} = p'_2\frac{A_{u0}G_2C_2}{C_1 + C_C\left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)} \tag{7/83}$$

Zarówno we wzmacniaczach MOS, jak i bipolarnych są spełnione nierówności

$$C_C \gg C_1 \qquad C_2 \gg C_1$$

Wobec tego wzory (7/82) i (7/83) można przedstawić w postaci

$$p_1 \cong -\frac{G_1}{C_C A_{u0}} \qquad p_2 \cong -\frac{G_2}{C_C}A_{u0} \tag{7/84}$$



7/31 Rozkład zer i biegunów wzmocnienia skompensowanego i nieskompensowanego wzmacniacza operacyjnego

Ze wzorów tych wynika, że biegun p'_1 przesunął się w kierunku początku układu współrzędnych do p_1, a biegun p'_2 w kierunku przeciwnym, do p_2 (patrz rys. 7/31). Jeżeli przyjmie się takie C_C, aby

$$\omega_T \leqslant |p_2|$$

to wzmacniacz będzie skompensowany z marginesem fazy nie mniejszym niż 45°. Charakterystykę w taki sposób skompensowanego wzmacniacza przedstawiono na rys. 7/29 (linia ciągła). Przyrównując moduł wzmocnienia skompensowanego wzmacniacza do jedności, można wyznaczyć w przybliżeniu pulsację odcięcia:

$$\omega_T = \frac{G_m}{C_C} \tag{7/85}$$

Jak wynika ze wzoru (7/85)

pulsacja odcięcia (pole wzmocnienia) zależy od transkonduktancji wzmacniacza różnicowego i pojemności kompensującej.

7.4.4 Szybkość narastania napięcia wyjściowego

Szybkość narastania napięcia wyjściowego, zdefiniowana wzorem (7/73), jest wielkością istotną w wielkosygnałowej analizie zmiennoprądowej. Porównując teoretyczną odpowiedź czasową wzmacniacza operacyjnego na pobudzenie skokiem jednostkowym o dużej amplitudzie, ze zmierzoną, stwierdza się istotną różnicę. W porównaniu ze stromym, eksponencjalnym narastaniem napięcia wyjściowego, uzyskanym teoretycznie, narastanie przebiegu zmierzonego jest znacznie wolniejsze i liniowe. Dla wyjaśnienia tych rozbieżności weźmy pod uwagę wzmacniacz operacyjny z rys. 7/26, zakładając przy tym dla uproszczenia rozważań, że jedynym elementem reaktancyjnym jest pojemność kompensująca C_C.

Prąd wyjściowy wzmacniacza różnicowego zależy od różnicowego napięcia wejściowego tak, jak to pokazano np. na rys. 7/24. Maksymalny prąd jaki może ładować pojemność C_C jest zatem równy $2I$, (I – prąd określony przez punkt pracy tranzystorów pary różnicowej). Dla bipolarnej pary różnicowej 0,9 maksymalnej wartości prądu wyjściowego jest wymuszone przez sygnał wejściowy 120 mV. Niewiele większy prąd jest wymuszony przez sygnał 5 V. Układ pracuje zatem nieliniowo. Założona liniowość, w teoretycznym wyznaczeniu odpowiedzi, wymagałaby znacznie większego prądu ładującego pojemność C_C od występującego w rzeczywistości. Dla dużych napięć, prąd ładujący pojemność jest zatem stały i równy $2I$. Napięcie wyjściowe można zatem przedstawić następująco:

$$u_o(t) = \frac{1}{C_C}\int 2I\,\mathrm{d}t \tag{7/86}$$

skąd po obustronnym zróżniczkowaniu względem czasu otrzymuje się

$$SR = \frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t} = \frac{2I_C}{C_C} \tag{7/87}$$

Przykładowo, dla wzmacniacza μA 741 prąd $2I = 20$ μA, pojemność $C_C = 30$ pF, skąd $SR = 2\cdot10^{-6}/30\cdot10^{-12} = 0{,}67$ V/μS. Pojemność C_C można wyznaczyć ze wzoru (7/85). Po podstawieniu, wyniku do wzoru (7/87) otrzymuje się

$$SR = 2I\frac{\omega_T}{G_m} \tag{7/88}$$

Dla wzmacniacza bipolarnego można zatem napisać

$$SR = 2I\frac{\omega_T}{I}U_T = \frac{4\mathrm{k}T}{\mathrm{q}}\omega_T \tag{7/89}$$

a dla wzmacniacza MOS

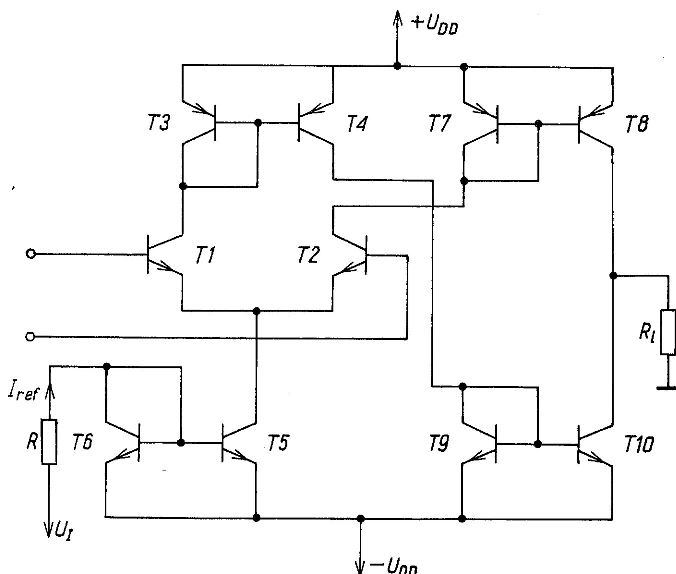
$$SR = \frac{2I\omega_T}{2\sqrt{kI}} = \sqrt{\frac{I}{k}}\,\omega_T = (U_{GS} - V_t)\,\omega_T \qquad (7/90)$$

Ze wzorów (7/88)...(7/99) wynikają następujące wnioski:

- szybkość narastania napięcia wyjściowego jest proporcjonalna do pulsacji odcięcia (pola wzmocnienia); dla takiego samego prądu i takiej samej pulsacji odcięcia, w tranzystorach MOS jest mniejsze G_m, a zatem większy współczynnik *SR*;
- we wzmacniaczach bipolarnych, dla ustalonej pulsacji odcięcia współczynnik *SR* nie zależy od prądu;
- we wzmacniaczach MOS różnica $U_{GS} - V_t$ jest w przybliżeniu taka sama, jak wejściowe napięcie różnicowe odpowiadające obszarowi aktywnemu; zwiększnie tego napięcia przy ustalonej pulsacji odcięcia prowadzi do zwiększania współczynnika *SR*.

7.4.5 Operacyjny wzmacniacz transkonduktancyjny

Na rysunku 7/32 przedstawiono operacyjny wzmacniacz transkonduktancyjny – OTA (ang. *operational transconductance amplifier*). Idelny OTA jest źródłem prądowym sterowanym napięciem, o prądzie równym iloczynowi napięcia wejściowego i transkonduktancji oraz rozwarciu na wejściu i wyjściu.



7/32 Schemat operacyjnego wzmacniacza transkonduktancyjnego

W rozważanym przypadku

$$I_o = g_m U_i \tag{7/91}$$

$$g_m = \frac{I_{ref}}{2U_T} \tag{7/92}$$

Jeżeli rezystancja obciążenia jest dużo mniejsza niż rezystancja wyjściowa wzmacniacza, to wzmocnienie napięciowe jest następujące

$$A_{u0} = \frac{U_o}{U_i} = g_m R_l = \frac{I_{ref} R_l}{2U_T} \tag{7/93}$$

Jak wynika ze schematu i wzorów (7/92) i (7/93) zmieniając napięcie U_I lub rezystancję R można regułowć wartość transkonduktancji wzmacniacza i jego wzmocnienie.
Wzmacniacz OTA jest stosowany do konstrukcji filtrów aktywnych, a jako wzmacniacz o regulowanym wzmocnieniu jest szeroko stosowany w elektroakustyce do generacji dźwięków i syntezy muzyki elektronicznej.

7.5 PODSUMOWANIE

Wzmacniacze prądu stałego są układami wzmacniającymi sygnały stałe i zmienne aż do pewnej częstotliwości granicznej. Są to zatem wzmacniacze dolnoprzepustowe.

Podstawowym podukładem wzmacniaczy prądu stałego jest *wzmacniacz różnicowy*, który wzmacnia sygnały różnicowe (podane między oba wejścia lub o przeciwnych fazach na oba wejścia) i tłumi sygnały sumacyjne (podane na zwarte wejścia lub o takich samych fazach na oba wejścia). Większość sygnałów szkodliwych to sygnały sumacyjne. Jeżeli sygnał użyteczny wprowadzi się do układu jako sygnał różnicowy, to wzmacniacz różnicowy wzmocni sygnał użyteczny i stłumi sygnały szkodliwe z wyjątkiem tych nielicznych, które nie są sumacyjne.

Ważnym kryterium jakości wzmacniacza różnicowego jest *współczynnik tłumienia sygnałów sumacyjnych – CMRR*, będący stosunkiem wzmocnienia różnicowego do wzmocnienia sumacyjnego. Dużą wartość *CMRR* uzyskuje się zwiększając rezystancję wspólną dla obu "połówek" wzmacniacza lub wprowadzając w miejsce rezystora źródło stałoprądowe.

Wzmacniacz różnicowy pracuje liniowo w wąskim zakresie napięć wejściowych ok. 25 mV. Rozszerzenie liniowego zakresu pracy jest możliwe dzięki wprowadzeniu rezystorów do obwodów emiterów, realizujących ujemne sprzężeni zwrotne.

Wzmacniacz różnicowy, przy sterowaniu różnicowym, ma właściwości wzmacniające takie, jak jego „połówka", a rezystancje wejściową i wyjściową dwukrotnie większe niż „połówka".

Współcześnie wzmacniacze prądu stałego wykonuje się prawie wyłącznie jako układy scalone. W układach tych rezystory, stanowiące obciążenia tranzystorów, są zastępowane obciążeniami aktywnymi, którymi są źródła stałoprądowe, tranzystory w połączeniu diodowym, a także tranzystory z ustalonym napięciem baza-emiter lub bramka-źródło, w tym tranzystory MOSFET z kanałem zubożonym. Z tych względów podstawowe układy wzmacniające mają nieco odmienne od ich wersji dyskretnej właściwości.

Powszechnie stosowanym układem jest *wzmacniacz operacyjny*. Jest to układ z różnicowym wzmacniaczem na wejściu i wtórnikowym stopniem wyjściowym. Stopnie środkowe to wzmacniacze o dużym wzmocnieniu np. o wspólnym emiterze (źródle) przesuwające również napięcie stałe.

Wzmacniacze operacyjne charakteryzują się bardzo dużym wzmocnieniem różnicowym ($10^4 \dots 10^5$), współczynnikiem *CMRR* (60...100 dB) i rezystancją wejściową (> 100 kΩ), bardzo małą rezystancją wyjściową (wyjątek stanowią wzmacniacze CMOS). Mają one zerowe napięcie stałe na zaciskach wejściowych i wyjściowym z dokładnością do napięcia niezrównoważenia. Współczesne wzmacniacze operacyjne są na ogół skompensowane wewnętrznie (nachylenie charakterystyki modułu wzmocnienia jest równe − 6 dB/okt. przy wzmocnieniu 0 dB). Ważnym parametrem wzmacniaczy operacyjnych jest częstotliwość f_T (przy której wzmocnienie spada do 0 dB), jest ona ok. 1 MHz, a także szybkość narastania napięcia wyjściowego – *SR*, czyli pochodna czasowa napięcia wyjściowego wynosząca 1 ... 100 V/μs.

LITERATURA

1. Allen P.E., Holberg D.R.: *CMOS analog circuit design.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.
2. Greame J.G., Tobey G.E., Huelsman L.P.: *Operational amplifiers, design and applications.* McGraw-Hill, New York 1971.
3. Grebene A.B.: *Bipolar and MOS analog integrated circuit design.* John Wiley and Sons, New York 1984.
4. Gray P.R., Mayer R.G.: *Analysis and design of analog integrated ciecuits.* John Willey and Sons, New York 1984.
5. Golde W., Sliwa L.: *Wzmacniacze operacyjne i ich zastosowania.* Cz. I Podstawy teoretyczne. WNT, Warszawa 1982.
6. Natarajan S.: *Theory and design of linear active networks.* Macmillan Publishing Company, New York 1987.
7. Tsividis Y., Antognetti P.: *Design of MOS VLSI circuits for telecommunications.* Prentice-Hall, New Jersey 1985.
8. Wilamowski B.M.: *Układy scalone, budowa, działane i technologia.* WKŁ, Warszawa 1989.

8

LINIOWE ZASTOSOWANIA WZMACNIACZY OPERACYJNYCH

8.1 WPROWADZENIE

Wzmacniacze operacyjne dzięki swojej uniwersalności znajdują szerokie zastosowanie do realizacji różnorodnych układów liniowych i nieliniowych. Podstawowym ograniczeniem ich stosowania jest pasmo częstotliwościowe, które, ze względu na wymaganie dużego wzmocnienia, nie jest szerokie.

W zakresie małych częstotliwości układy ze wzmacniaczami operacyjnymi, jako elementami aktywnymi, prawie całkowicie zastąpiły klasyczne rozwiązania tranzystorowe.

Omówimy poniżej najważniejsze układy liniowe ze wzmacniaczami operacyjnymi. W ich analizie zastosujemy metodę masy pozornej dla wzmacniaczy idealnych i metodę sygnałowych grafów przepływowych w pozostałych przypadkach.

Przedmiotem naszych rozważań będą wzmacniacze napięciowe, układy realizujące operacje matematyczne i filtry aktywne.

8.2 WZMACNIACZE DOLNOPRZEPUSTOWE

Wzmacniacze napięciowe budowane z użyciem wzmacniaczy operacyjnych nie wymagają separacji stopni pojemnością sprzęgającą. Występuje zatem ograniczenie pasma jedynie od góry. Tworzone wzmacniacze są zatem wzmacniaczami dolnoprzepustowymi. Pasmo przenoszenia wzmacniacza zależy wyłącznie od właściwości częstotliwościowych wzmacniacza operacyjnego, w pętli sprzężenia zwrotnego stosuje się bowiem układy bezinercyjne. Wyróżnić można trzy rodzaje wzmacniaczy: odwracający fazę sygnału wejściowego, nieodracający fazy sygnału wejściowego i wzmacniacz różnicowy, wzmacniający różnicę sygnałów, podawanych na dwa wejścia.

8.2.1 Wzmacniacz odwracający fazę

Wzmacniacz odwracający fazę (rys. 2/42) i (rys. 2/50), przy założeniu, że jest on idealny, przeanalizowano metodą sygnałowych grafów przepływowych w rozdz. 2.6.4 i 2.6.5 i metodą masy pozornej w rozdz. 2.6.6. Obie metody doprowadziły do jednakowego wyniku, mianowicie

$$A_{u0} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{8/1}$$

przy czym: A_{u0} – wzmocnienie napięciowe, R_2 – rezystancja w pętli, R_1 – na wejściu wzmacniacza operacyjnego (znak minus wskazuje na to, że wzmacniacz odwraca fazę).

Jest oczywiste, że rezystancja wyjściowa wzmacniacza, z idealnym wzmacniaczem operacyjnym, jest równa zero. Rezystancja wejściowa, co widać na rys. 2/50, jest równa R_1; R_1 dołączone do zacisku masy pozornej jest zwierane do masy.

Rezultaty te są oczywiście przybliżone i słuszne dla napięć stałych i bardzo małych częstotliwości.

Rozważmy wzmacniacz odwracający fazę, zakładając skończone wzmocnienie i pasmo wzmacniacza operacyjnego, przyjmując ponadto, że wzmocnienie wzmacniacza operacyjnego jest dane wzorem

$$A = \frac{A_0}{1 + s/\omega_g} \tag{8/2}$$

Wzmocnienie napięciowe wzmacniacza odwracającego fazę, zgodnie ze wzorem wyprowadzonym w rozdz. 2.6.5, jest następujące:

$$A_u = \frac{A\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}{1 + A\dfrac{R_1}{R_1 + R_2}} \tag{8/3}$$

Po podstawieniu wzoru (8/2) do (8/3) i przekształceniu, otrzymuje się

$$A_u = \frac{A'_{u0}}{1 + s/\omega_G} \tag{8/4}$$

przy czym

$$A'_{u0} = -\frac{R_2}{R_1}\,\frac{1}{1 + \left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right)\Big/ A_0} \tag{8/5}$$

jest wzmocnieniem napięciowym dla prądu stałego, natomiast

$$\omega_G = \omega_g\left(1 + \frac{A_0}{1 + \frac{R_2}{R_1}}\right) = \omega_T\left(\frac{1}{A_0} + \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}\right) \tag{8/6}$$

jest trzydecybelową pulsacją górną, czyli pasmem trzydecybelowym wzmacniacza.
Zauważmy, że jeżeli

$$A_0 \gg \frac{R_2}{R_1} \gg 1 \tag{8/7}$$

co zwykle w praktyce jest spełnione, to

$$A'_{u0} \cong -\frac{R_2}{R_1} = A_{u0} \tag{8/8}$$

$$B_{3dB} = \omega_G \cong \frac{\omega_T}{|A_{u0}|} \tag{8/9}$$

Wzmocnienie wzmacniacza jest zatem w przybliżeniu równe wzmocnieniu uzyskanemu w idealnym przypadku, a pasmo trzydecybelowe jest równe ilorazowi pulsacji odcięcia wzmacniacza operacyjnego i modułu wzmocnienia wzmacniacza odwracającego fazę dla prądu stałego.
Wzór (8/9) można przedstawić w postaci wskazującej, że pole wzmocnienia jest stałe i równe pulsacji odcięcia wzmacniacza operacyjnego, mianowicie

$$|A_{u0}|\,B_{3dB} = \omega_T \tag{8/10}$$

W projektowaniu niekomputerowym wzory (8/1) i (8/9) są w większości przypadków wystarczające.

8.2.2 Wzmacniacz nieodwracający fazy

Wzmacniacz nieodwracający fazy przedstawiono na rys. 2/49 i na rys. 6/8a. Również ten wzmacniacz przeanalizowano w przykł. 2/3 metodą sygnałowych grafów przepływowych i w przykł. 6/2 opierając się na elemnentarnej teorii sprzężenia zwrotnego; w obu przypadkach, przy założeniu idealności wzmacniacza operacyjnego. Jak wykazano, wzmocnienie wzmacniacza nieodwracającego fazy

$$A_{u0} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{8/11}$$

Jeśli przyjmiemy opis wzmacniacza operacyjnego wzorem (8/2), to na podstawie wzoru:

$$A_u = \frac{A}{1 + A\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}} \tag{8/12}$$

wyprowadzonego w przykł. 2/3, można wzmocnienie wzmacniacza nieodwracającego fazy przedstawić wzorem (8/4), przy czym:

$$A'_{u0} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1 + \left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right)\Big/ A_0} \tag{8/13}$$

$$\omega_G = \omega_g\left(1 + \frac{A_0}{1 + \dfrac{R_2}{R_1}}\right) = \omega_T\left(\frac{1}{A_0} + \frac{1}{1 + \dfrac{R_2}{R_1}}\right) \tag{8/14}$$

Jeżeli jest spełniony (8/7), to

$$A'_{u0} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = A_{u0} \tag{8/15}$$

a pulsacja trzydecybelowa górna, równa pasmu wzmacniacza, jest określona wzorem (8/9). Oczywiście obowiązuje również wzór (8/10).

Jak to wykazano w przykł. 6/2, wzmacniacz nieodwracający fazy jest układem z napięciowo-szeregowym sprzężeniem zwrotnym. W zakresie małych częstotliwości różnica zwrotna (patrz wzór (8/12))

$$F_0 = 1 + A_0\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1 + \frac{A_0}{A_{u0}} \cong \frac{A_0}{A_{u0}} \tag{8/16}$$

Opierając się na elementarnej teorii sprzężenia zwrotnego można zatem oszacować rezystancję wejściową i wyjściową wzmacniacza nieodwracającego fazy następująco:

$$R_{if} = R_i\frac{A_0}{A_{u0}} \qquad R_{of} = R_o\frac{A_{u0}}{A_0} \tag{8/17}$$

przy czym R_i, R_o – rezystancja wejściowa, wyjściowa wzmacniacza operacyjnego.

Przykład 8/1. Zaprojektować wzmacniacz nieodwracający fazy z użyciem wzmacniacza μA 741, o wzmocnieniu 100 V/V. Wyznaczyć pasmo, rezystancję wejściową i wyjściową wzmacniacza. Dane są następujące: $A_0 = 10^4, f_T = 1\,\text{MHz}, R_i = 1\,\text{M}\Omega, R_o = 100\,\Omega$.
Po przyjęciu $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$, ze wzoru (8/11) otrzymuje się $R_2 \cong 100\,\text{k}\Omega$. Na podstawie wzoru (8/9) wyznacza się

$$f_g = 10^6/10^2\ \text{Hz} = 10\,\text{kHz}$$

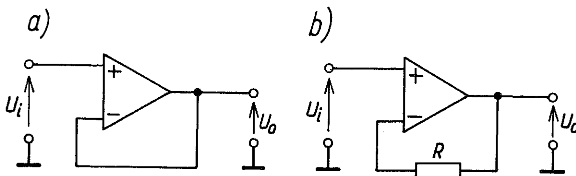
Różnica zwrotna, wyznaczona ze wzoru (8/16), wynosi $F_o = 10^2$. Rezystancja wejściowa jest zatem równa $R_i = 100\,\text{M}\Omega$, a rezystancja wyjściowa $R_o = 1\,\Omega$. □

8.2.3 Wtórnik

Jeżeli we wzmacniaczu nieodwracającym fazy przyjmie się $R_2 = 0$ lub $R_1 \to \infty$, to otrzyma się układy takie, jak na rys. 8/1, a wzór (8/11) przyjmie postać:

$$A_{u0} = 1 \tag{8/18}$$

Rezystancja wejściowa wzmacniacza nieodwraczjącego fazy jest bardzo duża, wyjściowa bardzo mała, a więc otrzymany układ ma cechy wtórnika.



8/1 Dwa sposoby tworzenia wtórnika

Ze wzorów (8/13) i (8/14), po podstawieniu $R_2/R_1 = 0$, otrzymuje się

$$A'_{u0} = \frac{A_0}{A_0 + 1} \cong 1 \tag{8/19}$$

$$B_{3dB} = \omega_G = \omega_T \frac{A_0 + 1}{A_0} \cong \omega_T \tag{8/20}$$

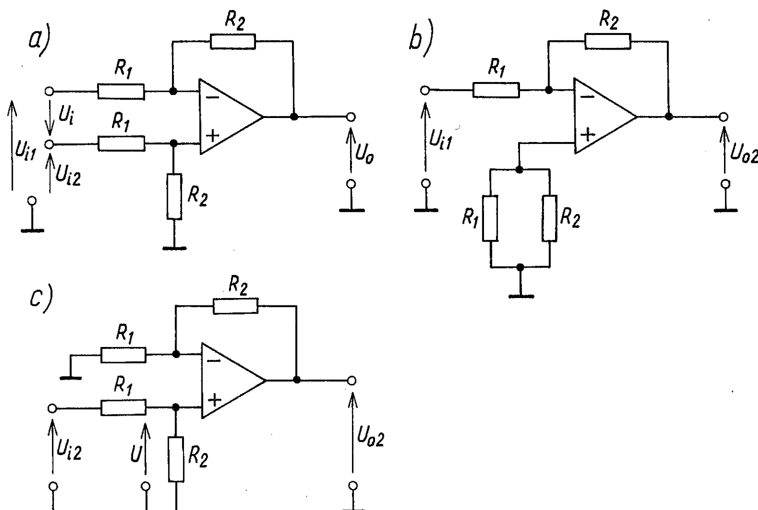
Na podstawie wzorów (8/17) można napisać

$$R_{if} \cong R_i A_0 \qquad R_{of} = R_o \frac{1}{A_0} \tag{8/21}$$

Jak wynika ze wzorów (8/19)...(8/21) wtórnik zbudowany ze wzmacniacza operacyjnego jest znacznie doskonalszy od wtórnika emiterowego i wtórnika źródłowego.

8.2.4 Wzmacniacze różnicowe

Zalety wzmacniaczy różnicowych, a szczególnie tłumienie sygnałów sumacyjnych, które są sygnałami pasożytniczymi, omówiono w rozdz. 7.2 i 7.3.6. Wzmacniacz operacyjny jest wzmacniaczem różnicowym z wyjściem niesymetrycznym, ale bez sprzężenia zwrotnego nie może być użytkowany.



8/2 Wzmacniacz różnicowy: a) schemat, b) przekształcony do wyznaczenia ujemnego wzmocnienia, c) dodatniego wzmocnienia

Na rysunku 8/2a przedstawiono wzmacniacz różnicowy, zbudowany ze wzmacniacza operacyjnego. Stosując zasadę superpozycji, wyznaczenie odpowiedzi U_o na pobudzenie U_i można sprowadzić do wyznaczenia odpowiedzi U_{o1} na pobudzenie U_{i1} (rys. 8/2b) i odpowiedzi U_{o2} na pobudzenie U_{i2} (rys. 8/2c) oraz zsumowanie. Z rysunku 8/2b wynika, że sygnał wejściowy jest wzmacniany tak samo, jak przez wzmacniacz odwracający fazę, napiszmy:

$$U_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} U_{i1} \qquad (8/22)$$

Z rysunku 8/2c wynika, że sygnał

$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{i2}$$

jest wzmacniany przez wzmacniacz nieodwracający fazy, zatem otrzymuje się

$$U_{o2} = \frac{R_2}{R_1} U_{i2} \qquad (8/23)$$

Suma odpowiedzi (8/22) i (8/23) jest odpowiedzią na pobudzenie różnicowe, mianowicie

$$U_o = U_{o1} + U_{o2} = -\frac{R_2}{R_1}(U_{i1} - U_{i2}) = -\frac{R_2}{R_1}U_i \tag{8/24}$$

Na podstawie wzorów, opisujących wzmacniacze odwracający i nieodwracający fazy w zakresie górnych częstotliwości, wzmocnienie różnicowe można przedstawić następująco

$$A_{ud} = \frac{A_{u0d}}{1 + s/\omega_G} \tag{8/25}$$

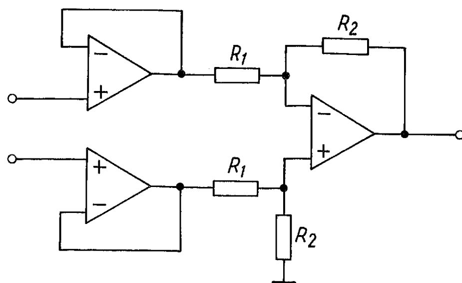
przy czym

$$A_{u0d} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{8/26}$$

$$\omega_G = \frac{\omega_T}{|A_{u0d}|} \tag{8/27}$$

Z rysunku 8/2a wynika, że różnicowa rezystancja wejściowa

$$R_{id} = 2R_1 + R_2 \tag{8/28}$$



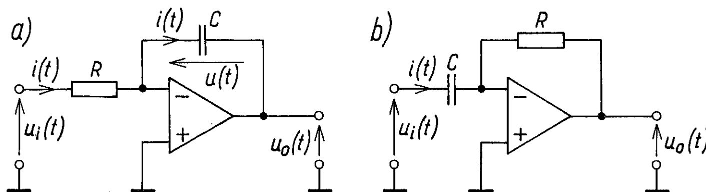
8/3 Wzmacniacz różnicowy z wtórnikami na wejściu

Wartość rezystancji wejściowej zależy zatem od wartości rezystancji i może być co najwyżej rzędu R_2. W wielu zastosowaniach jest to nie wystarczające. Wadę tę eliminuje układ przedstawiony na rys. 8/3, na wejściach którego włączono wtórniki. Można przyjąć, że wzmocnienie tego układu opisuje wzór (8/25), a różnicowa rezystancja wejściowa jest określona wzorem

$$R_{id} = 2R_i A_0 \tag{8/29}$$

8.3 INTEGRATORY

Na rys. 8/4a przedstawiono integrator, nazywany też *układem całkującym.* Nazwa układu wynika z operacji matematycznej, jaką ten układ realizuje. Zakładając idealność wzmacniacza operacyjnego, przeanalizujmy układ w dziedzinie czasu.



8/4 Integrator (a), układ różniczkujący (b)

Przy założeniu nieskończenie dużej rezystancji wejściowej wzmacniacza można napisać

$$i(t) = \frac{u_i(t)}{R}$$

Prąd ten płynie jedynie przez pojemność, wywołując spadek napięcia

$$u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{RC}\int u_i(t)\,\mathrm{d}t$$

Z właściwości masy pozornej wynika, że napięcie to jest równe ujemnej wartości napięcia wyjściowego, mianowicie

$$u_o(t) = -\,u(t) = -\frac{1}{RC}\int u_i(t)\,\mathrm{d}t \tag{8/30}$$

Jak wynika ze wzoru (8/30), napięcie wyjściowe jest całką napięcia wejściowego. Odwrotność stałej czasu

$$\omega_i = \frac{1}{RC} \tag{8/31}$$

nazywa się *pulsacją integratora.*

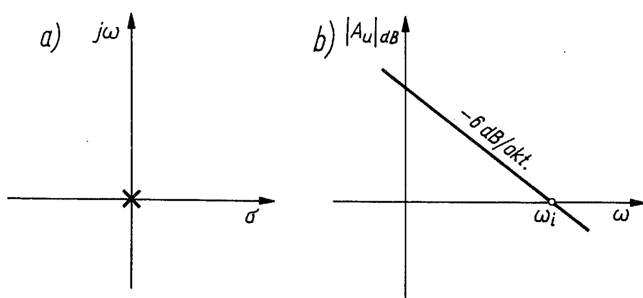
W dziedzinie częstotliwości, po transformacji Laplace'a, równanie (8/30) można zapisać następująco:

$$U_o(s) = -\frac{1}{sRC}\,U_i(s)$$

skąd transmitancja napięciowa integratora ma postać

$$A_u(s) = -\frac{1}{sRC} = -\frac{\omega_i}{s} \tag{8/32}$$

Transmitancja integratora ma pojedynczy biegun w początku układu współrzędnych (rys. 8/5a), co prowadzi do charakterystyki modułu transmitancji przedstawionej na rys. 8/5b. Jak widać, pulsacja integratora jest pulsacją odcięcia, odpowiada modułowi transmitancji równemu 1 lub 0 decybeli, a nachylenie charakterystyki jest równe -6 dB/okt.



8/5 Rozkład zer i biegunów (a), charakterystyka modułu transmitancji (b), integratora idelanego

W rzeczywistych układach jest konieczne uwzględnienie skończonego wzmocnienia i skończonego pasma wzmacniacza operacyjnego, a zatem przyjęcie opisu wzorem (8/2). W takim przypadku, po prostej, lecz pracochłonnej analizie układu metodą sygnałowych grafów przepływowych, której nie przytoczono, przy $A_0 \gg 1$, otrzymuje się

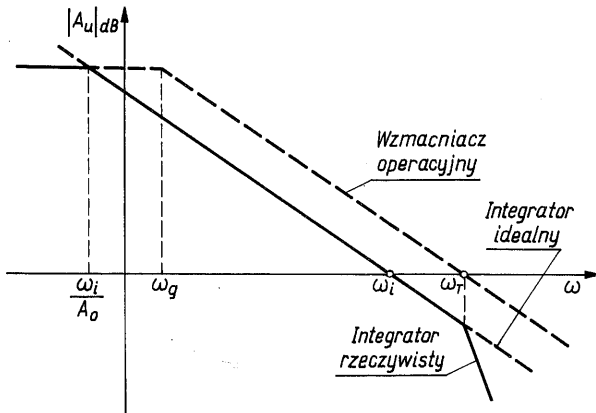
$$A_u(s) = \frac{U_o}{U_i} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{A_0} + \frac{s}{\omega_i}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_T}\right)} \tag{8/33}$$

Sprawdźmy, że jeżeli $A_0 \to \infty$ i $\omega_T \to \infty$ z tego wzoru wynika wzór (8/32). Wzór (8/33) w postaci

$$A_u(s) = \frac{-A_0}{\left(1 + \frac{s}{\omega_i/A_0}\right)\left(1 + s/\omega_T\right)} \tag{8/34}$$

wskazuje, że transmitancja rzeczywistego integratora ma dwa bieguny:

$$p_1 = -\frac{\omega_i}{A_0} \qquad p_2 = -\omega_T \tag{8/35}$$

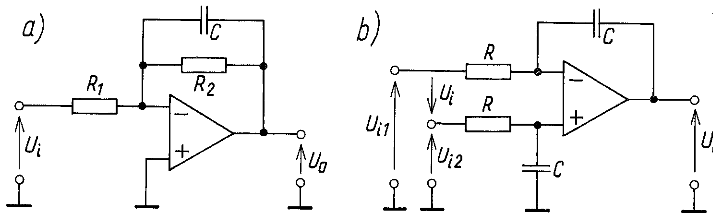


8/6 Charakterystyki modułu transmitancji: wzmacniacza operacyjnego oraz integratorów idealnego i rzeczywistego

co prowadzi do charakterystyki modułu transmitancji, przedstawionej na rys. 8/6. Na tym rysunku 8/6 przedstawiono także charakterystykę wzmacniacza operacyjnego i integratora idealnego. Z wykresów wynika, że integrator rzeczywisty dobrze aproksymuje idealny w zakresie

$$\frac{1}{A_0 RC} \ll \omega \ll \omega_T \tag{8/36}$$

Nierówność (8/36) jest wskazaniem do projektowania integratorów.



8/7 Integrator: a) stratny, b) różnicowy

Na rysunku 8/7a przedstawiono integrator stratny, a na rys. 8/7b integrator różnicowy. Nietrudno wykazać, stosując np. metodę masy pozornej, że transmitancję integratora stratnego można wyrazić wzorem

$$\frac{U_0}{U_i} = -\frac{R_2/R_1}{1 + sR_2C} = -\frac{R_2/R_1}{1 + s/\omega_i} \tag{8/37}$$

Jeżeli $R_1 = R_2$, to wzór (8/37) przyjmuje postać

$$\frac{U_o}{U_i} = -\frac{1}{1 + s/\omega_i} \tag{8/38}$$

Postępując analogicznie jak w przypadku wzmacniacza różnicowego, można wykazać, że napięcie na wyjściu integratora różnicowego jest następujące:

$$U_o = \frac{1}{sRC}(U_{i2} - U_{i1}) = \frac{\omega_i}{s} U_i \tag{8/39}$$

8.4 UKŁAD RÓŻNICZKUJĄCY

Na rysunku 8/4b przedstawiono układ różniczkujący. Przy założeniu idealności wzmacniacza operacyjnego i postępowaniu analogicznym do przeprowadzonego w przypadku integratora, można wykazać, że

$$u_o(t) = -RC\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[u_i(t)] \tag{8/40}$$

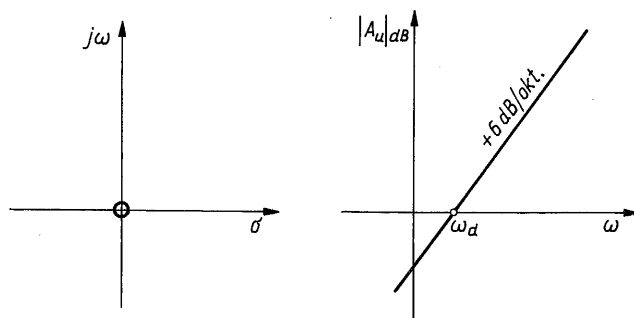
Napięcie wyjściowe jest zatem pochodną napięcia wejściowego.
Ze wzoru (8/40) wynika następująca transmitancja napięciowa idealnego układu różniczkującego:

$$A_u(s) = \frac{U_o}{U_i} = -sRC = -\frac{s}{\omega_d} \tag{8/41}$$

Wielkość ω_d nazywa się *pulsacją układu różniczkującego.* Jest ona pulsacją odcięcia, co pokazano na rys. 8/8b. Transmitancja idealnego układu różniczkującego ma pojedyncze zero w zerze (rys. 8/8a).

Rozważmy przypadek, uwzględniający nieidealności wzmacniacza operacyjnego w postaci wzoru (8/2). Transmitancja napięciowa ma postać

$$A_u(s) = -\frac{\dfrac{A_0}{1+s/\omega_g}\,\dfrac{sC}{G+sC}}{1+\dfrac{A_0}{1+s/\omega_g}\,\dfrac{G}{G+sC}} \tag{8/42}$$



8/8 Rozkład zer i biegunów (a) i charakterystyka modułu transmitancji idealnego układu różniczkującego (b)

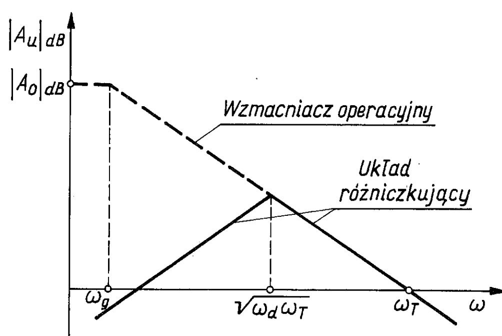
a po przekształceniu można ją przedstawić następująco:

$$A_u(s) = -\frac{A_0\omega_g\omega_d}{s^2 + s(\omega_g + \omega_d) + (A_0 + 1)\omega_g\omega_d}\,\frac{s}{\omega_d} \qquad (8/43)$$

Wzór (8/43) można interpretować jako transmitancję kaskadowego połączenia idealnego układu różniczkującego i pasożytniczego filtru dolnoprzepustowego II rzędu (patrz rozdz. 8.6.2), który ogranicza od góry stosowalność układu różniczkującego. Wzór (8/43) można przedstawić także w następującej postaci:

$$A(s) = -\frac{s(\omega_g + \omega_d)}{s^2 + s(\omega_g + \omega_d) + (A_0 + 1)\omega_d\omega_g}\cdot\frac{A_0\omega_g\omega_d}{\omega_g + \omega_d} \qquad (8/44)$$

Jest to transmitancja filtru środkowoprzepustowego drugiego rzędu (porównaj rozdz. 8.6.2). Charakterystyka modułu transmitancji rzeczywistego układu różniczkującego jest środkowoprzepustowa, przedstawiono ją na rys. 8/9, na



8/9 Charakterystyki modułu transmitancji: wzmacniacza operacyjnego oraz układów różniczkujących idealnego i rzeczywistego

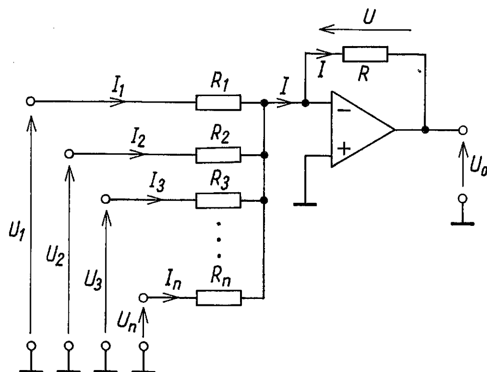
którym jest również widoczna charakterystyka wzmacniacza operacyjnego. Moduł funkcji (8/44) osiąga maksimum przy pulsacji równej w przybliżeniu $\sqrt{\omega_d\omega_T}$. Poprawne różniczkowanie otrzymuje się zatem w zakresie

$$\omega \ll \sqrt{\omega_d\omega_T} = \sqrt{\frac{A_0\omega_g}{RC}} \qquad (8/45)$$

Układ różniczkujący, jak i poprzednio omówiony, integrator stanowiły niegdyś podstawowe układy maszyn analogowych. Obecnie znajdują zastosowanie w najróżniejszych analogowych systemach przetwarzania sygnałów. Układ integratora jest jednym z podstawowych elementów budowy filtrów aktywnych, które omówiono w rozdz. 8/6.

8.5 SUMATORY

Sumatory, to także układy stanowiące jeden z podstawowych układów maszyn analogowych. Obecnie są stosowane do sumowania sygnałów w różnych systemach analogowych, stanowią także podstawowy element filtrów aktywnych typu „maszyna analogowa" (patrz rozdz. 8.6.5).



8/10 Sumator analogowy

Schemat sumatora przedstawiono na rys. 8/10. Dla idealnego wzmacniacza operacyjnego, po uwzględnieniu właściwości masy pozornej można napisać:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2} \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3} \ldots I_n = \frac{U_n}{R_n} \tag{8/46}$$

Prąd do ujemnego zacisku wzmacniacza nie wpływa, suma prądów danych wzorami (8/46) płynie przez rezystor R. Wywołany spadek napięcia jest zatem następujący:

$$U = (I_1 + I_2 + I_3 + \ \ldots \ + I_n)R = R \sum_{k=1}^{n} \frac{U_k}{R_k} \tag{8/47}$$

Węzeł masy pozornej zwiera rezystor R do masy, co prowadzi do równości

$$U_o = -U = -R \sum_{k=1}^{n} \frac{U_k}{R_k} \tag{8/48}$$

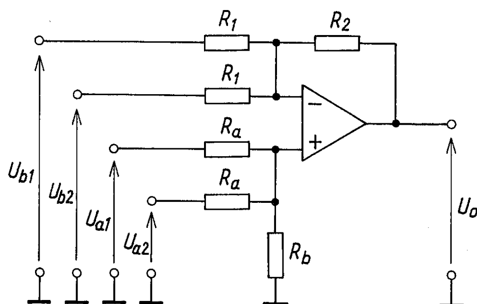
Wzór ten wskazuje, że napięcie wyjściowe jest ujemną sumą ważoną napięć wejściowych. Jeżeli przyjmie się $R_1 = R_2 = R_3 = \ \ldots \ = R_n = R'$ to wzór (8/48) przyjmie postać

$$U_o = -\frac{R}{R'} \sum_{k=1}^{n} U_k \tag{8/49}$$

Napięcie wyjściowe jest wzmocnioną sumą sygnałów wejściowych, przy czym sumator odwraca fazę tej sumy. Jest także możliwe przyjęcie $R = R'$, w takim przypadku otrzymuje się

$$U_o = -(U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n) \quad (8/50)$$

Sygnał wyjściowy jest ujemną sumą sygnałów wejściowych.



8/11 Sumator różnicowy

Na rysunku 8/11 przedstawiono sumator różnicowy, dla uproszczenia rozważań, czterowejściowy. Napięcie wyjściowe

$$U_o = (U_{a1} + U_{a2})\frac{R_a \parallel R_b}{R_a + (R_a \parallel R_b)}\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) - (U_{b1} + U_{b2})\frac{R_2}{R_1}$$

Równość wzmocnień w torze odwracającym i nieodwracającym fazy prowadzi do warunku

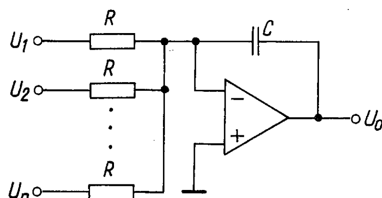
$$R_a = R_b = R_1 = R_2$$

przy którym napięcie na wyjściu sumatora

$$U_o = [U_{a1} + U_{a2} - (U_{b1} + U_{b2})] \quad (8/51)$$

Na rysunku 8/12 przedstawiono sumator całkujący. Postępując analogicznie jak w przypadku zwykłego sumatora, można wykazać, że

$$u_o(t) = -\frac{1}{RC}\int \sum_{k=1}^{n} u_k(t)\,\mathrm{d}t = -\frac{1}{RC}\sum_{k=1}^{n} \int u_k(t)\,\mathrm{d}t \quad (8/52)$$



8/12 Sumator całkujący

lub w dziedzinie pulsacji zespolonej s:

$$U_o = -\frac{1}{sRC}\sum_{k=1}^{n} U_k = -\frac{\omega_i}{s}\sum_{k=1}^{n} U_k \qquad (8/53)$$

8.6 FILTRY AKTYWNE

8.6.1 Wprowadzenie

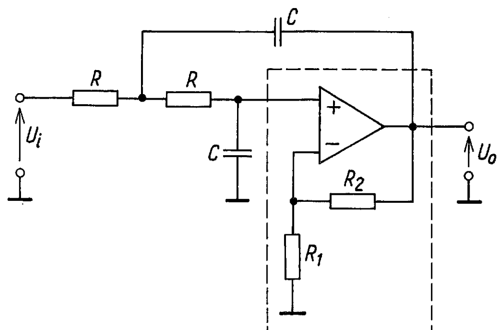
Filtry aktywne są to układy o charakterystykach pasmowych, zbudowane z elementów aktywnych, pojemności i ewentualnie rezystancji. Jeżeli do realizacji filtrów aktywnych używa się także rezystancji, to nazywa się je *filtrami aktywnymi RC*. Filtry aktywne zbudowane tylko z elementów aktywnych i pojemności nazywa się *filtrami aktywnymi C*. W zależności od sposobu pracy dzieli się je na filtry aktywne:
- C przełączane,
- C pracujące w czasie ciągłym.

Wraz z rozwojem mikroelektroniki, a głównie wraz z rozpoczęciem produkcji scalonych wzmacniaczy operacyjnych, filtry aktywne zastąpiły klasyczne, pasywne filtry LC, szczególnie w zakresie małych i bardzo małych częstotliwości. Dążenie do eliminacji cewek indukcyjnych z układów filtrujących wynikało z dwóch powodów: dużych rozmiarów, złych parametrów i dość dużych kosztów cewek indukcyjnych w zakresie małych częstotliwości oraz dążenia do całkowitego scalenia filtrów.

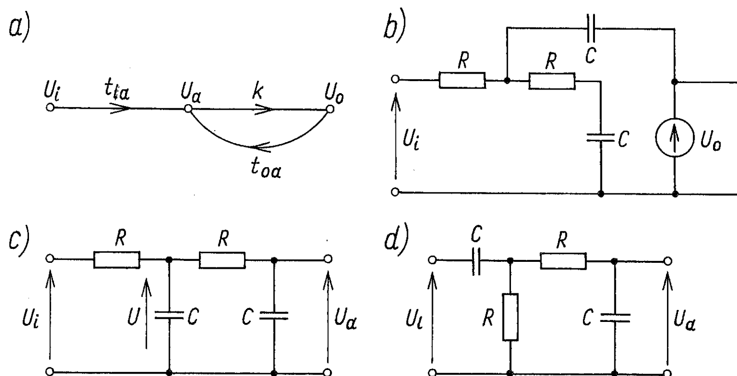
Filtry C przełączane i filtry C pracujące w czasie ciągłym, można traktować jako filtry aktywne RC, w których rezystancje są realizowane przez przełączane pojemności lub przez elementy czy układy aktywne. Zajmiemy się zatem najpierw filtrami aktywnymi RC.

8.6.2 Filtry drugiego rzędu

Na rysunku 8/13 przedstawiono układ składający się ze wzmacniacza operacyjnego i układu rezystywno-pojemnościowego; jest to układ ze sprzęże-



8/13 Dolnoprzepustowy filtr aktywny RC II rzędu



8/14 Sygnałowy graf przepływowy (a), zmiennoprądowy schemat zastępczy (b), schematy do wyznaczania transmitancji gałęziowych filtru z rys. 8/13 (c, d)

niem zwrotnym. Zauważmy, że w układzie tym można wyodrębnić wzmacniacz nieodwracający fazy. Przyjmijmy, że wzmocnienie tego wzmacniacza jest dane wzorem

$$K = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{8/54}$$

i narysujmy sygnałowy graf przepływowy układu, jak to pokazano na rys. 8/14a. Transmitancje gałęziowe definiuje się następująco:

$$t_{ia} = \frac{U_a}{U_i}\bigg|_{U_o=0} \qquad t_{oa} = \frac{U_a}{U_o}\bigg|_{U_i=0} \tag{8/55}$$

Schemat zastępczy układu, przy założeniu idealności wzmacniacza operacyjnego, przedstawiono na rys. 8/14b. Z definicji (8/55) i rys. 8/14b wynikają obwody do wyznaczenia transmitancji gałęziowych. Na podstawie rys. 8/14c można wyznaczyć transmitancję gałęziową t_{ia}, mianowicie

$$U = -\frac{G}{G + sC + \dfrac{GsC}{G + sC}} U_i$$

$$U_a = \frac{G}{G + sC} U = \frac{G^2}{(G + sC)^2 + GsC} U_i$$

$$t_{ia} = \frac{U_a}{U_i} = \frac{G^2}{s^2C^2 + 3sGC + G^2} \tag{8/56}$$

przy czym

$$G = \frac{1}{R}$$

Jeśli oznaczymy:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \tag{8/57}$$

to transmitancję daną wzorem (8/57) możemy przedstawić w postaci

$$t_{ia} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 3\omega_0 s + \omega_0^2} \tag{8/58}$$

Postępując analogicznie, na podstawie rys. 8/14d można wyznaczyć

$$t_{oa} = \frac{\omega_0 s}{s^2 + 3\omega_o s + \omega_0^2} \tag{8/59}$$

W wyniku redukcji grafu z rys. 8/14a i podstawieniu transmitancji gałęziowych danych wzorami (8/58) i (8/59) otrzymuje się transmitancję rozważanego układu, mianowicie

$$A(s) = \frac{U_o}{U_i} = K \frac{\omega_0^2}{s^2 + \omega_0(3 - K)s + \omega_0^2} \tag{8/60}$$

przy czym: K – dane wzorem (8/54), ω_0 – wzorem (8/57).
Otrzymana transmitancja jest drugiego stopnia ze względu na zmienną s, ma dwa bieguny. Oznacza to, że układ, w dziedzinie czasu, opisuje równanie różniczkowe drugiego rzędu. Moduł transmitancji (8/60) przy $\omega \to 0$ zmierza do wartości K, natomiast przy $\omega \to \infty$ do 0. Układ jest zatem układem dolnoprzepustowym drugiego rzędu, a ponieważ jest zbudowany ze wzmacniacza operacyjnego i elementów R i C, jest to dolnoprzepustowy filtr aktywny RC II rzędu.

W ogólnym przypadku transmitancję dolnoprzepustowego filtru II rzędu przedstawia się następująco:

$$H(s) = H_0 \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \tag{8/61}$$

przy czym: H_0 – stała rzeczywista, ω_0 – pulsacja, Q – dobroć bieguna transmitancji.

W rozważanym przypadku pulsacja bieguna jest dana wzorem (8/57). Z porównania wzorów (8/61) i (8/60) dobroć

$$Q = \frac{1}{3-K} \tag{8/62}$$

Bieguny transmitancji (8/61), dla $Q > 1/2$, są zespolone, a mianowicie

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \mathrm{j}\frac{\omega_0}{2Q}\sqrt{4Q^2-1} = \sigma_p \pm \mathrm{j}\omega_p \tag{8/63}$$

przy czym części rzeczywistą i urojoną określają wzory

$$\sigma_p = -\frac{\omega_0}{2Q} \tag{8/64}$$

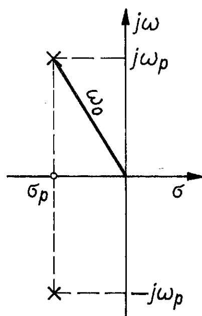
$$\omega_p = \omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}} \tag{8/65}$$

Zauważmy, że między pulsacją i dobrocią, a częścią rzeczywistą i urojoną bieguna, istnieją następujące związki:

$$\omega_0 = \sqrt{\sigma_p^2 + \omega_p^2} \tag{8/66}$$

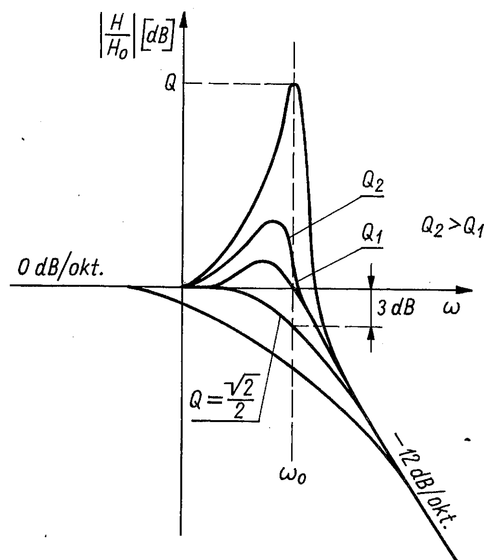
$$Q = \frac{\sqrt{\sigma_p^2 + \omega_p^2}}{2|\sigma_p|} = \frac{\omega_0}{2|\sigma_p|} \tag{8/67}$$

Bieguny transmitancji filtru dolnoprzepustowego II rzędu tworzą parę zespoloną, sprzężoną (rys. 8/15). Na rysunku 8/16 przedstawiono charakterystykę częstotliwościową modułu transmitancji. Moduł przymuje wartość maksymalną dla pulsacji równej części urojonej bieguna, danej wzorem (8/65). Dla dużych wartości Q pulsacja bieguna jest prawie równa części urojonej



8/15 Rozkład zer i biegunów filtru dolnoprzepustowego II rzędu

bieguna (patrz wzór (8/65)). W takim przypadku pulsacja bieguna jest pulsacją odpowiadającą maksymalnej wartości modułu transmitancji. „Smukłość” krzywych z rys. 8/16 jest tym większa, im większa dobroć bieguna. Na rysunku 8/16 zaznaczono także charakterystyka, która najlepiej aproksymuje krzywą łamaną asymptot 0 dB/okt. i – 12 dB/okt.. Charakterystykę tę nazywa się maksymalnie płaską, otrzymuje się ją dla dobroci bieguna $Q = 1/\sqrt{2}$. Pulsacja bieguna jest w tym przypadku trzydecybelową pulsacją górną. Rozważany układ z rys. 8/13 okazał się zatem dolnoprzepustowym filtrem aktywnym RC II rzędu, od nazwisk twórców nazywanym, *filtrem Sallen'a-Key.*



8/16 Częstotliwościowa charakterystyka modułu transmitancji filtru dolnoprzepustowego II rzędu

Przykład 8/2. Zaprojektować filtr dolnoprzepustowy o charakterystyce maksymalnie płaskiej i częstotliwości trzydecybelowej górnej 1 kHz.

Biorąc pod uwagę strukturę Sallen'a-Key z rys. 8/13 i wzory (8/54), (8/57), (8/62) można wyprowadzić następujące wzory projektowe

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 - \frac{1}{Q} \qquad \text{(P. 8/2.1)}$$

$$RC = \frac{1}{2\pi f_0} \qquad \text{(P. 8/2.2)}$$

Jeśli przyjmiemy np. $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$, otrzymamy: $R_2 = R_1(2 - 1/Q) = 10(2 - \sqrt{2})\,\text{k}\Omega = 5{,}9\,\text{k}\Omega$. Jeśli $R = 100\,\text{k}\Omega$, to otrzymuje się: $C = 1/2\pi f_0 R = 0{,}159/10^8\,\text{F} = 1{,}59\,\text{nF}$. Częstotliwość f_0 jest w tym przypadku trzydecybelową częstotliwością górną. Filtr w pasmie przenoszenia wzmacnia sygnały K-krotnie, przy czym $K = 1 + 0{,}59 = 1{,}59$ □

Zauważmy, że w przypadku rozważanego filtru dobroć, a zatem kształt charakterystyki, zależy wyłącznie od wzmocnienia K, natomiast częstotliwość

f_0 od stałej czasu RC. Istnieje zatem możliwość niezależnego przestrajania filtru (zmiany częstotliwości f_0) i zmiany kształtu charakterystyki. Zauważmy, że jeżeli przyporządkujemy

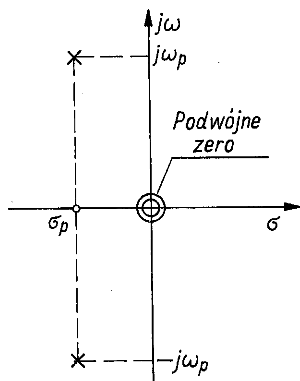
$$s \to \frac{1}{s} \qquad \omega_0 \to \frac{1}{\omega_0} \tag{8/68}$$

we wzorze (8/61), to przyjmie on postać następującą:

$$H(s) = H_0 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \tag{8/69}$$

Jest to ogólna postać transmitancji górnoprzepustowego filtru drugiego rzędu. Wielkości występujące we wzorze (8/69) są określone tak, jak w przypadku filtru dolnoprzepustowego.

Transformacja (8/68), która przekształca transmitancję dolnoprzepustową w górnoprzepustową nazywa się *transformacją L P–HP* (ang. *low pass – high pass*).

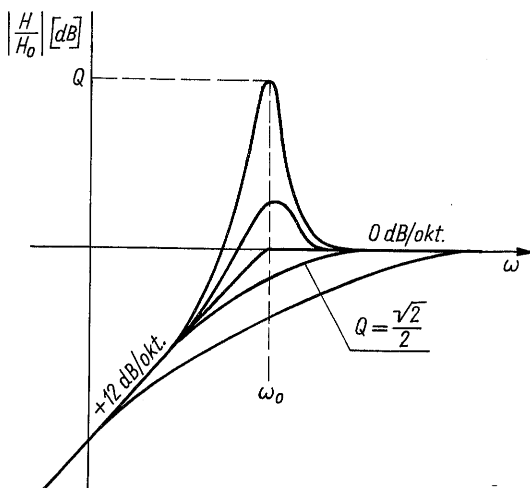


8/17 Rozkład zer i biegunów transmitancji filtru górnoprzepustowego II rzędu

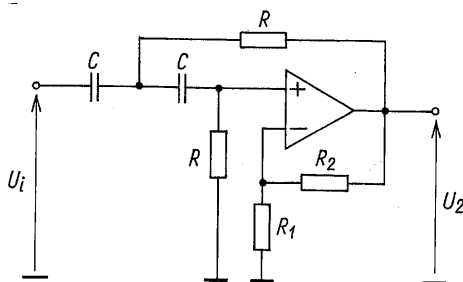
Rozkład zer i biegunów transmitancji (8/69) przedstawiono na rys. 8/17, a charakterystykę jej modułu na rys. 8/18. Również w tym przypadku, można wyróżnić charakterystykę maksymalnie płaską, dla $Q = 1/\sqrt{2}$. Zauważmy, że transmitancja górnoprzepustowa ma dodatkowo dwa zera w początku układu współrzędnych.

Można wykazać, że transformacja LP–HP, zastosowana do filtru z rys. 8/13, prowadzi do zamiany miejscami pojemności i rezystancji i w rezultacie do schematu dolnoprzepustowego filtru II rzędu Sallen'a-Key takiego, jak na rys. 8/19.

Wzory projektowe są oczywiście takie same, jak wzory (P. 8/2.1) i (P. 8/2.2). Zaprojektowany w przykł. 8/2 filtr dolnoprzepustowy, po



8/18 Częstotliwościowa charakterystyka modułu transmitancji górnoprzepustowego filtru II rzędu



8/19 Schemat górnoprzepustowego filtru aktywnego RC II rzędu

zamianie miejscami pojemności i rezystancji, staje się filtrem górnoprzepustowym o maksymalnie płaskiej charakterystyce i częstotliwości trzydecybelowej równej 1 kHz.

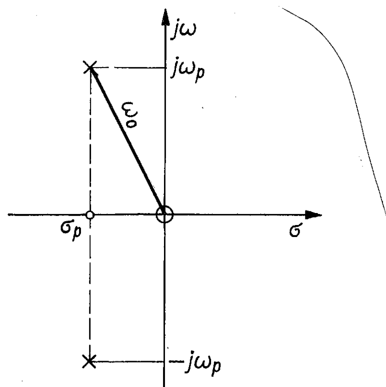
Ogólna postać transmitancji środkowoprzepustowego filtru II rzędu jest następująca:

$$H(s) = H_0 \frac{\frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \qquad (8/70)$$

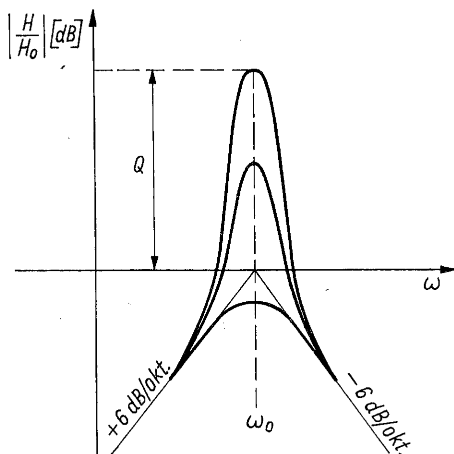
Na rysunku 8/20 przedstawiono rozkład zer i biegunów, zaś na rys. 8/21 – charakterystykę modułu transmitancji (8/70).

W przypadku filtrów środkowoprzepustowych zwykle $Q \gg 1$ i tym samym część urojona bieguna jest równa pulsacji bieguna, a ta jest równa pulsacji środkowej filtru. Ponadto dobroć filtru jest równa dobroci bieguna, a tym samym

$$B_{3dB} = 2\pi \Delta f_{3dB} = 2|\sigma_p| \qquad (8/71)$$



8/20 Rozkład zer i biegunów środkowoprzepustowego filtru II rzędu

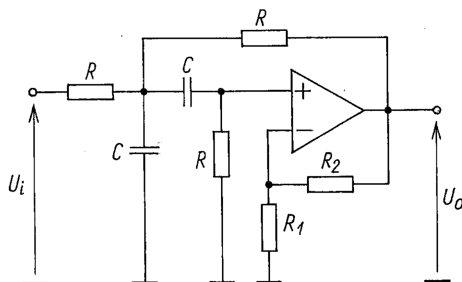


8/21 Charakterystyka modułu transmitancji środkowoprzepustowego filtru II rzędu

czyli pasmo trzydecybelowe filtru jest równe podwojonej wartości bezwzględnej części rzeczywistej bieguna.

Zauważmy, że transmitancja filtru środkowoprzepustowego II rzędu ma parę biegunów zespolonych, sprzężonych i jedno zero w zerze. Charakterystyka modułu transmitancji ma asymptotyczne nachylenia +6 dB/okt. i −6 dB/okt..

Filtr Sallen'a-Keya, realizujący transmitancję o postaci (8/70), przedstawiono na rys. 8/22. Postępując tak, jak w przypadku filtru dolnoprzepus-



8/22 Schemat środkowoprzepustowego filtru aktywnego RC II rzędu

towego, można wykazać, że dla tego przypadku wielkości występujące we wzorze (8/70) są następujące:

$$Q = \frac{1}{3-K} \qquad \omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC} \tag{8/72}$$

Przykład 8/3. Zaprojektować filtr środkowoprzepustowy II rzędu, o częstotliwości środkowej 1 kHz i pasmie trzydecybelowym 100 Hz.
Na podstawie struktury filtru z rys. 8/22 oraz wzorów(8/71) i (8/72), można napisać

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 - \frac{\Delta f_{3dB}}{f_0} = 2 - \frac{1}{Q} \tag{P. 8/3.1}$$

$$RC = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\, f_0} \tag{P. 8/3.2}$$

Jeśli $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$, to otrzymuje się: $R_2 = R_1(2 - 0{,}1)\,\text{k}\Omega = 1{,}9\,\text{k}\Omega$.
Przyjmyjąc $R = 100\,\text{k}\Omega$, otrzymuje się:

$$C = \frac{0{,}318}{1{,}41} 10^{-8}\ \text{F} = 2{,}25\,\text{nF}$$ □

Stuktury Sallen'a-Keya są jednymi z bardzo wielu układów filtrów aktywnych RC, realizujących transmitancje II rzędu. Są one jednak powszechnie stosowane jako proste filtry dolno i górnoprzepustowe, a także środkowoprzepustowe o niedużych dobrociach.

8.6.3 Metoda kaskadowa

Transmitancje filtrów spełniające wymagania odnośnie pasma przenoszenia i tłumienia poza pasmem, są zwykle wyższego stopnia niż drugi, filtry tym samym są wyższego rzędu niż drugi. *Metoda kaskadowa* projektowania filtrów aktywnych omija ten problem, sprowadzając projektowanie filtru dowolnego rzędu do projektowania filtrów II rzędu.

Z teorii obwodów wiadomo, że dowolny realizowalny fizycznie i stabilny układ SLS, jest opisany transmitancją wymierną (będącą ilorazem wielomianów zmiennej zespolonej s) o postaci

$$H(s) = \frac{\sum_{i=1}^{m} a_i s^i}{\sum_{j=1}^{n} b_j s^j} \qquad m > n \tag{8/73}$$

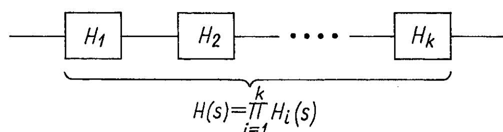
przy czym a_i, b_j są rzeczywiste, b_j są jednakowego znaku.

Wiadomo także, że każdy wielomian stopnia większego niż 2 można przedstawić w postaci iloczynu pewnej liczby wielomianów stopnia drugiego. W przypadku nieparzystego stopnia jeden wielomian w iloczynie jest stopnia pierwszego.

Transmitancję daną wzorem (8/73) można zatem przedstawić następująco:

$$H(s) = \prod_{i=1}^{k} \frac{a_{2i}s^2 + a_{1i}s + a_{0i}}{b_{2i}s^2 + b_{1i}s + b_{0i}} = \prod_{i=1}^{k} H_i(s) \tag{8/74}$$

Współczynniki w tym wzorze muszą być rzeczywiste, a współczynniki mianownika muszą być ponadto jednakowego znaku. Zauważmy, że jeżeli licznik jest nieparzystego stopnia, to jeden ze współczynników a_{2i}, a jeżeli mianownik jest nieparzystego stopnia, to jeden ze współczynników b_{2i}, jest równy zero. Wzór (8/74) wskazuje, że zamiast projektować bezpośrednio układ o transmitancji $H(s)$, można zaprojektować oddzielnie k układów o bikwadratowych transmitancjach o postaci $H_i(s)$ i połączyć je kaskadowo, jak to pokazano na rys. 8/23.



8/23 Idea kaskadowej metody projektowania filtrów

Przykład 8/4. Zaprojektowć filtr o transmitancji

$$H(s)=H_0\frac{(2\pi\cdot 10^2)^2}{s^4+2\cdot 2\pi\cdot 10^2 s^3+[2(2\pi\cdot 10^3)^2+(2\pi\cdot 10^2)^2]s^2+2\cdot 2\pi\cdot 10^2(2\pi\cdot 10^3)^2 s+(2\pi\cdot 10^3)^4} \tag{P.8/4.1}$$

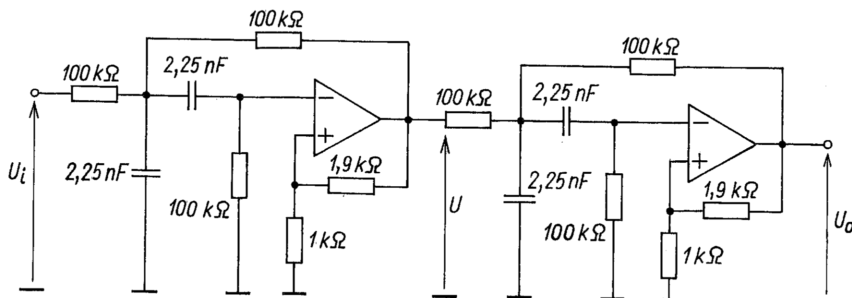
Jak widać, transmitancja jest czwartego stopnia. Można ją przedstawić w postaci iloczynu dwóch jednakowych transmitancji drugiego stopnia, a mianowicie

$$H(s) = \sqrt{H_0}\,\frac{2\pi\cdot 10^2}{s^2 + 2\pi\cdot 10^2 s + (2\pi\cdot 10^3)^2}\,\sqrt{H_0}\,\frac{2\pi\cdot 10^2}{s^2 + 2\pi\cdot 10^2 s + (2\pi\cdot 10^3)^2}$$

Z postaci przekształconej transmitancji wynika, że realizuje ją kaskadowe połączenie dwóch jednakowych transmitancji drugiego stopnia charakteryzujących się

$$f_0 = 10^3\,\mathrm{Hz} = 1\,\mathrm{kHz} \qquad \Delta f_{3dB} = 100\,\mathrm{Hz}$$

Wymagania te spełnia filtr zaprojektowany w przykł. 8/3. Schemat zaprojektowanego filtru realizującego transmitancję o postaci (P. 8/4.1) przedstawiono na rys. 8/24. □



8/24 Schemat filtru IV rzędu do przykł. 8/4

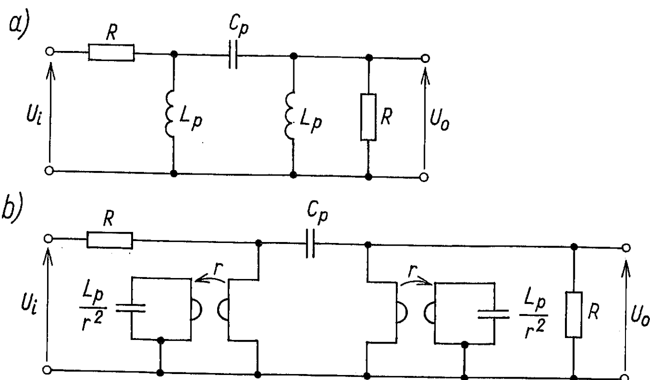
W przykładzie 8/4 trasmitancję IV stopnia można było łatwo przedstawić w postaci iloczynu transmitancji II stopnia. W ogólnym przypadku, zagadnienie sprowadza się do rozwiązania równania algebraicznego n-tego stopnia względem zmiennej zespolonej s, co wymaga stosowania komputera.

8.6.4 Metoda analogów indukcyjności

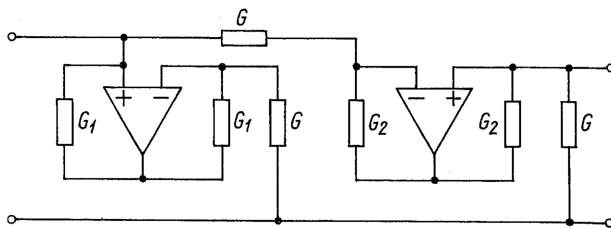
Metoda analogów indukcyjności polega na zastąpieniu w klasycznym filtrze pasywnym LC, cewek indukcyjnych ich aktywnymi analogami. Na rysunku 8/25a przedstawiono górnoprzepustowy filtr pasywny LC, a na rys. 8/25b jego realizację z żyratorowymi analogami indukcyjności. W rozdz. 2.2 wykazano, że żyrator obciążony pojemnością wykazuje właściwości takie, jak uziemiona cewka indukcyjna. Zgodnie ze wzorem (2/6), pojemność zapewniająca symulację indukcyjności L_p jest następująca:

$$C = \frac{L_p}{r^2} \tag{8/75}$$

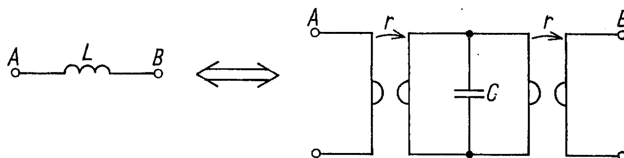
przy czym: r – rezystancja żyracji żyratora.



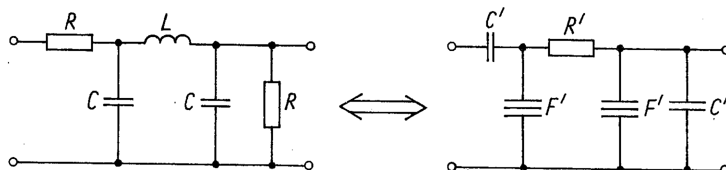
8/25 Dolnoprzepustowy filtr LC (a) i ten filtr z symulowanymi cewkami z użyciem żyratorów (b)



8/26 Realizacja żyratora z użyciem wzmacniaczy operacyjnych



8/27 Symulacja cewki indukcyjnej nieuziemionej z użyciem żyratorów



8/28 Filtr prototypowy LC (a), otrzymany po transformacji Brutona (b)

Żyrator można zbudować z dwóch wzmacniaczy operacyjnych, jak to pokazano na rys. 8/26. Do realizacji analogu indukcyjności uziemionej są zatem potrzebne dwa wzmacniacze operacyjne. W przypadku indukcyjności nieuziemionej jest konieczne użycie dwóch żyratorów (rys. 8/27), czyli czterech wzmacniaczy operacyjnych. W przypadku realizacji prostego filtru dolnoprzepustowego, przedstawionego na rys. 8/28, należałoby użyć czterech wzmacniaczy operacyjnych. Wielkości R, C i L (rys. 8/28a) są znormalizowaną rezystancją, pojemnością i indukcyjnością zgodnie ze wzorami:

$$\frac{Z_R}{R_n} = \frac{R_p}{R_n} = R \qquad \frac{Z_C}{R_n} = \frac{1}{sR_nC_p} = \frac{1}{sC} \qquad \frac{Z_L}{R_n} = \frac{sL_p}{R_n} = sL$$

$$R = \frac{R_p}{R_n} \qquad C = R_nC_p \qquad L = \frac{L_p}{R_n} \tag{8/76}$$

Rezystancja R jest bezwymiarowa, C i L mają wymiar czasu.

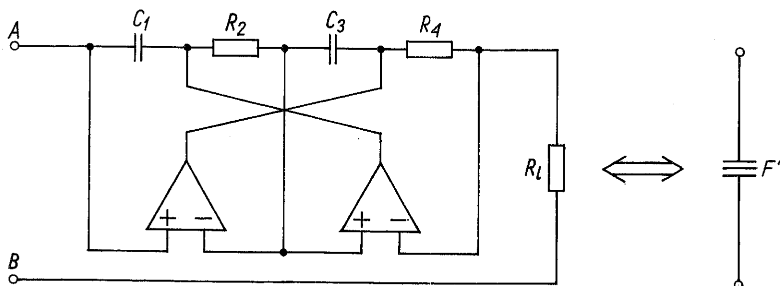
Z teorii obwodów wiadomo, że każda bezwymiarowa transmitancja np. transmitancja napięciowa nie ulegnie zmianie, jeżeli impedancje wszystkich elementów pomnoży się przez tę samą wielkość. Wymnóżmy znoramalizowane impedancje filtru z rys. 8/28a przez $1/s$, otrzymamy

$$\frac{R}{s} = \frac{1}{sC'} \qquad \frac{1}{s}sL = L = R' \qquad \frac{1}{s}\frac{1}{sC} = \frac{1}{s^2C} = \frac{1}{s^2F'}$$

$$C' = \frac{1}{R} = \frac{R_n}{R_p} \qquad R' = L = \frac{L_p}{R_n} \qquad F' = C = R_n C_p \tag{8/77}$$

Zauważmy, że rezystancja przekształciła się w pojemność, indukcyjność – w rezystancję, a pojemność w "dziwny" element nazywany *ujemną rezystancją zależną od częstotliwości* lub *ef-en-de-en-er* od skrótu *FNDNR* (ang. *frequency-dependent negative resistance*). Na rysunku 8/28b przedstawiono filtr po tej transformacji, nazywanej *transformacją Brutona.* Transmitancja tego przekształconego filtru jest taka sama, jak filtru prototypowego. Element FDNR można zrealizować z użyciem dwóch wzmacniaczy operacyjnych (rys. 8/29). Impedancję między zaciskami A – B określa wzór

$$Z = \frac{1}{s^2 F'} \qquad F' = \frac{C_1 R_2 C_3 R_4}{R_l} \tag{8/78}$$



8/29 Realzacja elementu FDNR

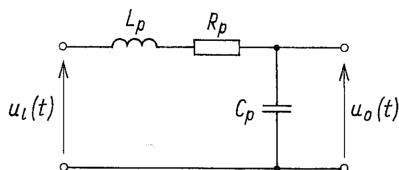
Transformacja Brutona i element FDNR uzupełniają metodę analogów indukcyjności, umożliwiając zmiejszenie liczby wzmacniaczy operacyjnych. W przypadku filtru z rys. 8/28a obie realizacje (żyratorowa i FDNR) prowadzą do tej samej liczby czterech wzmacniaczy operacyjnych. W przypadku filtrów wyższych rzędów, filtry górnoprzepustowe jest korzystniej realizować z użyciem żyratów, filtry dolnoprzepustowe – FDNR-ów.

Zaprezentowana metoda projektowania filtrów aktywnych RC sprowadza się właściwie do zaprojektowania analogów indukcyjności lub po transformacji Brutona – elementów FDNR. Prototyp RLC w przypadkach standardowych można znaleźć w dobrze opracowanych katalogach filtrów pasywnych LC.

8.6.5 Filtry typu „maszyna analogowa"

Opiszmy w dziedzinie czasu filtr przedstawiony na rys. 8/30. Prąd

$$i(t) = C_p \frac{du_o}{dt}$$



8/30 Prototyp filtru typu maszyna analogowa

wobec tego napięcie $u_i(t)$ można przedstawić następująco:

$$u_i(t) = L_p C_p \frac{d^2 u_o}{dt^2} + R_p C_p \frac{du_o}{dt} + u_o$$

Równanie to jest zwyczajnym, liniowym równaniem różniczkowym, o stałych współczynnikach. Przepiszmy je w następującej postaci:

$$L_p C_p \frac{d^2 u_o}{dt^2} = u_i - u_o - R_p C_p \frac{du_o}{dt} \qquad (8/79)$$

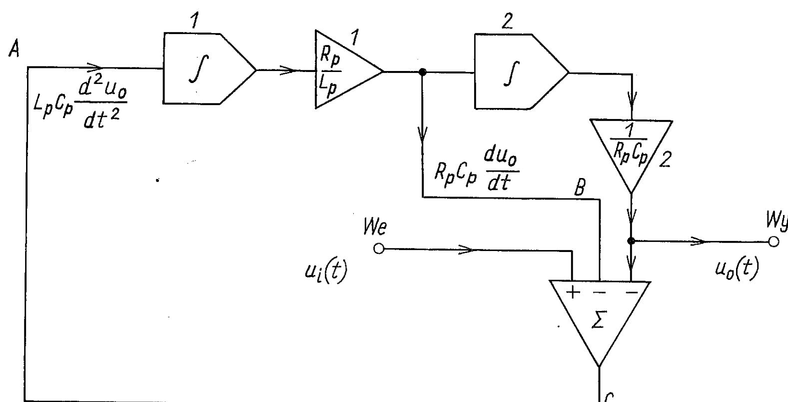
Zbudujmy maszynę analogową do rozwiązywania tego równania. Załóżmy, że w p. *A* (rys. 8/31) jest sygnał

$$L_p C_p \frac{d^2 u_o}{dt}$$

Po przejściu przez układ całkujący i wzmacniacz w p. *B* sygnał ma postać

$$R_p C_p \frac{du_o}{dt}$$

Po przejściu przez drugi układ całkujący i drugi wzmacniacz w p. *WY* sygnał jest równy $u_o(t)$.

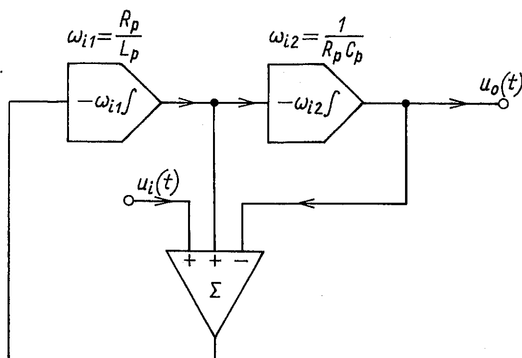


8/31 Maszyna analogowa do rozwiązywania równania różniczkowego danego wzorem (8/79)

Jeżeli na wejście *WE* sumatora poda się sygnał $u_i(t)$, to na wyjściu sumatora w p. *C* sygnał będzie sumą algebraiczną

$$u_i(t) - u_o(t) - R_p C_p \frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t}$$

i zgodnie z równaniem (8/79) jest równy sygnałowi w p. *A*. Punkty *C* i *A* są zatem tożsame. Na rysunku 8/31 przedstawiono maszynę analogową, wyspecjalizowaną do rozwiązywania równania (8/79). Po podaniu na wejście dowolnego sygnału, na wyjściu otrzymuje się odpowiedź, będącą rozwiązaniem równania różniczkowego (8/79). Należy wziąć pod uwagę, że integrator nie tylko całkuje, ale również odwraca fazę i wymnaża sygnał przez pulsację integratora (patrz wzór (8/30)). W tym sensie zmodyfikowaną maszynę analogową przedstawiono na rys. 8/32. Zauważmy: układ z rys. 8/32



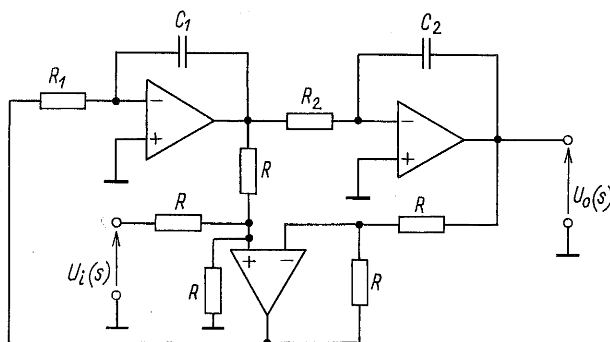
8/32 Modyfikacja układu z rys. 8/31

rozwiązuje, spełnia równanie (8/79), równanie (8/79) opisuje filtr RLC przedstawiony na rys. 8/30. Wniosek: układ z rys. 8/32 ma takie same właściwości, jak układ z rys. 8/30, jest zatem filtrem aktywnym RC o właściwościach prototypowego filtru RLC. Taki rodzaj filtrów aktywnych nazywa się filtrami typu „maszyna analogowa". Filtr – maszyna analogowa rozwiązuje oczywiście również równanie algebraiczne w dziedzinie pulsacji zespolonej *s*. Na podstawie rys. 8/32 utworzono filtr aktywny RC, przedstawiony na rys. 8/33. Związki elementów tego układu z elementami prototypu są następujące:

$$R_1C_1 = \frac{L_p}{R_p} \qquad R_2C_2 = R_pC_p \tag{8/80}$$

Transmitancja otrzymanego filtru ma postać:

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{\omega_{i1}\,\omega_{i2}}{s^2 + \omega_{i1}s + \omega_{i1}\omega_{i2}} = \frac{\omega_o^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \tag{8/81}$$



8/33 Filtr aktywny RC symulujący filtr LC z rys. 8/30

przy czym

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{i1}\omega_{i2}} = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \tag{8/82}$$

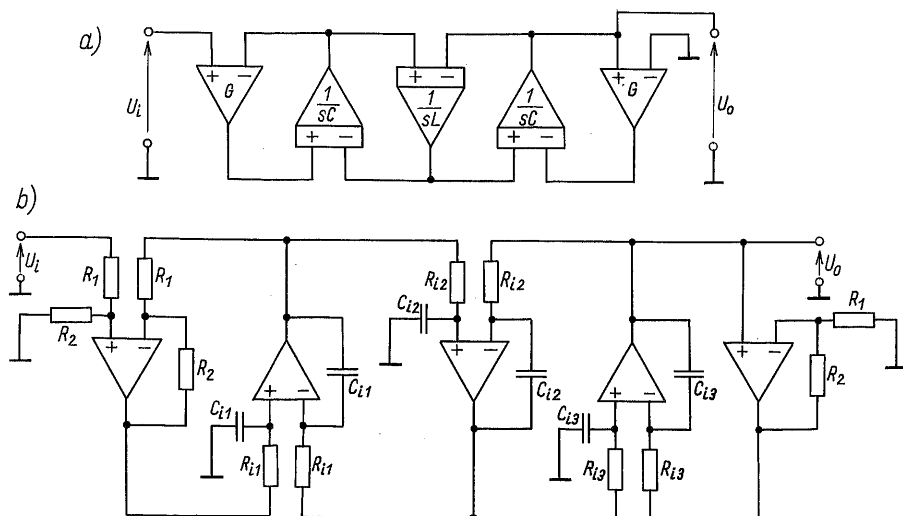
$$Q = \sqrt{\frac{\omega_{i2}}{\omega_{i1}}} = \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \tag{8/83}$$

Przedstawiona metoda syntezy filtrów aktywnych opiera się na symulacji prototypu RLC. Filtry typu maszyna analogowa syntezuje się też metodą zmiennych stanu, metodą rozwinięcia w ułamek łańcuchowy, a także metodą symulacji, przedstawioną w rozdz. 8.6.6.

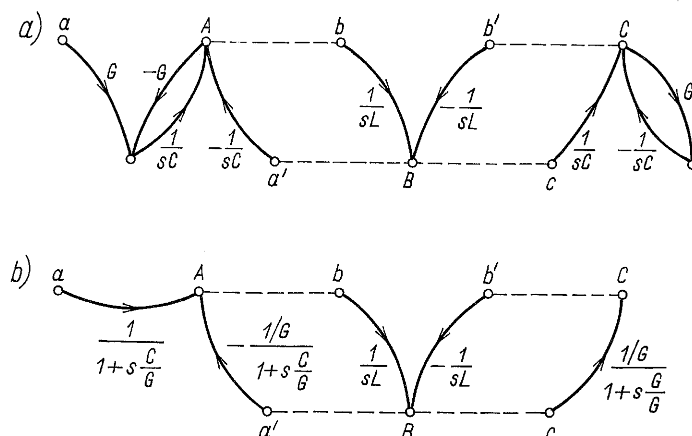
8.6.6 Metoda symulacji prototypu RLC

Najpowszechniej obecnie stosowaną metodą syntezy filtrów akywnych jest *metoda symulacji drabinkowego filtru RL C.* Zapewnia to zachowanie wrażliwościowych właściwości protoptypu w filtrze aktywnym, a ponadto umożliwia korzystanie z dobrze opracowanych katalogów filtrów RLC. Aktywna symulacja równań Kirchhoffa, opisujących filtr prototypowy, reprezentowanych przez sygnałowy graf przepływowy, prowadzi bezpośrednio do struktury syntezowanego filtru aktywnego.

W rozdziale 2.6.4 rozważono pasywny filtr RLC (rys. 2/40a) i otrzymano opis w postaci sygnałowego grafu przepływowego (rys. 2/40b). Sygnałowy graf przepływowy przedstawia strukturę poszukiwanego filtru aktywnego. Na podstawie grafu można narysować blokowy schemat filtru (rys. 8/34a) i szczegółowy schemat filtru (rys. 8/34b). Jak widać w układzie użyto trzy integratory różnicowe, jeden wzmacniacz różnicowy i jeden wzmacniacz nieodwracający fazy, w sumie pięć wzmacniaczy operacyjnych. Realizacja tego filtru (rys. 8/34b) nie jest minimalna ze względu na liczbę wzmacniaczy operacyjnych. Ich liczbę można zmniejszyć, przekształcając graf przedstawiony na rys. 2/40b. Zauważmy, że graf ten można rozdzielić na trzy podgrafy, jak to pokazano na rys. 8/35a. Pierwszy i trzeci podgraf, licząc od



8/34 Blokowy schemat symulacji filtru z rys. 2/53b (a), realizacja w postaci filtru aktywnego (b)

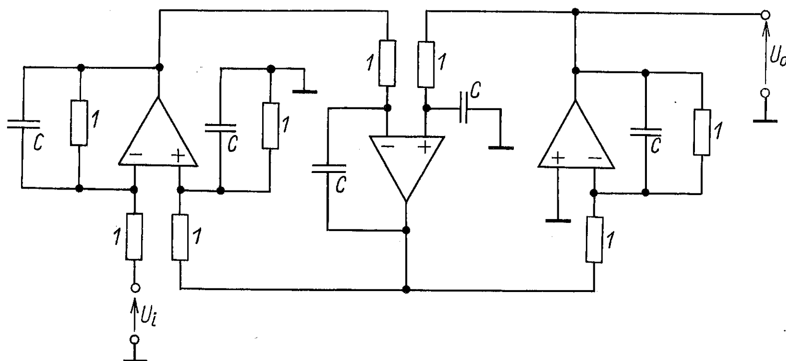


8/35 Graf filtru z rys. 8/34b (a), jego prostsza forma (b)

lewej, można zredukować do postaci przedstawionej na rys. 8/35b. Widać, że jest możliwa realizacja filtru z użyciem trzech wzmacniaczy operacyjnych. Realizacja ta (przy $G = 1$) jest przedstawiona na rys. 8/36.

8.6.7 Filtry C-przełączane

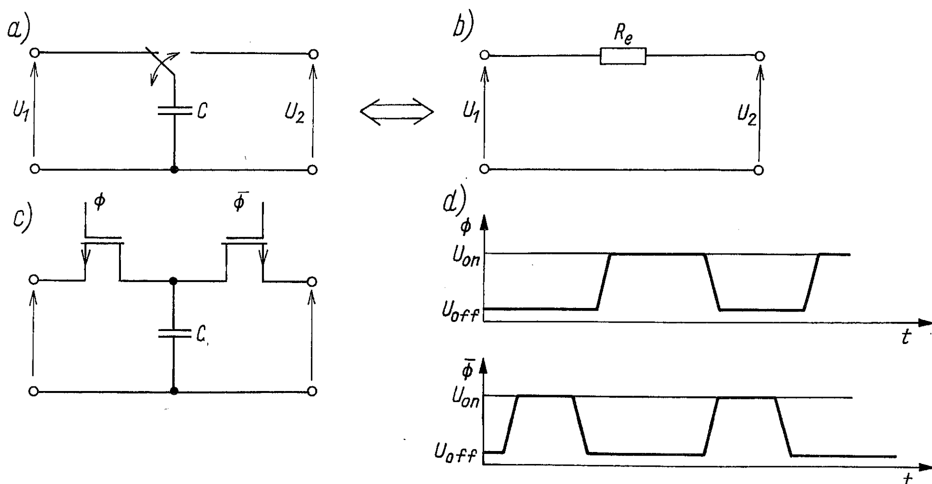
Dotychczasowe rozważania wykazały, że jest możliwa eliminacja cewek indukcyjnych z układów o charakterystykach pasmowych z zespolonymi biegunami. Pomimo to, przez wiele lat nie udawało się scalić filtrów aktywnych. W scalonych układach bipolarnych nie jest bowiem możliwa realizacja rezystancji i pojemności o wystarczająco dużych wartościach



8/36 Prostsza realizacja filtru z rys. 8/33

i dobrych parametrach. W układach hybrydowych, zarówno cienkowarstwowych, jak i grubowarstwowych, niemożliwe jest wytwarzanie elementów aktywnych. Technologia układów scalonych MOS zapewnia realizację tranzystorów i kondensatorów o zadawalających parametrach, jednak o małych wartościach pojemności. Do realizacji aktywnych filtrów RC jest niezbędny zbiór elementów: *R*, *C*, element aktywny. Aby stała się możliwa realizacja filtrów aktywnych RC w technologii MOS jest konieczne dysponowanie rezystorami o dużych wartościach rezystancji.

Rozważmy przełączaną pojemność, przedstawioną na rys. 8/37a. Jeżeli klucz jest w lewej pozycji (tak jak na rys. 8/37a), to pojemność jest naładowana do napięcia U_1. Przełączenie klucza do prawej pozycji spowoduje przeładowanie się pojemności do napięcia U_2. W każdym cyklu przełączania klucza, od zacisku *A* do zacisku *B* jest przenoszony ładunek elektryczny ΔQ określony wzorem



8/37 Przęłączana pojemność równoważna rezystancji (a, b), realizacja przełączania (c), impulsy przełączające (d)

$$\Delta Q = C(U_1 - U_2) = C\Delta U \tag{8/84}$$

Jeżeli klucz jest przełączany sygnałem o częstotliwości przełączania f_p i okresie T, to prąd płynący od zacisku A do B można wyrazić następująco:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{T} = f_p C \Delta U \tag{8/85}$$

Prąd płynący przez rezystancję R_e (rys. 8/37b)

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R_e} = \frac{1}{R_e}\Delta U$$

Z porównania tego wzoru ze wzorem (8/85) wynika

$$R_e = \frac{1}{f_p C} = \frac{T}{C} \tag{8/86}$$

Jeżeli rozważa się pojemność przełączaną z rys. 8/37a dla sygnałów o częstotliwościach $f_1 \ll f_p$ i jeżeli między zaciskami A i B a masą, rezystancja jest równa zero, to można ją uważać za rezystancję o wartości danej wzorem (8/86). Na rysunku 8/37c pokazno prostą realizację przełączania pojemności w układzie scalonym MOS. Tranzystory MOSFET z kanałem n pracują jako klucze, zwierane i rozwierane na przemian, dzięki sterowaniu przez impulsy zegarowe (rys. 8/37d).

Zauważmy dwie fundamentalne właściwości przęłączanej pojemności w układzie scalonym MOS. Mianowicie:

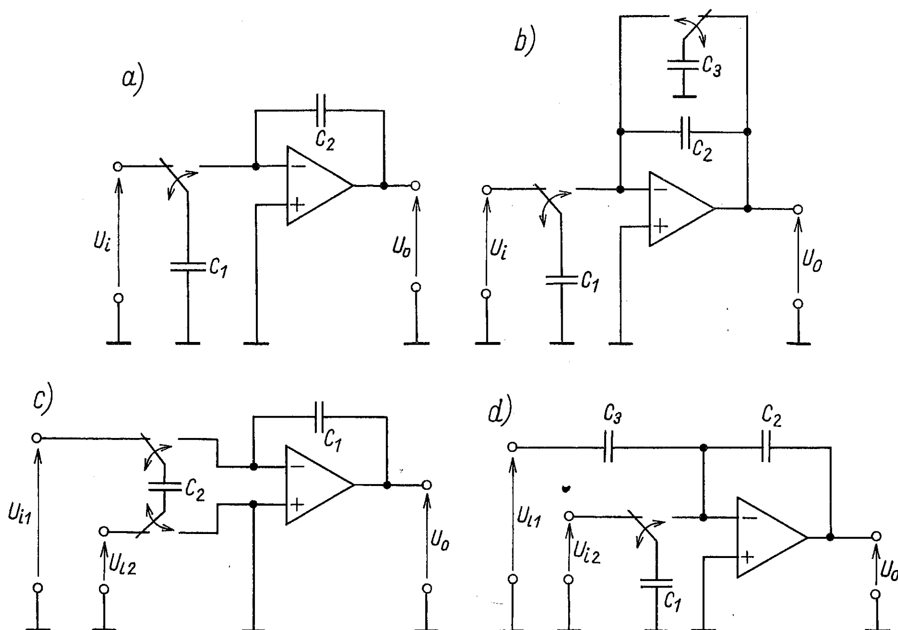
– o właściwościach częstotliwościowych filtrów aktywnych RC decyduje stała czasowa RC, która w przypadku przełączanej pojemności jest następująca:

$$R_e C_i = \frac{C_i}{C}\frac{1}{f_p} = \frac{C_i}{C}T \tag{8/87}$$

przy czym C_i – nieprzłączana pojemność integratora, zależy zatem od stosunku pojemności, a ten w technologii MOS można uzyskać z dokładnością 0,1 ... 0,5%

– dla uzyskania dużej stałej czasu wystarcza uzasadniona ekonomicznie mała pojemność (do100 pF) np. przy częstotliwości przełączania $f_p = 100\,\text{kHz}$ i pojemności $C = 10\,\text{pF}$ otrzymuje się, zgodnie ze wzorem (8/86), $R_e = 10\,\text{M}\Omega$.

Na rysunku 8/38a przedstawiono integrator C-przełączane. Zakładając $\omega \ll \omega_p$, na podstawie wzorów (8/32) i (8/86), transmitancję napięciową integratora można przedstawić następująco:



8/38 Układy C-przełączane: a) integrator, b) integrator stratny, c) integrator różnicowy, d) integrator zmodyfikowany

$$\frac{U_o}{U_i} = -\frac{C_1}{sC_2}f_p = -\frac{\omega_i}{s} \tag{8/88}$$

przy czym ω_i – pulsacja integratora dana wzorem

$$\omega_i = \frac{C_1}{C_2}f_p \tag{8/89}$$

Na rysunku 8/38b-d przedstawiono integrator stratny, integrator różnicowy i integrator zmodyfikowany. Transmitancja integratora stratnego jest następująca:

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{C_1}{C_2}\,\frac{1}{1 + sC_1/f_pC_2} \tag{8/90}$$

Napięcie wyjściowe integratora różnicowego można przedstawić w postaci:

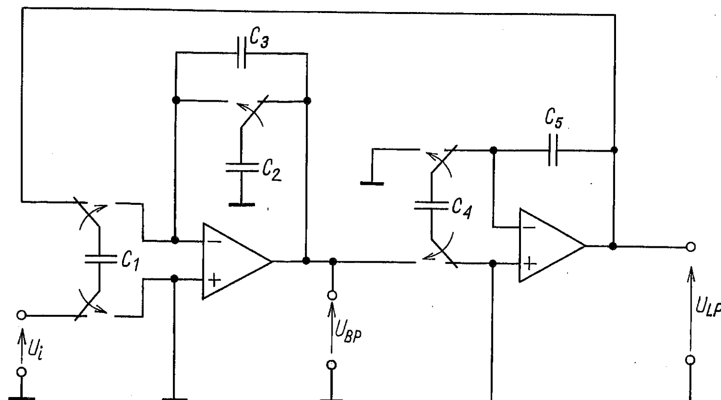
$$U_o = -\frac{f_pC_2/C_1}{s}(U_{i1} - U_{i2}) \tag{8/91}$$

a napięcie integratora zmodyfikowanego następująco:

$$U_o = -\frac{f_pC_2/C_1}{s}U_{i2} - \frac{C_3}{C_2}U_{i1} \tag{8/92}$$

Jeżeli respektuje się nierówność $f \ll f_p$, to filtr C-przełaczane, można otrzymać z filtru RC zastępując klasyczne integratory, wzmacniacze, sumatory itd, odpowiednikami C-przełączane.

Na rysunku 8/39 przedstawiono, otrzymany metodą symulacji prototypu z rys. 8/30, filtr aktywny C-przełączane.



8/39 Przykład filtru C-przełączane

Filtry C-przełączane nie pracują w czasie ciągłym, lecz z próbkowaniem sygnałów. Jak wiadomo z teorii sygnałów, prowadzi to do powstania obok widma podstawowego, od zera do pewnej pulsacji odcięcia ω_0, widm pasożytniczych wokół pulsacji przełączania i jej harmonicznych, o szerokości $2\omega_C$. Aby możliwe było wydobycie informacji, jest konieczne zapobieżenie nakładaniu się widm, czyli zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu

$$\omega_p > 2\omega_C \tag{8/93}$$

W ogólnym przypadku, gdy pulsacja sygnału ma spełniać jedynie warunek (8/93), jest konieczne zastosowanie dwóch dodatkowych filtrów dolnoprzepustowych: filtru antyaliasingowego, ograniczającego widmo sygnału w celu spełnienia zależności (8/93) oraz filtru rekonstrukcyjnego, tłumiącego widma pasożytnicze. Jest to oczywista wada filtrów C-przełączane, pomimo, że te dodatkowe filtry są na ogół znacznie prostsze niż filtr zasadniczy. Jeżeli jest spełniony warunek

$$\omega < \omega_C \ll \omega_p \tag{8/94}$$

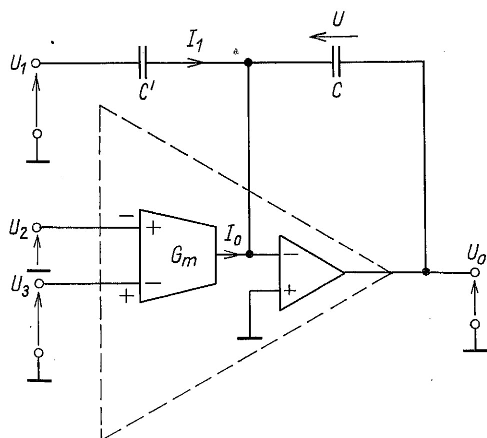
to filtry te nie są konieczne, wymaga to jednak dużej pulsacji przełączania lub ograniczenia widma sygnałów do małych pulsacji.

Zaprezentowany opis filtrów C-przełączane jest przybliżeniem słusznym przy spełnionym warunku (8/94). W przypadku, gdy pulsacja przełączania jest niewiele większa niż pulsacja sygnału użytecznego, jest konieczne zastosowanie w opisie transformacji Z, co wykracza poza ramy tej książki.

8.6.8 Filtry C pracujące w czasie ciągłym

Wady filtrów C-przełączane, sprawiły, że rozwija się nowy kierunek realizacji w pełni scalonych filtrów aktywnych, nazywanych *filtrami C pracującymi w czasie ciągłym.*

Na rysunku 8/40 przedstawiono układ integratora i wzmacniacza C pracującego w czasie ciągłym. We wzmacniaczu operacyjnym, obwiedzionym linią przerywaną, wyodrębniono dwa stopnie: stopień wzmacniacza transkonduktancyjnego i wyjściowy wzmacniacz napięciowy oraz wyprowadzono na zewnątrz zacisk łączący oba stopnie. Tak niewiele zmodyfikowany, wzmacniacz operacyjny, z dołączonymi pojemnościami (rys. 8/40), umożliwia uzyskanie bardzo interesujących właściwości.



8/40 Integrator i wzmacniacz C pracujący w czasie ciągłym

Zakładając idealność obu stopni, wyznaczmy prądy I_1 i I_o, mianowicie

$$I_1 = sC'U_1 \qquad I_o = G_m(U_2 - U_3)$$

Przez pojemność C płynie suma tych prądów, powodując spadek napięcia określony wzorem

$$U = \frac{C'}{C}U_1 + \frac{G_m}{sC}(U_2 - U_3)$$

Napięcie to ze znakiem minus jest wyjściowym napięciem układu, a mianowicie

$$U_o = -U = -\frac{C'}{C}U_1 + \frac{G_m}{sC}(U_3 - U_2) \qquad (8/95)$$

Jeśli oznaczymy

$$K = \frac{C'}{C} \qquad \omega_i = \frac{G_m}{C} \qquad (8/86)$$

to otrzymamy ostatecznie

$$U_o = -KU_1 + \frac{\omega_i}{s}(U_3 - U_2) \qquad (8/97)$$

Zauważmy, że układ z rys. 8/40 jest integratorem różnicowym i jednocześnie wzmacniaczem odracającym fazę. Co więcej, pulsacja integratora jest stosunkiem transkonduktancji wzmacniacza transkonduktancyjnego i pojemności. Uzyskuje się całkowanie bez użycia rezystora i bez przełączania pojemności. Ważne jest również to, że jest możliwe dostrojenie transkonduktancji do żądanej wartości, zapewniającej wymaganą pulsację integratora, przez regulację prądu pary różnicowej. Wzmocnienie napięciowe układu jest stosunkiem pojemności, a ten, jak wiadomo, może być uzyskiwany z dokładnością 0,1 ... 0,5%.

W rozdziałach 8.6.5 i 8.6.6 omówiono filtry aktywne RC, w których można oczywiście zastosować integrator z rys. 8/40 i otrzymać tym samym filtry aktywne C pracujące w czasie ciągłym.

Na rysunku 8/41 przedstawiono uniwersalny filtr aktywny C pracujący w czasie ciągłym z użyciem układu z rys. 8/40. Uniwersalność filtru polega na tym, że jeden układ realizuje jednocześnie filtr dolno-, górno- i środkowoprzepustowy.

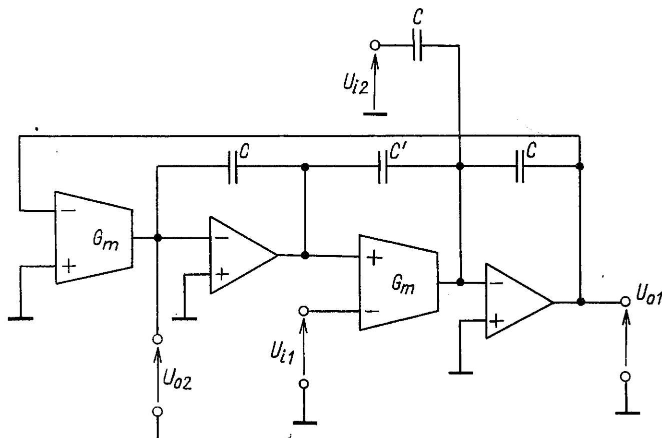
Oprócz transkonduktancyjnych filtrów C pracujących w czasie ciągłym, realizuje się również filtry rezystancyjne. Funkcję rezystancji spełnia tranzystor MOSFET, pracujący w obszarze triodowym. Specjalne połączenia tranzystorów umożliwiają uzyskanie zadowalającej liniowości.

8.6.9 Wrażliwość filtrów aktywnych

Duże znaczenie wrażliwości do oceny jakości układów elektronicznych wykazaliśmy w rozdz. 6.5 opierając się na jednoparametrowej wrażliwości pierwszego rzędu (wzór 6/8). Wskazuje to wyraźnie wzór (6/9), wiążący względne zmiany funkcji układowej z względnymi zmianami wartości elementu. Z tego wzoru wynika, że im jest mniejsza wrażliwość, tym są mniejsze zmiany funkcji układowej przy ustalonych zmianach wartości elementu.

Kryteria wrażliwościowe nabierają dużego znaczenia w przypadku układów mikroelektronicznych. Ograniczone możliwości dostrajania elementów w układach scalonych wymuszają rozwiązania układowe o bardzo małych wrażliwościach.

Filtry aktywne są klasą układów, dla której mała wrażliwość funkcji układowej i jej parametrów na zmiany wartości elementów jest szczególnie istotna. Wynika to z wymaganych bardzo małych tolerancji przebiegu charakterystyk częstotliwościowych, a pośrednio parametrów tych charakterystyk, jak np. pasmo, częstotliwości graniczne, tłumienie, czy też dobroć oraz częstotliwość zer i biegunów transmitancji filtru.



8/41 Przykład filtru C pracującego w czasie ciągłym

Po przekształceniu wzoru (6/8)

$$S_e^{|H|} = \frac{\mathrm{d} \ln |H|}{\mathrm{d} \ln e} + \mathrm{j} \frac{\mathrm{d} \arg H}{\mathrm{d} \ln e} = S_e^{|H|} + \mathrm{j} (\arg H) S_e^{\arg H} \tag{8/98}$$

zauważmy, że

wrażliwość transmitancji filtru można badać wyznaczając wrażliwości modułu i argumentu transmitancji. W teorii filtrów wykazano, że wrażliwości te można wyrazić przez wrażliwości dobroci oraz pulsacji zer i biegunów transmitancji.

Badając wpływ pary biegunów zespolonych o dużej dobroci na transmitancję można wykazać, że

$$\frac{\mathrm{d}|H|}{|H|} \cong \frac{-\sigma_p \mathrm{d}\sigma_p + (\omega - \omega_p)\mathrm{d}\omega_p}{\sigma_p^2 + (\omega - \omega_p)^2}$$

$$\mathrm{d} \arg H \cong \frac{\sigma_p \mathrm{d}\omega_p + (\omega - \omega_p)\mathrm{d}\sigma_p}{\sigma_p^2 + (\omega - \omega_p)^2} \tag{8/99}$$

przy czym: σ_p i ω_p – część rzeczywista i urojona bieguna. Zgodnie z wzorami (8/66), (8/67), po uwzględnieniu, że dla $Q >> 1$, $\omega_0 \cong \omega_p$, otrzymuje się

$$\frac{\mathrm{d}|H|}{|H|} \cong -\frac{\mathrm{d}\sigma_p}{\sigma_p} = \frac{\mathrm{d}Q}{Q} - \frac{\mathrm{d}\omega_0}{\omega_0} \qquad \mathrm{d}(\arg H) \cong 2Q \frac{\mathrm{d}\omega_0}{\omega_0} \tag{8/100}$$

dla $\omega = \omega_0$ oraz

$$\frac{d|H|}{|H|} \cong \frac{1}{2}\frac{dQ}{Q} \pm Q\frac{d\omega_0}{\omega_0} \qquad d(\arg H) = \mp\frac{1}{2}\frac{dQ}{Q} + Q\frac{d\omega_0}{\omega_0} \tag{8/101}$$

dla $\omega = \omega_0 \mp \frac{B_{3dB}}{2}$.

Wzory (8/100) i (8/101) wskazują, że zmiany modułu i argumentu transmitancji zależą od dobroci i pulsacji biegunów. Dobroć i pulsacja biegunów zależy natomiast od wartości elementów filtru.

Na podstawie wyników badań wrażliwości dobroci i pulsacji biegunów na zmiany wartości elementów można zatem wnioskować o wrażliwości transmitancji filtru.

Ze wzorów (8/100) wynika, że dla pulsacji równej pulsacji bieguna zmiany fazy transmitancji są proporcjonalne do dobroci i względnych zmian pulsacji bieguna.

Wzory (8/101) wskazują, że

przy odstrojeniu trzydecybelowym, zarówno moduł, jak i faza transmitancji są $2Q$-krotnie bardziej wrażliwe na zmiany pulsacji niż dobroci bieguna.

Reasumując powyższe można stwierdzić, że jednym z kryteriów oceny wrażliwości transmitancji filtru może być wrażliwość dobroci i pulsacji biegunów na zmiany wartości elementów, przy czym istotniejsze jest minimalizowanie wrażliwości pulsacji bigunów.

Zauważmy, że wzory (8/100) i (8/101), w przypadku filtrów II rzędu, wiążą zmiany modułu i fazy transmitancji II stopnia z dobrocią i pulsacją środkową filtru.

Zbadajmy wrażliwość transmitancji środkowoprzepustowego filtru II rzędu Sallen'a-Keya na krańcach trzydecybelowego pasma przenoszenia.

Korzystając z definicji wrażliwości danej wzorem (6/8), wzór (8/101) można przedstawić następująco:

$$\frac{\Delta|H|}{|H|} \cong \left(\frac{1}{2}S_e^Q \pm QS_e^{\omega_0}\right)\frac{\Delta e}{e} \qquad \Delta \arg H \cong \left(\mp\frac{1}{2}S_e^Q + QS_e^{\omega_0}\right)\frac{\Delta e}{e} \tag{8/102}$$

Dobroć i pulsację środkową tego filtru określają wzory (8/72). Na podstawie definicji (6/8) otrzymuje się

$$S_K^Q = \frac{1}{(3-K)^2}\frac{K}{Q} = KQ \qquad S_R^{\omega_0} = S_C^{\omega_0} = -1 \tag{8/103}$$

Jak wynika ze wzorów (8/103) największa, szczególnie dla dużych wartości dobroci, jest wrażliwość dobroci na zmianę wzmocnienia wzmacniacza.

Po podstawieniu wyznaczonych wrażliwości do wzorów (8/102) otrzymuje się na krańcach pasma trzydecybelowego

$$\frac{\Delta|H|}{|H|} = \frac{1}{2}KQ\frac{\Delta K}{K} \qquad \frac{\Delta|H|}{|H|} = \pm Q\frac{\Delta R}{R} = \pm Q\frac{\Delta C}{C}$$

$$\Delta \arg H = \mp\frac{1}{2}KQ\frac{\Delta K}{K} \qquad \Delta \arg H = -Q\frac{\Delta R}{R} = -Q\frac{\Delta C}{C} \qquad (8/104)$$

Zarówno względne zmiany modułu, jak i bezwzględna zmiana fazy transmitancji są proporcjonalne do dobroci filtru.

Filtry Sallen'a-Keya nie nadają się zatem do realizacji dużych dobroci. Znacznie lepsze właściwości wrażliwościowe mają filtry otrzymane na podstawie symulacji prototypu RLC. Zachowują one w przybliżeniu właściwości prototypu

i charakteryzują się w pasmie przenoszenia wrażliwością modułu bliską zero.

8.7 PODSUMOWANIE

Wzmacniacze operacyjne są szeroko stosowane do realizacji układów liniowych i nieliniowych.

W zakresie małych częstotliwości układy z wzmacniaczami operacyjnymi prawie całkowicie zastąpiły klasyczne rozwiązania układowe. Ważne zastosowanie wzmacniaczy operacyjnych to wzmacniacze dolnoprzepustowe, w tym wzmacniacze różnicowe i wtórnik o znacznie lepszych właściwościach niż wtórniki emiterowe i źródłowe.

Za pomocą wzmacniaczy operacyjnych realizuje się liniowe operacje matematyczne: sumowanie, całkowanie i różniczkowanie. Realizuje się także integratory i układy różniczkujące stratne oraz sumatory całkujące i różniczkujące.

Szczególną klasą układów, budowaną ze wzmacniaczy operacyjnych, są filtry aktywne, realizujące charakterystyki pasmowe o biegunach zespolonych bez użycia indukcyjności. Tworzy się je jako filtry aktywne RC, filtry C-przełączane i filtry C pracujące w czasie ciągłym. Ostatnie dwa rodzaje filtrów wykonuje się w postaci scalonych układów MOS.

Ważnym kryterium oceny jakości filtrów aktywnych jest wrażliwość transmitancji na zmiany wartości elementów. Wrażliwość tę można badać poprzez wrażliwość dobroci i pulsacji biegumów transmitancji. Najlepsze właściwości wrażliwościowe mają filtry otrzymane w wyniku symulacji drabinkowego filtru RLC.

LITERATURA

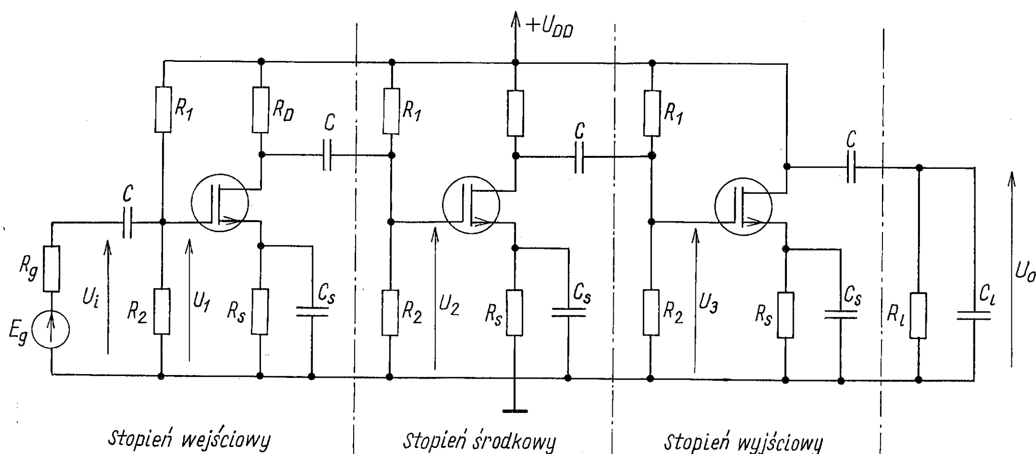
1. Białko M., Guziński A., Sieńko W., Zurada J.: *Filtry aktywne RC*. WNT, Warszawa 1979.
2. Graeme J.G., Tobey G.E., Huelsman L. P.: *Operational amplifiers design and application*. Mc Graw-Hill Company, New York 1971.
3. Grebene A.B.: *Bipolar and MOS analog integrated circuit design*. John Wiley and Sons, New York 1984.
4. Heinlein W.E., Holmes W.H.: *Active filters for integrated circuits*. R. Oldenbourg Verlag, Munchen Wien 1974.
5. Natarajan S.: *Theory and design of linear active network*. Macmillan Publishing Company, New York 1987.
6. Tsividis Y., Antognetti P.: *Design of MOS VLSI circuits for telecommunications. Prentice-Hall.* Inc., New Jersey 1985.

9

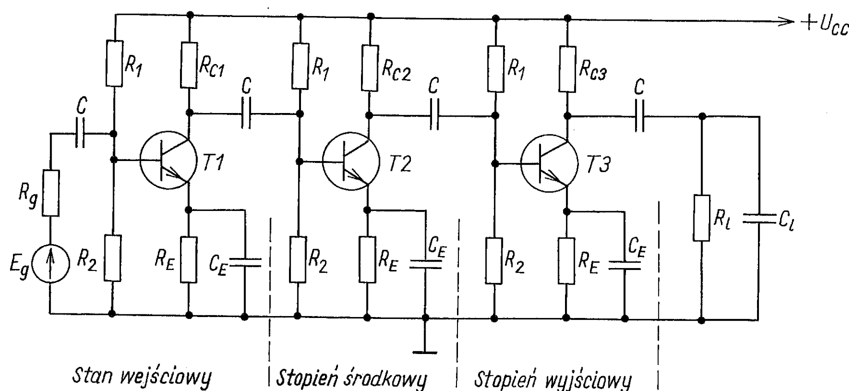
WZMACNIACZE SZEROKOPASMOWE

9.1 WPROWADZENIE

Wzmacniacze o międzystopniowym sprzężeniu pojemnościowym, są nazywane wzmacniaczami RC. Jak to pokazano na rys. 9/1 i 9/2, do ich budowy obok tranzystorów, stosowane są rezystory i kondensatory. Cechą charakterystyczną są pojemności łączące dwa sąsiednie stopnie, stopień wzmacniacza z generatorem sygnału wejściowego lub z obciążeniem. Pojemności te nazywane *sprzęgającymi* separują składowe stałe dwóch sąsiednich stopni wzmacniacza. Bezpośrednie połączenie tych stopni doprowadziłoby do zrównania się obu napięć i zmniany punktów pracy obu tranzystorów. Podobny wpływ na punkty pracy wywarłoby bezpośrednie dołączenie do wzmacniacza generatora sygnału czy obciążenia.



9/1 Schemat ideowy trójstopniowego wzmacniacza RC z tranzystorami MOSFET



9/2 Schemat ideowy trójstopniowego wzmacniacza RC z tranzystorami bipolarnymi

Pojemności sprzęgające, uniemożliwiają przedostowanie się napięcia stałego do obciążenia. Intuicja podpowiada, że wraz z wzrostem częstotliwości sygnał o ustalonej amplitudzie na wejściu, na wyjściu narasta, a następnie maleje wskutek oddziaływania pojemności pasożytniczych tranzystora i układu. Wynika stąd, że

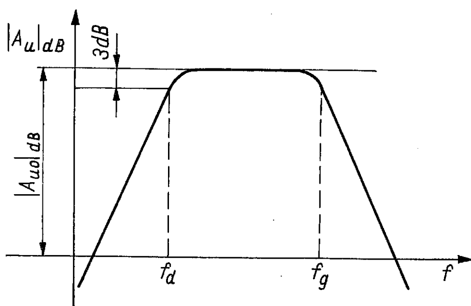
wzmacniacze RC są wzmacniaczami środkowoprzepustowymi.

Stosuje się je jako wzmacniacze napięciowe, szerokopasmowe, co można uzasadnić niefektywnością realizacji charakterystyk wąskopasmowych w klasie elementów: tranzystor-*R*-*C*, bez użycia sprzężenia zwrotnego.

Właściwości tych wzmacniaczy najlepiej określa *częstotliwościowa charakterystyka amplitudowa* czyli *charakterystyka modułu transmitancji napięciowej wzmacniacza.* Jest to zwykle wzmocnienie napięciowe lub skuteczne wzmocnienie napięciowe (patrz rozdz. 2.6.3). Przykładową charakterystykę modułu wzmocnienia w funkcji częstotliwości prezentuje rys. 9/3. Zaznaczono na niej maksymalną wartość modułu wzmocnienia nazywanego wzmocnieniem w środku pasma A_{u0} oraz trzydecybelowe częstototliwości dolną f_d i górną f_g. Różnicę:

$$\Delta f_{3dB} = f_g - f_d \tag{9/1}$$

nazywa się *trzydecybelowym pasmem wzmacniacza.*



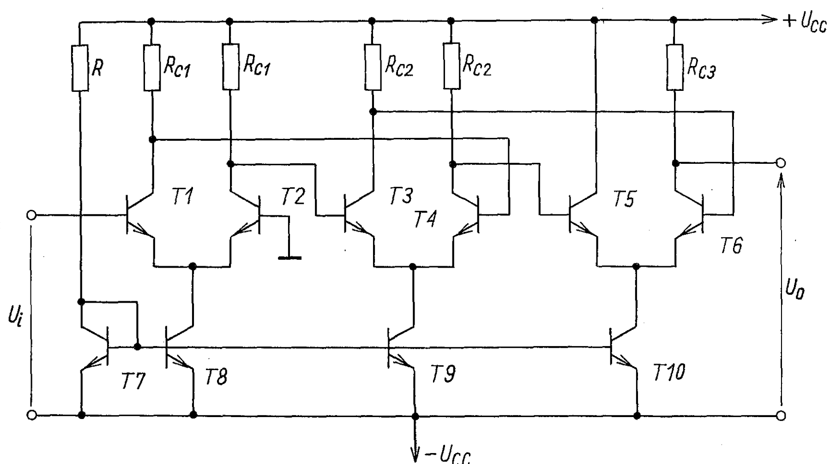
9/3 Częstotliwościowa charakterystyka modułu wzmocnienia wzmacniacza RC

Niekiedy wprowadza się pojęcie *częstotliwości środkowej wzmacniacza*, którą to częstotliwość definiuje się następująco:

$$f_0 = \sqrt{f_d f_g} \tag{9/2}$$

Charakterystykę modułu wzmocnienia przedstawia się również w funkcji pulsacji.

Alternatywnym rozwiązaniem do wzmacniaczy RC małych częstotliwości są wzmacniacze budowane ze wzmacniaczy operacyjnych (patrz rozdz. 8.2), a w zakresie średnich i wielkich częstotliwości – szerokopasmowe wzmacniacze scalone. Na rysunku 9/4 przedstawiono wielostopniowy szerokopasmowy wzmacniacz scalony, który składa się z kaskady wzmacniaczy różnicowych. Brak sprzężenia pojemnościowego między stopniami wskazuje, że wzmacniacz ten jest wzmacniaczem dolnoprzepustowym. Jego charakterystyka modułu wzmocnienia jest jakościowo podobna do charakterystyki wzmacniacza operacyjnego, przedstawionej na rys. 7/28. Podobnie, jak w przypadku wzmacniaczy prądu stałego, istotne jej parametry to: wzmocnienie dla napięcia stałego A_{u0} i trzydecybelowa częstotliwość górna f_g równa trzydecybelowemu pasmu wzmacniacza.



9/4 Trójstopniowy szerokopasmowy wzmacniacz scalony

Wzmacniacze RC, niegdyś stosowane powszechnie, coraz częściej są zastępowane, w zakresie częstotliwości akustycznych – wzmacniaczami budowanymi z użyciem wzmacniaczy operacyjnych, a w zakresie wyższych częstotliwości przez wzmacniacze scalone.

Wzmacniacze budowane ze wzmacniaczy operacyjnych i wzmacniacze RC małych częstotliwości są stosowane w torach akustycznych odbiorników i nadajników telekomunikacyjnych, w akustycznych urządzeniach wzmacniających.

Wzmacniacze RC i scalone wzmacniacze szeokopasmowe są stosowane jako wzmacniacze szerokopasmowe średnich i wielkich częstotliwości, jak np. wzmacniacze wizyjne, w odbiornikach TV, w urządzeniach anten zbiorczych i satelitarnych.

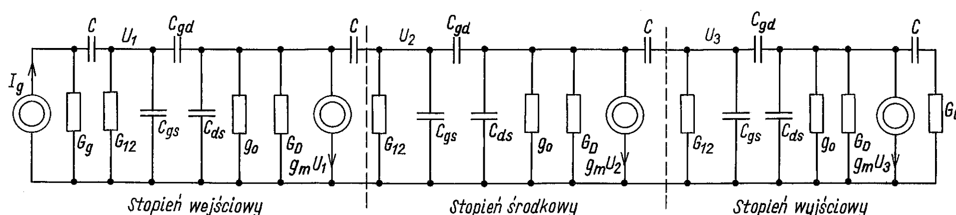
Szerokopasmowe wzmacniacze w.cz. charakteryzują się szerokim pasmem, płaską charakterystyką modułu wzmocnienia w pasmie z wymaganą tolerancją, a ponadto określonym tłumieniem sygnału poza pasmem przenoszenia, dużą dynamiką i małymi szumami. Na ogół wzmocnienie tych wzmacniaczy jest nieduże ok. 20...30 dB. Podstawową regułą projektowania szerokopasmowych wzmacniaczy w.cz. jest stosowanie tranzystorów o częstotliwości f_T 5...10 razy większej niż przewidywane trzydecybelowe pasmo wzmacniacza.

9.2 WZMACNIACZE RC

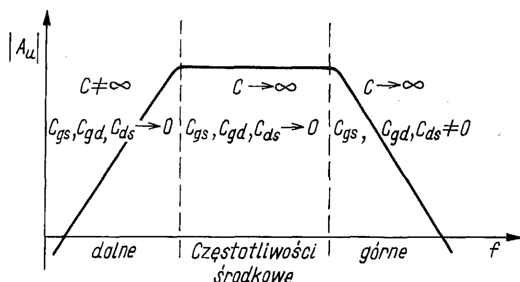
9.2.1 Schematy zastępcze wzmacniacza RC w zakresie dolnych, środkowych i górnych częstotliwości

Rozważmy wielostopniowy stopień wzmacniacza RC w układzie wspólnego źródła, przedstawiony na rys. 9/1. Zauważmy, że można wyróżnić trzy rodzaje stopni wzmacniających. *Stopień wejściowy*, sterowany z genaratora sygnału i obciążony następnym stopniem, *stopień środkowy*, sterowany z poprzedniego i obciążony następnym oraz *stopień wyjściowy* sterowany z poprzedniego i obciążony obciążeniem zewnętrznym. Stopnie te zaznaczono pionowymi liniami przerywanymi na rys. 9/1. Pojemność C_S ma za zadanie zwarcie źródła tranzystora do masy w pasmie przenoszenia wzmacniacza, aby wpływ na właściwości częstotliwościowe wywierały jedynie pojemności C i pasożytnicze pojemności tranzystora. Układ pracuje wtedy w konfiguracji wspólnego źródła. Przy tym założeniu, zwierając zasilanie i pojemność C_S oraz w miejsce tranzystora wprowadzając jego małosygnałowy schemat zastępczy (rys. 2/27) otrzymuje się schemat zastępczy (rys. 9/5), słuszny w tym zakresie częstotliwości, w którym pojemność C_S można uważać za zwarcie.

W celu ułatwienia analizy obwodu, można zamiast tym schematem zastępczym posłużyć się trzema słusznymi tylko dla części zakresu częstot-

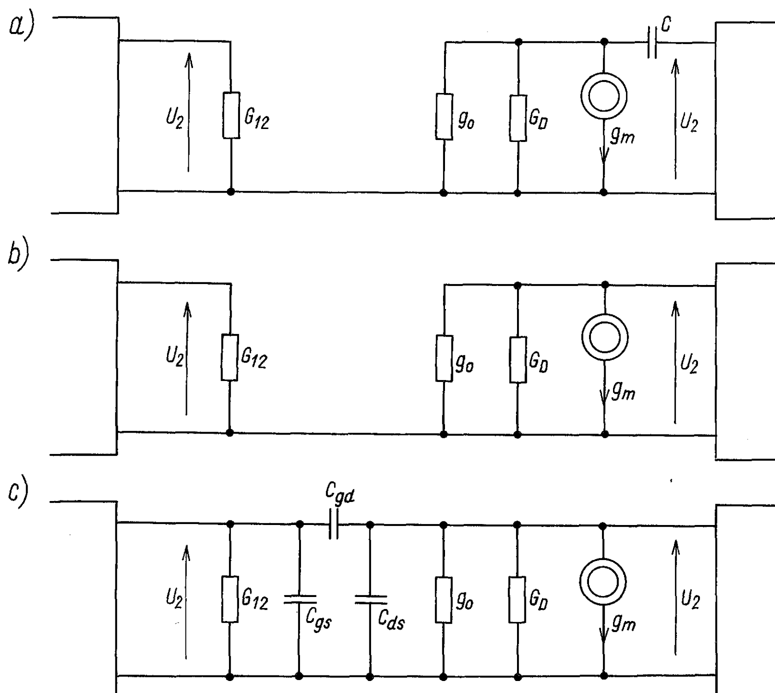


9/5 Małosygnałowy schemat zastępczy wzmacniacza z rys. 9/1



9/6 Podział charakterystyki wzmacniacza RC na zakresy: dolnych, środkowych i górnych częstotliwości

liwości, w którym przyjmuje się, że pojemność C_S stanowi sobą zwarcie. Podział na zakres dolnych, środkowych i górnych częstotliwości pokazano na rys. 9/6. Zakres dolnych częstotliwości charakteryzuje się tym, że można zaniedbać pojemności psożytnicze tranzystora, gdyż moduły ich impedancji są bardzo duże, pojemności te można uważać za rozwarcie. Impedancja pojemności sprzęgających jest skończona i zależy od częstotliwości. W zakresie częstotliwości środkowych nadal pojemności pasożytnicze można zaniedbać, natomiast impedancja pojemności sprzęgających staje się bliska zera i można je uważać za zwarcie. W górnym zakresie częstotliwości pojemności sprzęgające nadal można uważać za zwarcie, natomiast pojemności pasożytnicze stają się znaczące, ich impedancja jest skończona i zależy od częstotliwości. Te spostrzeżenia zaznaczono skrótowo na rys. 9/6.



9/7 Schematy zastępcze, małosygnałowe wzmacniacza RC z rys. 5/1: a) w zakresie środkowych, b) dolnych, c) górnych częstotliwości

Konsekwencję takiego podejścia, na przykładzie stopnia środkowego pokazano na rys. 9/7, który przedstawia prostsze, otrzymane ze schematu z rys. 9/5, małosygnalowe schematy zastępcze dla zakresu dolnych (rys. 9/7a), środkowych (rys. 9/7b) i górnych częstotliwości (rys. 9/7c).

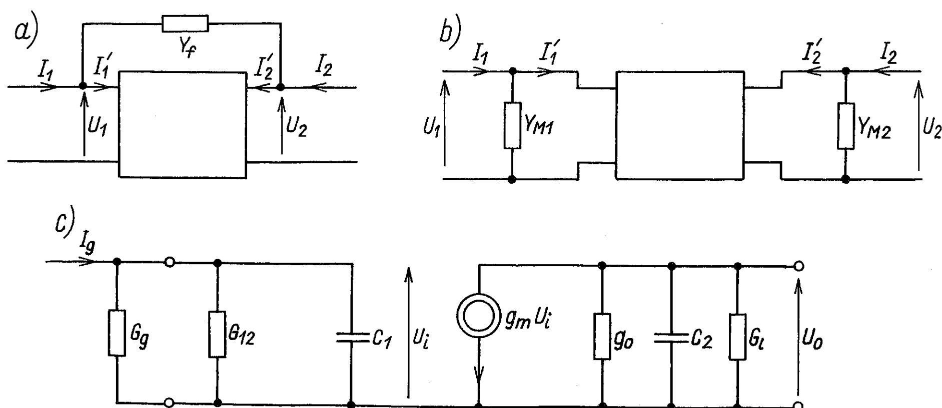
Podobnie można postąpić w odniesieniu do wzmacniacza RC z tranzytorami bipolarnymi (rys. 9/2).

9.2.2 Unilateralny schemat zastępczy wzmacniacza RC w zakresie górnych częstotliwości. Zasada Millera

Jak można zauważyć (rys. 9/5c) pojemność C_{gd} sprawia, że rozważając przykładowo stopień wejściowy wzmacniacza, należy uwzględnić obciążenie następnym, który z kolei jest obciążony stopniem wyjściowym. Ta komplikacja wynika z bilaterności wzmacniacza, czyli przenoszenia sygnału również z wyjścia na wejście. Zastosowanie sposobu analizy z rozdz. 5.3.1 w przypadku wielostopniowego wzmacniacza prowadziłoby do dużych komplikacji obliczeniowych. Można znacznie uprościć analizę usuwając pojemności C_{gd}. W takim przypadku, stopień wejściowy jest obciążony tylko obwodem wejściowym następnego stopnia i odseparowany od kolejnych, następnych stopni. Oczywiście, usunięcie pojemności C_{gd}, bez uwzględnienia w jakiś inny spsób jej wpływu na właściwości wzmacniacza, prowadziłoby do błędnych rezultatów.

Stosując znaną z teorii obwodów zasadę Millera można usunąć pojemność C_{gd}, zastępując ją dwiema pojemnościami C_{M1} i C_{M2} na wejściu i wyjściu.

Na rysunku 9/8a przedstawiono czwórnik z admitancją Y_f, włączoną między zacisk wejściowy i wyjściowy. Na rysunku 9/8b przedstawiono ten sam



9/8 Ilustracja zasady Millera: a) czwórnik nieunilateralny, b) czwórnik zunilateryzowny z zastosowaniem zasady Millera, c) zastosowanie zasady Millera do układu z rys. 2/37a

czwórnik, w którym admitancję Y_f zastąpiono dwiema admitancjami: Y_{M1} dołączoną do wejścia i Y_{M2} dołączoną do wyjścia. Jak widać na rys. 9/8 napięcia wejściowe i wyjściowe obu układów są takie same. Oba układy są równoważne, jeżeli również odpowiednie prądy wpływające są równe. Muszą więc być spełnione następujące równości:

$$I_1 = I'_1 + (U_1 - U_2)Y_f = I'_1 + U_1 Y_{M1}$$

$$I_2 = I'_2 - (U_1 - U_2)Y_f = I'_2 + U_2 Y_{M2}$$

Z równań tych wynikają warunki stanowiące treść zasady Millera, a mianowicie

$$Y_{M1} = \frac{U_1 - U_2}{U_1} Y_f = (1 - A_u) Y_f \quad (9/3)$$

$$Y_{M2} = -\frac{U_1 - U_2}{U_2} Y_f = (1 - 1/A_u) Y_f \quad (9/4)$$

Ogólniej zasadę Millera można sformułować następująco:

W układzie SLS admitancję Y_{kj} między dwoma dowolnymi węzłami k i j można zastąpić admitancjami Y_{Mk} i Y_{Mj} między tymi węzłami a węzłem odniesienia, jeżeli są spełnione związki

$$Y_{Mk} = (1 - A_{kj}) Y_{kj}$$

$$Y_{Mj} = (1 - 1/A_{kj}) Y_{kj} \quad (9/5)$$

$$A_{kj} = \frac{U_j}{U_k}$$

W przypadku schematu zastępczego wzmacniacza o wspólnym źródle admitancją Y_f jest następująca:

$$Y_f = sC_{gd}$$

Na podstawie wzorów (9/3) i (9/4) otrzymuje się zatem

$$Y_{M1} = (1 - A_u) sC_{gd}$$

$$Y_{M2} = \left(1 - \frac{1}{A_u}\right) sC_{gd} \quad (9/6)$$

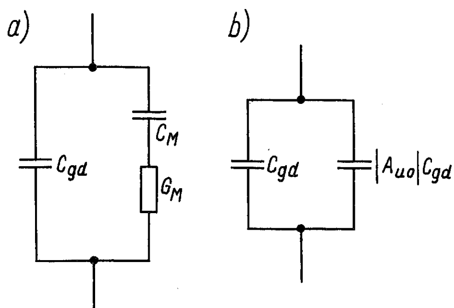
Jeśli wzmocnienie ma postać daną wzorem (5/66), to można wykazać, że admitancje (9/6) są rezystywno-pojemnościowe. Przykładowo, Y_{M1} można przekształcić do następującej postaci:

$$Y_{M1} = \left(1 + \frac{|A_{u0}|}{1 + s/\omega_g}\right) sC_{gd} = sC_{gd} + \frac{sC_M G_M}{G_M + sC_M}$$

przy czym:

$$G_M = \omega_g C_{gd} |A_{u0}| \qquad C_M = C_{gd} |A_{u0}|$$

Admitancję Y_{M1} można zatem przedstawić w postaci dwójnika (rys. 9/9a). Zauważmy, że upraszczające obliczenia zwarcie G_M, prowadzące do dwójnika z rys. 9/9b, jest aproksymacją na „najgorszy przypadek". Przy takim



9/9 Dwójnik millerowski: a) rzeczywisty, b) uproszczony

założeniu, charakterystyka częstotliwościowa modułu wzmocnienia opada szybciej niż w rzeczywistości, a zatem wartość trzydecybelowej pulsacji górnej jest mniejsza niż bez tego uproszczenia. Zwarcie admitancji G_M jest równoważne przyjęciu, we wzorach (9/6), $A_u \cong A_{u0}$, co prowadzi do przybliżonych zależności

$$Y_{M1} \cong s(1 + |A_{u0}|) C_{gd}$$

$$Y_{M2} = s\left(1 + \frac{1}{|A_{u0}|}\right) C_{gd}$$

skąd otrzymuje się

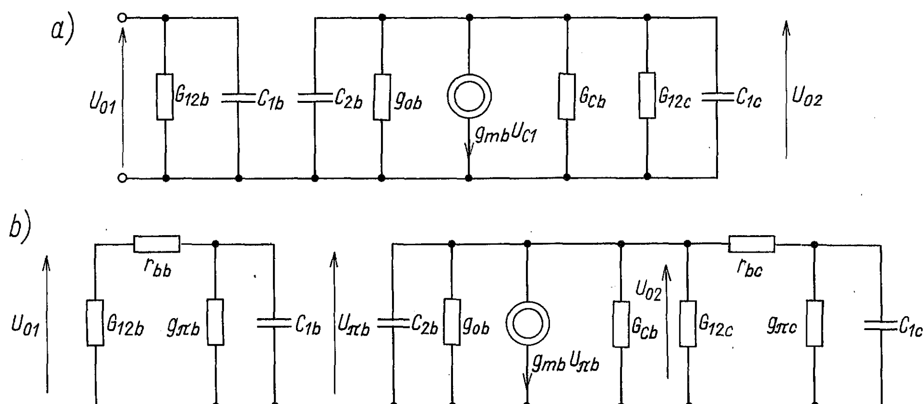
$$C_{M1} = (1 + |A_{u0}|) C_{gd} \tag{9/7}$$

$$C_{M2} = \left(1 + \frac{1}{|A_{u0}|}\right) C_{gd} \tag{9/8}$$

Pojemność C_{M1} nazywa się *wejściową*, a pojemność C_{M2} *wyjściową pojemnością millerowską*. Zauważmy, że wyznaczenie wzmocnienia w środku pasma nie

przedstawia żadnych trudności. Przykład zastosowania zasady Millera do wzmacniacza z rys. 2/28 przedstawiono na rys. 9/8c.

Po zastosowaniu zasady Millera i przytoczonej aproksymacji, schemat zastępczy z rys. 9/7c staje się znacznie dogodniejszy do analizy. Na rysunku 9/10 przedstawiono unilateralne schematy zastępcze środkowych stopni wzmacniaczy z rys. 9/1 i 9/2. Indeksy *a, b, c* oznaczają odpowiednio: elementy wejściowego, środkowego i wyjściowego stopnia.



9/10 Unilateralne schematy zastępcze stopni środkowych w zakresie górnych częstotliwości: a) z rys. 9/1, b) z rys. 9/2

Ogólnie (pominięto indeksy wskazujące rodzaj stopnia) pojemności C_1 i C_2 są następujące:

– dla tranzystora polowego (JFET i MOSFET):

$$C_1 = C_{gs} + C_{gd}(1 + |A_{u0}|) \tag{9/9}$$

$$C_2 = C_{ds} + C_{gd}\left(1 + \frac{1}{|A_{u0}|}\right) \cong C_{ds} + C_{gd} \tag{9/10}$$

– dla tranzystora bipolarnego:

$$C_1 = C_\pi + C_\mu(1 + |A_{u0}|) = \frac{g_m}{\omega_T} + |A_{u0}|\, C_\mu \tag{9/11}$$

$$C_2 = C_\mu\left(1 + \frac{1}{|A_{u0}|}\right) \cong C_\mu \tag{9/12}$$

Analiza komputerowa w pełni potwierdza wystarczającą dokładność przyjętej aproksymacji, a tym samym stosowanie unilateralnego schematu zastępczego tranzystora dla górnych częstotliwości. Analitycznie sprawdźmy dokładność aproksymacji na poniższyn przykładzie.

Przykład 9/1. Stosując unilateralny schemat zastępczy tranzystora polowego wyznaczyć trzydecybelową pulsację górną wzmacniacza o wspólnym źródle z rys. 2/28. Przyjąć $R_1 \parallel R_2 \gg R_g$ i $g_o \ll G'_d G'_D + G_l$.
Przy takich założeniach schemat zastępczy dla górnych częstotliwości ma postać, jak na rys. 9/8c, przy czym

$$C_1 = C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R'_l) \tag{P. 9/1.1}$$

$$C_2 = C_{ds} + C_{gd}\left(1 + \frac{1}{g_m R'_l}\right) \tag{P. 9/1.2}$$

Dla obwodu wejściowego na rys. 9/8c wynika

$$U_i = \frac{I_g}{G_g + sC_1} = \frac{G_g E_g}{G_g + sC_1} \tag{P. 9/1.3}$$

natomiast dla obwodu wyjściowego

$$U_o = -\frac{g_m U_i}{G'_l + sC_2} = -G_g \frac{g_m E_g}{(G_g + sC_1)(G'_l + sC_2)} \tag{P. 9/1.4}$$

Po podzieleniu obu stron tego równania przez E_g otrzymuje się wzmocnienie napięciowe skuteczne, a mianowicie

$$A_{us} = \frac{U_o}{E_g} = -\frac{g_m R'_l}{\left(1 + \frac{s}{R_g C_1}\right)\left(1 + \frac{s}{R'_l C_2}\right)} \tag{P. 9/1.5}$$

Jak widać otrzymana funkcja jest dwubiegunowa, przy czym

$$\frac{1}{R_g C_1} \ll \frac{1}{R'_l C_2} \tag{P. 9/1.6}$$

Trzydecybelową pulsacją górną jest zatem

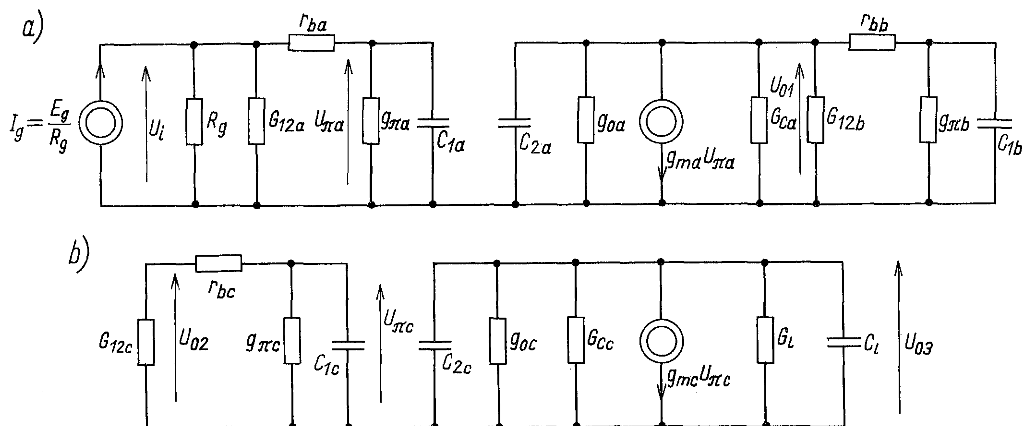
$$\omega_g = \frac{1}{R_g C_1} = \frac{G_g}{C_{gs} + C_{gd}(1 + g_m R'_l)} \tag{P. 9/1.7}$$

□

Otrzymany w przykładzie rezultat różni się od danego wzorem (5/72) tym, że w mianowniku wzoru (P. 9/1.7) nie występuje składnik $G_g R'_l (C_{gd} + C_{ds})$. Zazwyczaj jest on pomijalnie mały i tym samym obie aproksymacje, millerowska i biegunem dominującym, są dobrym przybliżeniem transmitancji dwubiegunowej.

9.2.3 Stopnie wzmacniacza o wspólnym emiterze w zakresie górnych częstotliwości

Na rysunku 9/10b przedstawiono unilateralny schemat zastępczy w zakresie górnych częstotliwości stopnia środkowego, na rysunku 9/11a schemat stopnia wejściowego, a na rys. 9/11b – stopnia wyjściowego wzmacniacza RC z rys. 9/2.



9/11 Unilateralne schematy zstępcze w zakresie górnych częstotliwości wzmacniacza z rys. 9/2: a) stopnia wejściowego, b) wyjściowego

Rozważmy stopień środkowy (rys. 9/10b). Ze schematu wynikają następujące równania:

$$U_{\pi b} = \frac{1}{1 + r_{bb}(g_{\pi b} + sC_{1b})} U_{o1}$$

$$U_{o2} = -\frac{g_{mb}[1+r_{bc}(g_{\pi c}+sC_{1c})]}{(g_{ob}+G_{Cb}+G_{12c}+sC_{2b})[1+r_{bc}(g_{\pi c}+sC_{1c})]+g_{\pi c}+sC_{1c}} U_{\pi b}$$

z których, po odpowiednich przekształceniach, można wyznaczyć wzmocnienie napięciowe stopnia środkowego, mianowicie

$$A_{ugb} = \frac{A_{u0b}(1 + s/\omega_b)}{(1 + s/\omega_{b1})(1 + s/\omega_{b2})(1 + s/\omega_{b3})} \tag{9/13}$$

przy czym

$$A_{u0b} = -\frac{g_{mb}}{1+r_{bb}g_{\pi b}} \cdot \frac{1+r_{bc}g_{\pi c}}{(1+r_{bc}g_{\pi c})(g_{ob}+G_{Cb}+G_{12c})} \cong \frac{-g_{mb}}{g_{\pi c}+g_{oc}+G_{Cb}+G_{12c}} \tag{9/14}$$

$$\omega_b = \frac{1 + r_{bc}g_{\pi c}}{r_{bc}C_{1c}} \cong \frac{1}{r_{bc}C_{1c}} \tag{9/15}$$

$$\omega_{b1} = \frac{1 + r_{bb}g_{\pi b}}{r_{bb}C_{1b}} \cong \frac{1}{r_{bb}C_{1b}} \tag{9/16}$$

$$\omega_{b2} = \frac{1 + r_{bc}g_{\pi c}}{r_{bc}C_{1c}} + \frac{g_{ob} + G_{Cb} + G_{12c}}{C_{2b}} \cong$$

$$\cong \frac{1}{r_{bc}C_{1c}} + \frac{g_{ob} + G_{Cb} + G_{12c}}{C_{2b}} \tag{9/17}$$

$$\omega_{b3} = \frac{(g_{ob} + G_{Cb})(1 + r_{bc}g_{\pi c}) + g_{\pi c}}{[1 + r_{bc}(g_{ob} + G_{Cb} + G_{12c})]C_{1c} + (1 + r_{bc}g_{\pi c})C_{2b}} \cong$$

$$\cong \frac{g_{ob} + G_{Cb} + G_{12c} + g_{\pi c}}{C_{1c} + C_{2b}} \tag{9/18}$$

Wielkość A_{u0b} jest wzmocnieniem w środku pasma, ω_b jest pulsacją zera, ω_{b1}, ω_{b2} i ω_{b3} są pulsacjami biegunów transmitancji danej wzorem (9/13). Po skrajnej, prawej stronie równań (9/14)...(9/18) podano przybliżenie dla częstego przypadku, gdy iloczyn rezystancji bazy i przewodności wejściowej tranzystora jest dużo mniejszy niż jeden. Otrzymany rezultat można uprościć jeżeli zauważy się, że

$$\omega_{b2} > \omega_b \cong \omega_{b1} \gg \omega_{b3}$$

wtedy trzydecybelową pulsacją górną jest pulsacja bieguna dominującego, a mianowicie

$$\omega_{gb} = \omega_{b3} \tag{9/19}$$

a wzmocnienie w zakresie górnych częstotliwości można aproksymować transmitancją pierwszego rzędu

$$A_{ugb} = \frac{A_{u0b}}{1 + s/\omega_{gb}} \tag{9/20}$$

Analogiczne rozważania w odniesieniu do stopnia wyjściowego (rys. 9/11b) prowadzą do następującego rezultatu

$$A_{ugc} = \frac{A_{u0c}}{(1 + s/\omega_{c1})(1 + s/\omega_{c2})} \tag{9/21}$$

przy czym wzmocnienie w zakresie małych częstotliwości i pulsacje biegunów są następujące:

$$A_{u0c} = -\frac{g_{mc}}{(1 + r_{bc}g_{\pi c})(g_{oc} + G_{Cc} + G_l)} \tag{9/22}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1 + r_{bb}g_{\pi c}}{r_{bb}C_{1b}} \cong \frac{1}{r_{bb}C_{1b}} \tag{9/23}$$

$$\omega_{c2} = \frac{g_{oc} + G_{Cc} + G_i}{C_{2c} + C_l} \tag{9/24}$$

W tym przypadku nie można ogólnie przesądzić o dominacji któregoś z biegunów, zależy to od relacji między stałą czasu obwodu wejściowego i wyjściowego (por. rys. 9/11b), a głównie od wartości pojemości i rezystancji obciążającej stopień wyjściowy. Jeśli stopień wyjściowy nie jest obciążony pojemnościowo, to trzydecybelową pulsacją górną jest pulsacja ω_{c1}. Jeżeli żaden z biegunów nie jest dominujący, to trzydecybelową pulsację górną należy wyznaczyć ze wzoru (5/114).
Zauważmy, że transmitancję stopnia wejściowego (rys. 9/11a), można otrzymać mnożąc transmitancję stopnia środkowego (z odpowiednio zmienionymi wartościami elementów), przez transmitancję obwodu pasywnego na wejściu stopnia wejściowego.

Transmitancję wejściowego obwodu pasywnego można przedstawić następująco:

$$\frac{U_\pi}{E_g} = \frac{G_g}{(1 + r_{ba}g_{\pi a})(G_g + C_{12a}) + g_{\pi a}} \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_{a4}} \tag{9/25}$$

przy czym ω_{a4} – pulsacja bieguna dana wzorem:

$$\omega_{a4} = \frac{(1 + r_{ba}g_{\pi a})(G_g + G_{12a}) + g_{\pi a}}{C_{1a}[1 + r_{ba}(G_g + G_{12a})]} \cong \frac{G_g + G_{12a} + g_{\pi a}}{C_{1a}} \tag{9/26}$$

Transmitancję stopnia wejściowego można zatem określić wzorem

$$A_{uga} = \frac{A_{u0a}(1 + s/\omega_a)}{(1 + s/\omega_{a1})(1 + s/\omega_{a2})(1 + s/\omega_{a3})(1 + s/\omega_{a4})} \tag{9/27}$$

przy czym wzmocnienie w środku pasma i pulsacje biegunów są następujące:

$$A_{uoa} \cong -\frac{G_g}{G_g + G_{12a} + g_{\pi a}} \cdot \frac{g_{ma}}{g_{\pi b} + g_{oa} + G_{Ca} + G_{12b}} \tag{9/28}$$

$$\omega_a = \frac{1 + r_{bb}g_{\pi b}}{r_{bb}C_{1b}} \cong \frac{1}{r_{bb}C_{1b}} \tag{9/29}$$

$$\omega_{a1} = \frac{1 + r_{ba}g_{\pi a}}{r_{ba}C_{1a}} \cong \frac{1}{r_{ba}C_{1a}} \tag{9/30}$$

$$\omega_{a2} = \frac{1 + r_{bb}g_{\pi b}}{r_{bb}C_{1b}} + \frac{g_{oa} + G_{Ca} + G_{12b}}{C_{2a}} \cong \frac{1}{r_{bb}C_{1b}} + \frac{g_{oa}+G_{Ca}+G_{12b}}{C_{2a}} \tag{9/31}$$

$$\omega_{a3} = \frac{(g_{oa} + G_{Ca} + G_{12b})(1 + r_{bb}g_{\pi b}) + g_{\pi b}}{[1 + r_{bb}(g_{oa} + G_c^{Ca} + G_{12b})]C_{1b} + (1 + r_{bb}g_{\pi b})C_{2a}} \cong$$

$$\cong \frac{g_{oa} + G_{Ca} + G_{12b} + g_{\pi b}}{C_{1b} + C_{2a}} \tag{9/32}$$

Ze wzorów (9/26) i (9/29)...(9/32) wynika następująca relacja między pulsacjami zera i biegunów transmitancji (9/27):

$$\omega_{a2} > \omega_a \cong \omega_{a1} >> \omega_{a3}, \omega_{a4}$$

Jak widać pulsacje biegunów ω_{a3} i ω_{a4} mogą być porównywalne. Transmitancję (9/27) można zatem aproksymować transmitancją dwubiegunową, mianowicie

$$A_{uga} \cong \frac{A_{uoa}}{(1 + s/\omega_{a3})(1 + s/\omega_{a4})} \tag{9/33}$$

a trzydecybelową pulsację górną można wyznaczyć stosując wzór (5/114).

Z porównania uproszczonych formuł we wzorach (9/26) i (9/32) wynika

$$\frac{\omega_{a4}}{\omega_{a3}} = \frac{(G_g + G_{12a} + g_{\pi a})(C_{1b} + C_{2a})}{(g_{oa} + G_{Ca} + G_{12b} + g_{\pi b})C_{1a}} \cong \frac{G_g + g_{\pi a}}{G_c^{Ca} + g_{\pi b}} \frac{C_{1b}}{C_{1a}}$$

Jeżeli parametry tranzystorów są jednakowe, to

$$\frac{\omega_{a4}}{\omega_{a3}} \cong \frac{R_{Ca} \| r_\pi}{R_g \| r_\pi}$$

skąd wynika

dla $R_{Ca} \gg R_g$ trzydecybelowa pulsacja $\omega_{ga} = \omega_{a3}$

dla $R_{Ca} \ll R_g$ trzydecybelowa pulsacja $\omega_{ga} = \omega_{a4}$

Zazwyczaj stopnie wejściowe są sterowane przez genaratory o małej rezystancji wewnętrznej (sterowanie prawie napięciowe), w takich przypadkach jest spełniony pierwszy z warunków, a trzydecybelowa pulsacja górna jest określona analogicznym wzorem jak dla stopnia środkowego.

Zauważmy, że jeżeli biegun dominujący określają obwody wyjściowe stopni (wzory (9/18), (9/24) i (9/32)), to można stwierdzić:

Trzydecybelowa pulsacja górna stopnia wzmacniacza o wspólnym emiterze jest odwrotnie proporcjonalna do stałej czasu rezystancji i pojemności wypadkowych, obciążających kolektor tranzystora (jest stosunkiem przewodności do pojemności wypadkowych, obciążających kolektor tranzystora).

Jeżeli rozważy się wzory (9/14), (9/22) i (9/28) w uproszczonej postaci to, jest widoczne, że:

Zwiększenie wzmocnienia w środku pasma, jest możliwe (poza zwiększeniem g_m) poprzez zwiększenie rezystancji obciążającej kolektor, co prowadzi do malenia trzydecybelowej pulsacji górnej czyli do zawężenia pasma od góry.

9.2.4 Stopnie wzmacniacza o wspólnym emiterze w zakresie dolnych częstotliwości

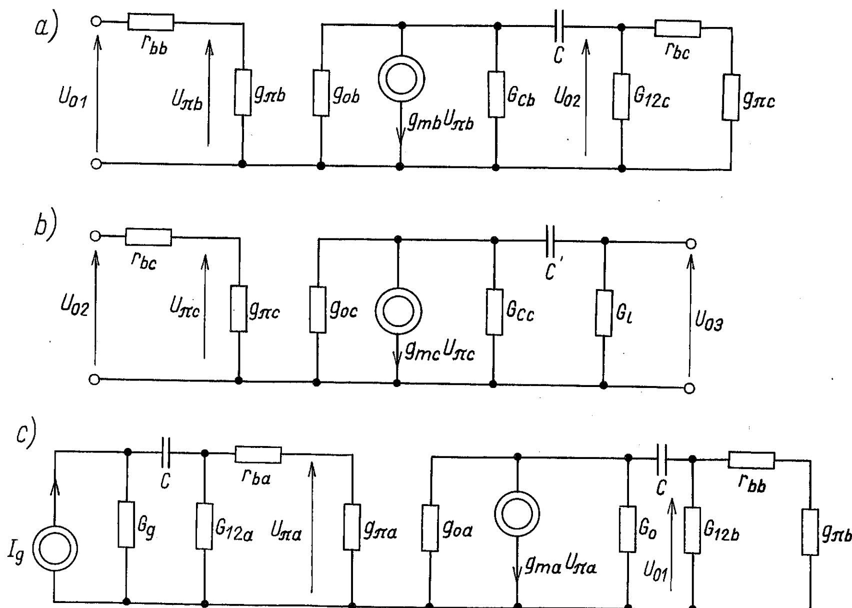
Dla zakresu dolnych częstotliwości na podstawie schematu z rys. 9/2, otrzymuje się małosygnałowe schematy zastępcze takie jak na rys. 9/12.

Na podstawie schematu zastępczego dla stopnia środkowego (rys. 9/12a) przyjmijmy następujące oznaczenia:

$$R_{Lb} = r_{ob} \parallel R_{Cb} = \frac{1}{g_{ob} + G_{Cb}} \qquad R_{Pb} = R_{12b} \parallel (r_{bc} + r_{\pi c}) \tag{9/34}$$

Zauważmy, że R_{Lb} jest wypadkową rezystancją „na lewo od pojemności sprzęgającej C”, natomiast R_{Pb} „na prawo od pojemności sprzęgającej C”. Na podstawie schematu z rys. 9/12a można ponadto napisać

$$U_{\pi b} = \frac{U_{o1}}{1 + r_{bb} g_{\pi b}}$$



9/12 Schematy zastępcze wzmacniacza z rys. 9/2 w zakresie małych częstotliwości: a) środkowego, b) wyjściowego, c) wejściowego

$$U_{o2} = g_{mb}[R_{Lb} \parallel (1/sC + R_{Pb})U_{\pi b}]$$

Po rozwiązaniu tego układu równań otrzymuje się wzmocnienie napięciowe stopnia środkowego wzmaciacza RC z rys. 9/2, a mianowicie

$$A_{udb} = \frac{A_{u0b}\, s/\omega_{db}}{1 + s/\omega_{db}} \tag{9/35}$$

przy czym wzmocnienie dla częstotliwości środkowych A_{u0b} i pulsacja bieguna ω_{db} są dane wzorami:

$$A_{u0b} = -\frac{g_{mb}R_{Lb}R_{Pb}}{(1 + r_{bb}g_{\pi b})(R_{Lb} + R_{Pb})} \cong -\frac{g_{mb}}{g_{ob} + G_{Cb} + G_{12c} + g_{\pi c}} \tag{9/36}$$

$$\omega_{db} = \frac{1}{(R_{Lb} + R_{Pb})C} \cong \frac{1}{[R_{Cb} + (R_{12c} \parallel r_{\pi c})]C} \tag{9/37}$$

Zauważmy, że wzory (9/14) i (9/36) są tożsame; opisują bowiem tę samą wielkość.

Analogicznie można przeprowadzić analizę stopnia wyjściowego na podstawie schematu zastępczego z rys. 9/12b, w wyniku której otrzymuje się

analogiczną postać transmitancji jak dana wzorem (9/35) (należy zamienić indeks b na c), przy czym:

$$A_{u0c} = -\frac{g_{mc} R_{Lc} R_{Pc}}{(1 + r_{bc} g_{\pi c})(R_{Lc} + R_{Pc})} \cong \frac{-g_{mc}}{g_{oc} + G_{Cc} + G_l} \tag{9/38}$$

$$\omega_{dc} = \frac{1}{(R_{Lc} + R_{Pc})C} \cong \frac{1}{(R_{Cc} + R_l)C} \tag{9/39}$$

Jak wynika z rys. 9/12c, transmitancję stopnia wejściowego w zakresie dolnych częstotliwości można wyznaczyć podobnie jak to zrobiono dla zakresu górnych częstotliwości. Transmitancja obwodu wejściowego

$$\frac{U_{\pi a}}{E_g} = \frac{G_g}{(1 + r_{ba} g_{\pi a})(G_g + G_{12a}) + g_{\pi a}} \cdot \frac{s/\omega_{da1}}{1 + s/\omega_{da1}} \tag{9/40}$$

przy czym pulsacja bieguna jest dana wzorem

$$\omega_{da1} = \frac{1}{[R_g + R_{12a} \| (r_{ba} + r_{\pi a})]C} \tag{9/41}$$

Po wymnożeniu transmitancji (9/40) przez analogiczną transmitancję do danej wzorem (9/35) otrzymuje się wzmocnienie napięciowe skuteczne stopnia wejściowego w zakresie dolnych częstotliwości

$$A_{usda} = \frac{A_{u0sa} \cdot s/\omega_{da1} \cdot s/\omega_{da2}}{(1 + s/\omega_{da1})(1 + s/\omega_{da2})} \tag{9/42}$$

przy czym: A_{us0a} – dane wzorem (9/28), ω_{da1} – wzorem (9/41), a ω_{da2} – analogicznym wzorem jak (9/37), mianowicie:

$$\omega_{da2} = \frac{1}{(R_{La} + R_{Pa})C} \cong \frac{1}{[R_{Ca} + (R_{12b} \| r_{\pi b})]C} \tag{9/43}$$

Nie zawsze jeden z biegunów jest dominujący i wtedy do obliczenia trzydecybelowej pulsacji dolnej należy posłużyć się wzorem (5/114). Z porównania wzorów (9/41) i (9/43) wynika, że przy sterowaniu prawie napięciowym (R_g małe) trzydecybelową pulsacją dolną jest większa z pulsacji biegunów, mianowicie pulsacja ω_{da1}. W przypadku sterowania prawie prądowego (R_g duże), trzydecybelową pulsacją dolną jest pulsacja ω_{da2}.

Pulsacja dolna jest tym mniejsza im większą wartość ma pojemność sprzęgająca C i im większa jest suma rezystancji R_L i rezystancji R_P.

W tym przypadku widać, że

zwiększenie rezystancji R_C, prowadzące do wzrostu wzmocnienia, zwiększa R_L, a tym samym zmniejsza pulsację dolną czyli rozszerza pasmo w kierunku dolnych częstotliwości.

Biorąc pod uwagę wzory określające wzmocnienia stopnia w zakresie częstotliwości dolnych, środkowych i górnych można napisać wzór słuszny dla całego zakresu częstotliwości. Przykładowo dla stopnia środkowego wzór ten ma postać następującą:

$$A_{ub} = A_{u0b} \frac{s/\omega_{db}}{(1 + s/\omega_{db})(1 + s/\omega_{gb})} \tag{9/44}$$

przy czym: A_{u0b}, ω_{db} i ω_{gb} są dane wzorami (9/14), (9/37), (9/19).

Z postaci wzmocnienia danego wzorem (9/44) wynika. że funkcja ta charakteryzuje się pojedynczym zerem i dwoma biegunami. Wykreślona z użyciu wykresów Bodego, charakterystykę modułu wzmocnienia przedstawiono na rys. 9/3. Jak widać

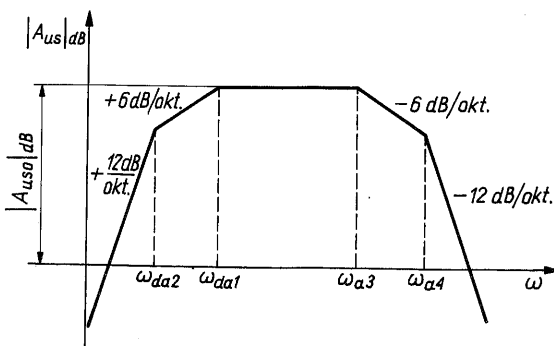
wzmocnienie w pasmie przenoszenia jest prawie stałe, poniżej częstotliwości dolnej i powyżej częstotliwości górnej maleje natomiast o 6 dB/okt..

Na rysunku 9/13 przedstawiono charakterystykę modułu wzmocnienia skutecznego stopnia wejściowego przy założeniu, że transmitancja ma postać

$$A_{ua} = A_{u0a} \frac{A_{u0a} \dfrac{s}{\omega_{da1}} \dfrac{s}{\omega_{da2}}}{(1 + s/\omega_{da1})(1 + s/\omega_{da2})(1 + \omega_{a3})(1 + \omega_{a4})} \tag{9/45}$$

oraz $\omega_{da1} > \omega_{da2}$ i $\omega_{a4} > \omega_{a3}$. Nachylenie charakterystyki poza pasmem przenoszenia wzrasta od 6...12 dB/okt..

Charakterystyka stopnia wyjściowego jest podobna do przedstawionej na rys. 9/3.



9/13 Charakterystyka modułu wzmocnienia stopnia wejściowego wzmacniacza RC o wspólnym emiterze

9.2.5 Stopnie wzmacniacza o wspólnym źródle

Podobnymi właściwościami do stopni wzmacniających o wspólnym emiterze charakteryzują się stopnie o wspólnym źródle. Analiza jest nieco prostsza, prostsze są bowiem małosygnałowe schematy zastępcze tranzystorów polowych.

Przytoczmy, uzyskane w analogiczny sposób jak dla stopni bipolarnych, wyniki dla stopnia środkowego wzmacniacza *RC* o wspólnym źródle (rys. 9/1 i 9/10a). Wzmocnienie napięciowe określa wzór

$$A_{ub} = A_{u0b} \frac{s/\omega_{db}}{(1 + s/\omega_{db})(1 + s/\omega_{gb})} \tag{9/46}$$

przy czym: wzmocnienie napięciowe w środku pasma oraz trzydecybelowe pulsacje dolna i górna są dane wzorami:

$$A_{u0b} = -\frac{g_{mb}}{G_{\Sigma}{}^{b}} = \frac{-g_{mb}}{g_{ob} + G_{Db} + G_{12c}} \tag{9/47}$$

$$\omega_{db} = \frac{1}{(R_{Lb} + R_{Pb})C} = \frac{1}{(r_{ob} \| R_{Db} + R_{12c})C} \tag{9/48}$$

$$\omega_{gb} = \frac{G_{\Sigma b}}{C_{\Sigma b}} = \frac{g_{ob} + G_{Db} + G_{12c}}{C_{2b} + C_{1c}} \tag{9/49}$$

Pojemności C_{1c} i C_{2b} są określone wzorami (9/9) i (9/10).

Przykład 9/2. Dla stopnia środkowego wzmacniacza, przedstawionego na rys. 9/1, obciążonego identycznym stopniem, wyznaczyć wzmocnienie w środku pasma, częstotliwość dolną i górną. Dane wzmacniacza są następujące: $R_1 \| R_2 = 500\,\text{k}\Omega$, $R_D = 5\,\text{k}\Omega$, $C = 100\,\text{nF}$, $R_l = 5\,\text{k}\Omega$. Tranzystor ma następujące parametry: $|Y_{fs}| = 2\,\text{mS}$, $|Y_{os}| = 10\,\mu\text{S}$, $C_{iss} = 4\,\text{pF}$, $C_{rss} = 0{,}4\,\text{pF}$, $C_{oss} = 1{,}5\,\text{pF}$.

Transkonduktancja $g_m = |Y_{fs}| = 2\,\text{mS}$, przewodność wyjściowa tranzystora $g_o = |Y_{os}| = 0{,}01\,\text{mS}$. Przewodność sumaryczna, obciążająca dren tranzystora

$$G_{\Sigma} = g_o + G_D + G_{12} = (0{,}01 + 0{,}2 + 0{,}002)\,\text{mS} = 0{,}212\,\text{mS}$$

Wobec tego zgodnie ze wzorem (9/47) wzmocnienie napięciowe w środku pasma

$$A_{u0} = -g_m/G_{\Sigma} = -2/0{,}212 = -9{,}43\,\text{V/V}$$

Rezystancja $R_L = 1/(g_o + G_D) = 1/0{,}21\,\text{mS} \cong 5\,\text{k}\Omega$, rezystancja $R_p = R_{12} = 500\,\text{k}\Omega$. Stąd trzydecybelowa częstotliwość dolna, na podstawie wzoru (9/48), przyjmuje wartość

$$f_d = 1/2\pi(R_L + R_p)C = 0{,}159/5 \cdot 10^{-2}\,\text{Hz} = 318\,\text{Hz}$$

Do obliczenia częstotliwości górnej jest konieczne wyznaczenie wzmocnienia w środku pasma stopnia wyjściowego. Umożliwi to wyliczenie pojemności wejściowej C_{1c} stopnia wyjściowego,

obciążającej, oprócz pojemności wyjściowej C_{2c} stopnia środkowego, dren tranzystora. Wzmocnienie to jest następujące:

$$A'_{u0} = -2/(0{,}01 + 0{,}2 + 0{,}2) = 5\,\mathrm{V/V}$$

Pojemność $C_{2b} = C_{ds} + C_{gs} = C_{oss} = 1{,}5\,\mathrm{pF}$, pojemność $C_{1c} = C_{iss} + |A'_{u0}|C_{rss} = 4\,\mathrm{pF} + 5 \cdot 0{,}4\,\mathrm{pF} = 6\,\mathrm{pF}$. Sumaryczna pojemność obciążająca dren tranzystora

$$C_{\Sigma} = 1{,}5\,\mathrm{pF} + 6\,\mathrm{pF} = 7{,}5\,\mathrm{pF}.$$

Trzydecybelowa częstotliwość górna, zgodnie ze wzorem (9/49), ma zatem wartość:

$$f_g = G_{\Sigma}/C_{\Sigma} = 0{,}159(0{,}212/7{,}5) \cdot 10^9\ \mathrm{Hz} = 4{,}49\,\mathrm{MHz}$$

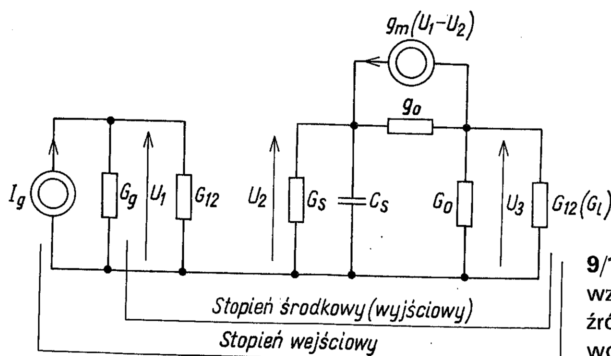


Należy zauważyć, że w przypadku większej liczby stopni środkowych niż jeden, wszystkie, z wyjątkiem ostatniego, są obciążone również stopniem środkowym.

9.2.6 Wpływ obwodu źródła i emitera na charakterystykę modułu wzmocnienia

W dotychczasowej analizie zakładano, że źródło jest zwarte do masy dzięki odpowiedniej wartości pojemności C_S. Aby głębiej nie wnikać w problem przyjmowano, że $C_S \to \infty$. Obecnie odpowiedzmy na pytanie: jakie powinny być wartości C_S i C_E, aby z dostateczną dokładnością dla analizy niekomputerowej, można to założenie zakceptować.

Rozważmy to zagadnienie szczegółowo dla stopni z tranzystorami polowymi. Na rysunku 9/14 przedstawiono schemat zastępczy stopnia wejściowego o wspólnym źródle w zakresie tak małych częstotliwości, że jest konieczne uwzględnienie wpływu pojemności C_S, a ściślej, wpływu obwodu źródła C_S – R_S. Przyjęto jednak jednocześnie, aby zbadać wyłącznie wpływ tego obwodu, że pojemności sprzęgające są nieskończenie duże. Analiza stopnia wejściowego, przy $R_g = 0$, określi właściwości stopnia środkowego,



9/14 Schemat zastępczy stopnia wzmacniacza RC o wspólnym źródle poniżej dolnych częstotliwości

przy dodatkowym przyporządkowaniu na wyjściu $R_{12} = R_l$. również stopnia wyjściowego (patrz rys. 9/14).

Macierz **Y** obwodu z rys. 9/14 jest następująca:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} G_g + G_{12} & 0 & 0 \\ g_m & G_S + g_o + g_m + sC_S & -g_o \\ g_m & -(g_m + g_o) & g_o + G_D + G_{12} \end{bmatrix}$$

Wyznaczone z macierzy wyznaczniki Δ i Δ_{13}, po zaniedbaniu g_o, są następujące:

$$\Delta = (G_g + G_{12})(G_D + G_{12})(g_m + G_S + sC_S)$$

$$\Delta_{13} = -g_m(G_S + sC)$$

Zgodnie ze wzorem (2/80) wzmocnienie napięciowe skuteczne wyraża wzór

$$A_{usD} = -\frac{R_{12}}{R_g + R_{12}} \frac{g_m(R_D \parallel R_{12})(1 + sR_S C_S)}{(1 + g_m R_S)\left(1 + \dfrac{sR_S C_S}{1 + g_m R_S}\right)}$$

Można je przedstawić w następującej postaci:

$$A_{usD} = \frac{A_{us0}}{1 + g_m R_S} \frac{1 + s/\omega_1}{1 + s/\omega_2} \tag{9/50}$$

przy czym

$$\omega_1 = \frac{1}{R_S C_S} \tag{9/51}$$

$$\omega_2 = (1 + g_m R_S)\frac{1}{R_S C_S} = (1 + g_m R_S)\omega_1 \tag{9/52}$$

$$A_{us0} = -\frac{R_{12}}{R_g + R_{12}} g_m(R_D \parallel R_{12}) \tag{9/53}$$

W przypadku stopnia środkowego wzór (9/50), przy $R_g = 0$, przyjmuje postać

$$A_{uD} = \frac{A_{u0}}{1 + g_m R_S} \frac{1 + s/\omega_1}{1 + s/\omega_2} \tag{9/54}$$

przy czym A_{u0} – wzmocnienie napięciowe stopnia środkowego w środku pasma.

Dla stopnia wyjściowego należy przyjąć $R_{12} = R_l$ i ze wzoru (9/54) otrzymuje się:

$$A'_{uD} = \frac{A'_{u0}}{1 + g_m R_S} \frac{1 + s/\omega_1}{1 + s/\omega_2} \tag{9/55}$$

przy czym A'_{u0} – wzmocnienie napięciowe stopnia wyjściowego w zakresie środkowych częstotliwości.

Z porównania wzorów (9/50), (9/54) i (9/55) wynika, że różnią się one tylko stałym współczynnikiem. Wspólną cechą jest występowanie ujemnych, rzeczywistych zera i bieguna, przy czym biegun ma większą wartość bezwzględną.

W dalszym ciągu rozważań ograniczmy się zatem tylko do wzmocnienie stopnia środkowego. Uwzględniając wpływ obwodu źródła wzmocnienia stopnia środkowego można przedstawić dla całego zakresu częstotliwości następująco:

$$A_u = \frac{A_{u0}}{1 + g_m R_S} \frac{1 + s/\omega_1}{1 + s/\omega_2} \frac{s/\omega_d}{(1 + s/\omega_d)(1 + s/\omega_g)} \tag{9/56}$$

Warunkiem na to, aby pulsacja ω_d była trzydecybelową pulsacją dolną jest

$$\omega_d = \frac{1}{(R_L + R_P)C} >> \omega_2 = (1 + g_m R_S) \frac{1}{R_S C_S}$$

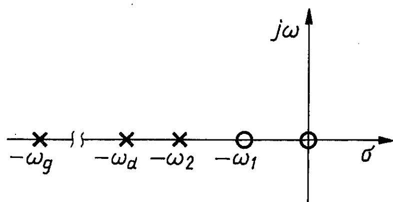
skąd wynika warunek, określający wartość pojemności C_S, zapewniającej z dostateczną dokładnością zwieranie źródła tranzystora do masy, a mianowicie

$$C_S >> \frac{1 + g_m R_S}{\omega_d R_S} = \frac{1 + g_m R_S}{R_S} (R_L + R_P) C \tag{9/57}$$

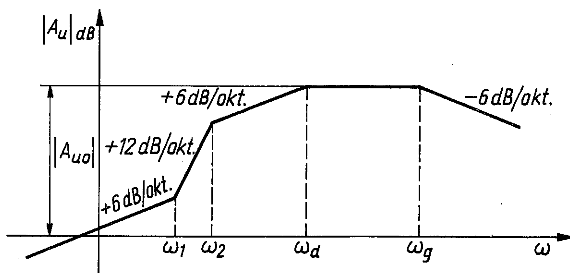
Wzór projektowy, wyznaczający wartość pojemności C_S, jest następujący:

$$C_S \geqslant 10 \frac{1 + g_m R_S}{R_S} (R_L + R_P) C \tag{9/58}$$

Na rysunku 9/15 przedstawiono rozkład zer i biegunów w przypadku spełnienia warunku (9/57), a na rys. 9/16 odpowiadającą temu przypadkowi charakterystykę częstotliwościową modułu wzmocnienia.



9/15 Rozkład zer i biegunów wzmocnienia stopnia środkowego RC o wspólnym źródle z uwzględnieniem wpływu obwodu źródła

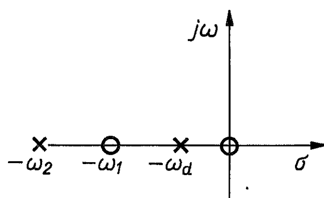


9/16 Charakterystyka modułu wzmocnienia odpowiadająca rozkładowi zer i biegunów z rys. 9/15

Przykład 9/3. Wyznaczyć wartość pojemności C_S dla układu rozważanego w przykł. 9/2. Przyjąć, że $R_S = 1\,\mathrm{k\Omega}$.
Zgodnie ze wzorem (9/58) otrzymuje się

$$C_S = [1{,}59(1+3)(5+500)\cdot 100/(1\cdot 318)]\ \mathrm{nF} = 757{,}5\,\mathrm{nF}$$ □

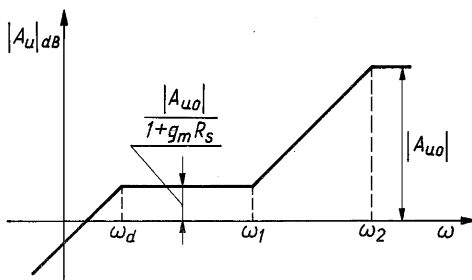
Rozkład zer i biegunów w przypadku $\omega_2 > \omega_1 > \omega_\alpha$ przedstawiono na rys. 9/17, a odpowiającą mu charakterystykę modułu wzmocnienia, w za-



9/17 Rozkład zer i biegunów dla $\omega_d < \omega_1 < \omega_2$

kresie małych częstotliwości, rys. 9/18. Oczywiście w tym przypadku trzydecybelową pulsacją dolną jest pulsacja ω_2.

Analogiczna analiza w przypadku stopnia środkowego o wspólnym emiterze, przy założeniu $r_b g_\pi \ll 1$, prowadzi do następującego warunku na



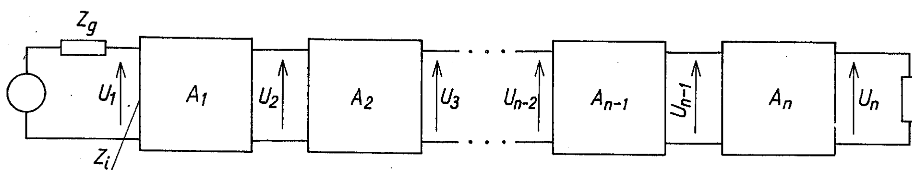
9/18 Charakterystyka modułu wzmocnienia dla przypadku z rys. 9/17

wybór pojemności C_E:

$$C_E >> \frac{1 + g_m R_E}{\omega_d R_E} = \frac{1 + g_m R_E}{R_E}(R_L + R_P)C \tag{9/59}$$

9.3 WZMACNIACZE WIELOSTOPNIOWE

W celu uzyskania dużych wzmocnień łączy się stopnie wzmacniacza w kaskadę, tzn. w taki sposób, że każdy stopień, z wyjątkiem pierwszego i ostatniego, obciąża poprzedni i steruje kolejny stopień. Pierwszy stopień jest oczywiście sterowany ze źródła sygnału, a ostatni obciążony zewnętrznym obciążeniem. Kaskadowe połączenie stopni wzmacniających przedstawiono na rys. 9/19.



9/19 Kaskadowe połączenie stopni wzmacniających

Wzmocnienie napięciowe wzmacniacza z rys. 9/19 można przedstawić następująco:

$$A_u = \frac{U_n}{U_1} = \frac{A_n U_{n-1}}{U_1} = \frac{A_{n-1} A_n U_{n-2}}{U_1} = \ldots = \frac{A_2 A_3 \ldots A_n U_n}{U_1} = \prod_{k=1}^{n} A_k \tag{9/61}$$

Wzmocnienie napięciowe skuteczne

$$A_{us} = \frac{U_n}{E_g} = \frac{U_n}{U_1}\frac{U_1}{E_g} = \frac{Z_i}{Z_i + Z_g}\prod_{k=1}^{n} A_k = A_{us1}\prod_{k=2}^{n} A_k \tag{9/62}$$

przy czym A_{us1} – jest wzmocnienie napięciowe skuteczne stopnia wejściowego.

Jeżeli k-ty stopień ma wzmocnienie dane wzorem

$$A_k = |A_k| \exp(j\varphi_k) \tag{9/63}$$

to wzór (9/61) przyjmuje postać

$$A_u = \prod_{k=1}^{n} |A_k| \exp(j\varphi) \prod_{k=1}^{n} |A_k| \exp(j \sum_{k=1}^{n} \varphi_k) = |A_u| \exp(j\varphi) \tag{9/64}$$

Ze wzoru tego wynika

$$|A_u| = \prod_{k=1}^{n} |A_k| \tag{9/65}$$

$$\varphi = \sum_{k=1}^{n} \varphi_k \tag{9/66}$$

czyli

moduł wzmocnienia napięciowego kaskadowego połączenia stopni wzmacniających jest iloczynem modułów wzmocnień poszczególnych stopni, a faza jest sumą faz poszczególnych stopni.

W szczególnym przypadku, gdy wszystkie stopnie są jednakowe, otrzymuje się:

$$|A_u| = |A_k|^n \qquad \varphi = n\varphi_k \tag{9/67}$$

Jeżeli moduł wzmocnienia przedstawia się w decybelach, to ze wzoru (9/65) wynika

$$|A_u|_{dB} = 20\log|A_u| = 20\log\prod_{k=1}^{n} |A_k| = \sum_{k=1}^{n} |A_k|_{dB} \tag{9/68}$$

Wzmocnienie napięciowe w decybelach, wzmacniacza wielostopniowego jest sumą wzmocnień w decybelach poszczególnych stopni.

Oczywiście ze wzoru (9/67) wynika

$$|A_u|_{dB} = n|A_k|_{dB} \tag{9/69}$$

Rozważmy wielostopniowy wzmacniacz RC składający się z n jednakowych stopni. Niech w zakresie częstotliwości górnych wzmocnienie pojedynczego stopnia

$$A_{ug} = \frac{A_{u0}}{1 + s/\omega_g}$$

Wzmocnienie napięciowe n-stopniowego wzmacniacza, zgodnie ze wzorem (9/61),

$$A_u = (A_{ug})^n \frac{1}{(1 + s/\omega_g)^n} = \frac{A_{u0}}{(1 + s/\omega_g)^n} \tag{9/70}$$

Wyznaczmy moduł wzmocnienia i określmy pulsację górną wzmacniacza. Moduł wzmocnienia, ze wzoru (9/70), jest następujący:

$$|A_u| = \frac{|A_{u0}|}{\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}\right)^n} \tag{9/71}$$

Pulscję górną można wyznaczyć z równania

$$|A_u(\omega_G)| = \frac{|A_{u0}|}{\sqrt{2}} \tag{9/72}$$

przy czym ω_G – trzydecybelowa pulsacja wzmacniacza wielostopniowego.

Z równań (9/72) i (9/71) wyznacza się

$$\omega_G = \omega_g\sqrt{2^{1/n}-1} = \omega_g f(n) \tag{9/73}$$

Analogiczne rozumowanie, przeprowadzone dla zakresu małych częstotliwości, prowadzi do wzoru

$$\omega_D = \frac{\omega_d}{\sqrt{2^{1/n}-1}} = \frac{\omega_d}{f(n)} \tag{9/74}$$

W tablicy 9/1 przedstawiono wartości funkcji $f(n)$ dla kilku liczb naturalnych n. Z tablicy tej i ze wzorów (9/73), (9/74) wynika, że pulsacja górna maleje, a pulsacja dolna rośnie wraz ze wzrostem liczby stopni. Następuje zwężenie pasma. Dla wzmacniacza trójstopniowego pulsacja górna stanowi 0,51 wartości pulsacji górnej pojedynczego stopnia, pulsacja dolna 1,96 pulsacji dolnej pojedynczego stopnia.

W przypadku dolnoprzepustowych, szerokopasmowych wzmacniaczy RC ich pasmo trzydecybelowe określa pulsacja górna, można zatem na podstawie wzoru (9/73) napisać

$$(B_{3dB})_C = B_{3dB}\sqrt{2^{1/n}-1} \tag{9/75}$$

przy czym $(B_{3dB})_C$ – pulsacja n stopniowego wzmacniacza, B_{3dB} – pulsacja pojedynczego stopnia.

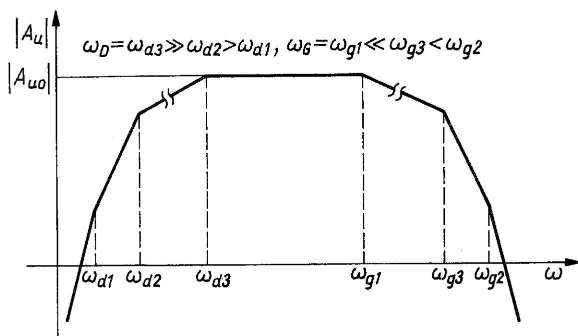
Kaskadowe łączenie wzmacniaczy prowadzi do zwężenia pasma wzmacniacza.

Przykładowo, wzmacniacz trójstopniowy ma pasmo dwukrotnie węższe niż stopnie z których jest złożony.

9/1 Wartości funkcji $f(n) = \sqrt{2^{1/n} - 1}$

n	1	2	3	4	5	6
$f(n)$	1,00	0,64	0,51	0,44	0,39	0,35

Określenie częstotliwości dolnej i górnej kaskadowego wzmacniacza, składającego się z różnych stopni, jest bez użycia komputera znacznie bardziej złożone, szczególnie wówczas gdy poszczególne pulsacje dolne i górne niewiele się różnią. Można w tym przypadku posłużyć się wykresami Bodego i znając odchylenia rzeczywistych charakterystyk od asymptot w kilku punktach, określić graficznie częstotliwość dolną i górną wzmacniacza. Jeśli największa z pulsacji dolnych jest dużo większa niż pozostałe i najmniejsza z pulsacji górnych jest dużo mniejsza niż pozostałe, to pulsacją dolną wielostopniowego wzmacniacza jest ta największa, pulsacją górną zaś ta najmniejsza (rys. 9/20). Zauważmy, że dla tego przykładu o pulsacji dolnej decyduje pulsacja dolna trzeciego stopnia, a o górnej pulsacja górna pierwszego stopnia.



9/20 Przykładowa charakterystyka modułu wzmocnienia wzmacniacza trójstopniowego

Posługując się komputerem można z dowolną dokładnością wyznaczać pulsację dolną i górną wielostopniowego wzmacniacza, składającego się z różnych stopni. Dla określenia pulsacji górnej n-stopniowego wzmacniacza, składającego się z różnych stopni, należy rozwiązać następujące równanie:

$$\frac{|A_{u0}|}{\left\{\left[1+\left(\frac{\omega_G}{\omega_{g1}}\right)^2\right]\left[1+\left(\frac{\omega_G}{\omega_{g2}}\right)^2\right]\cdots\left[1+\left(\frac{\omega_G}{\omega_{gn}}\right)^2\right]\right\}^{1/2}} = \frac{|A_{u0}|}{\sqrt{2}} \qquad (9/76)$$

Analogiczne równanie można utworzyć w celu wyznaczenia trzydecybelowej pulsacji dolnej.

W wielostopniowych wzmacniaczach RC najczęściej stosuje się kaskadowe połączenie stopni o wspólnym emiterze (rozdz. 9.2.3) i wspólnym źródle (rozdz. 9.2.4). Wtórniki emiterowe (rozdz. 5.3.3) stosuje się jako

„transformatory impedancji", w przypadku konieczności odseparowania stopnia od dużego obciążenia.

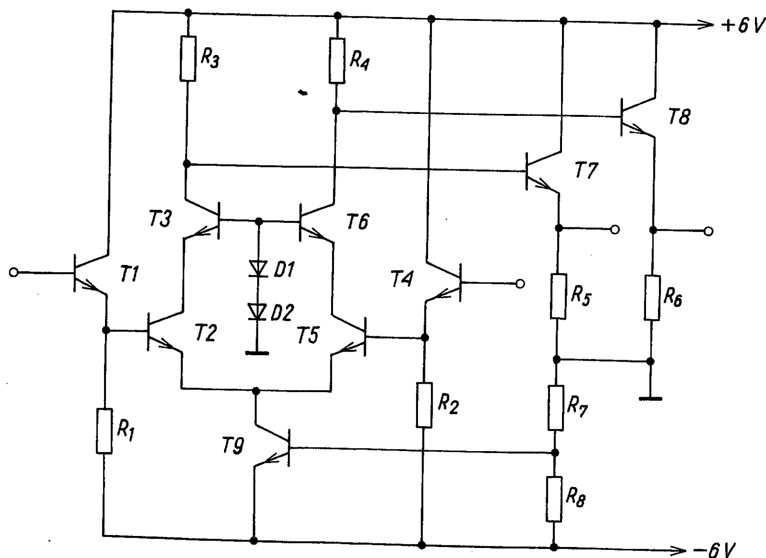
Pomimo dobrych właściwości wielkoczęstotliwościowych stopnie o wspólnej bazie (rozdz. 5.3.2) stosuje się rzadko w kaskadzie, ze względu na niekorzystnie małą rezystancję wejściową. W przypadku wzmacniaczy szerokopasmowych w.cz. stosuje się stopnie kaskodowe (rozdz. 5.5.2) i stopnie wzmacniaczy sprzężonych emiterowo (rozdz. 5.5.1).

9.4 SCALONE WZMACNIACZE SZEROKOPASMOWE

Wymagania i podstawową regułę projektowania scalonych wzmacniaczy szerokopasmowych podano w rozdz. 9/1. Wzmacniacze te są wzmacniaczami dolnoprzepustowymi, jako układy scalone wymagają układów zasilania omówionych w rozdz. 4 i są budowane z podstawowych podukładów omówionych w rozdz. 7.3.

Scalone wzmacniacze szerokopasmowe można pod względem konstrukcji podzielić na wzmacniacze z zastosowaniem: tranzystorów złożonych, lokalnego sprzężenia zwrotnego, ogólnego sprzężenia zwrotnego obejmującego pary lub trójki tranzystorów, dwupętlowego sprzężenia zwrotnego i *wzmacniaczy prądowych Gilberta* (ang. *Gilbert gain cell*).

Wzmacniacze z zastosowaniem tranzystorów złożonych to wzmacniacze CC-CB (wzmacniacz sprzężony emiterowo) i CE-CB (kaskoda) omówione w rozdz. 5.5.1 i 5.5.2. Przykładowy wzmacniacz, należący do tej grupy, przedstawiono na rys. 9/21. Jest to układ CA 3040 firmy RCA. Jak widać na rysunku jest to wzmacniacz różnicowy ze źródłem stałoprądowym (*T*9), parą



9/21 Szerokopasmowy wzmacniacz scalony z tranzystorami złożonymi

kaskodową w każdej „połówce" ($T2$, $T3$ i $T5$, $T6$) i wtórnikowymi wejściami ($T1$ i $T4$). Wzmacniacz ma dwa wyjścia wtórnikowe ($T7$ i $T8$). Małoczęstotliwościowe wzmocnienie wzmacniacza, przy pominięciu rezystancji baz i przewodności wyjściowych tranzystorów oraz przyjęciu wzmocnień wtórników równych jeden

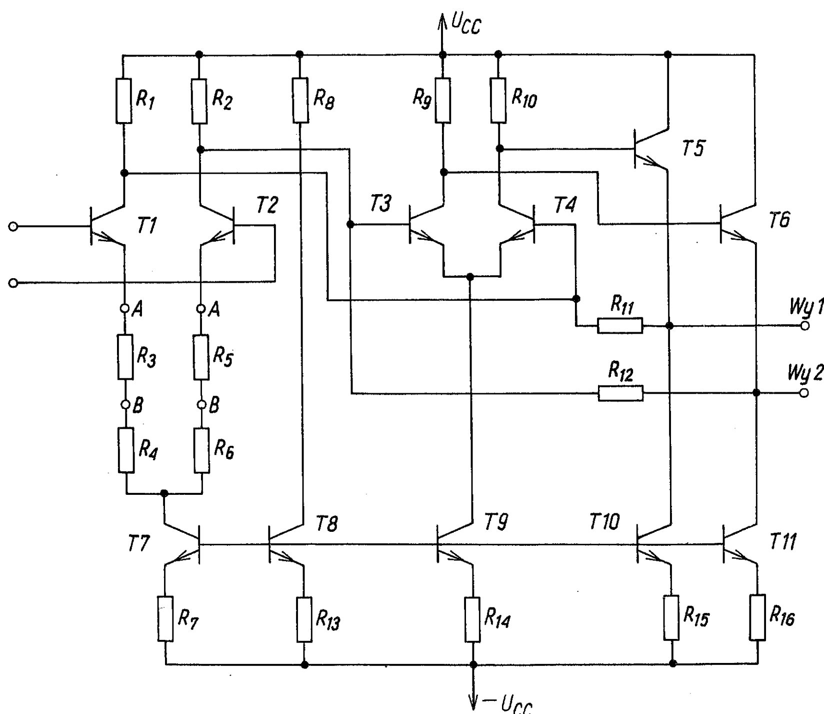
$$A_{u0} = -g_{mz} R_3 \tag{9/77}$$

przy czym g_{mz} – transkoduktancja tranzystora złożonego

$$g_{mz} = \frac{g_{m2} g_{m3}}{g_{m2} + g_{m3}} \tag{9/78}$$

Wzmacniacz zapewnia wzmocnienie 30 dB i pasmo 55 MHz jeśli częstotliwość f_T tranzystorów wynosi 500 MHz. Powyżej częstotliwości górnej wzmocnienie maleje $-$ 18 dB/okt..

Jako przykład wzmacniacza z lokalnym sprzężeniem zwrotnym przedstawiono (rys. 9/22) schemat kaskady stopni z lokalnym sprzężeniem zwrotnym. Jest to układ µA 733 firmy Fairchild, składający się z dwóch stopni różnicowych i wtórników wyjściowych. Pierwszy stopień różnicowy ($T1$, $T2$) z lokalnym prądowo-szergowym sprzężeniem zwrotnym steruje drugi stopień

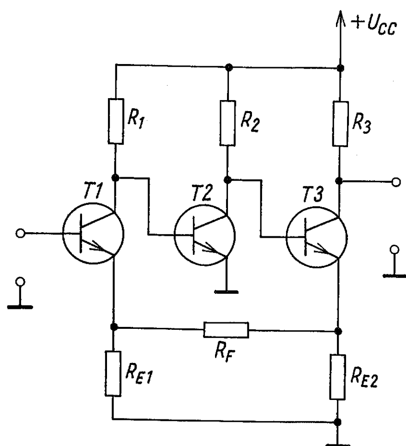


9/22 Szerokopasmowy wzmacniacz scalony z lokalnym sprzężeniem zwrotnym

różnicowy ($T3$, $T4$), którego obie „połówki” łącznie z wtórnikami wyjściowymi ($T6$, $T5$) są objęte pętlami napięciowo-równoległego sprzężenia zwrotnego poprzez rezystory $R11$ i $R12$. We wszystkich stopniach jest wymuszany prąd przez źródło stałoprądowe ($T7 \ldots T11$), przy czym tranzystory $T10$ i $T11$ stanowią obciążenie aktywne dla wtórników wyjściowych. Przy założeniu $R11 \ll R1$ i wzmocnień wtórników równych jeden, pominięciu rezystancji baz i przewodności wyjściowych tranzystorów, wzmocnienie napięciowe przy uziemionym drugim wyjściu, można aproksymować następująco:

$$A_{u0} = -\frac{R_{11}}{R_3 + R_4 + 1/g_{m1}} \tag{9/79}$$

W układzie uzyskuje się wzmocnienie 15 dB i pasmo > 100 MHz, po zwarciu zacisków B–B – 35 dB, pasmo około 100 dB, po zwarciu zacisków A–A – 45 dB i pasmo około 20 MHz. Do konstrukcji wzmacniacza użyto tranzystory o $f_T = 800$ MHz.



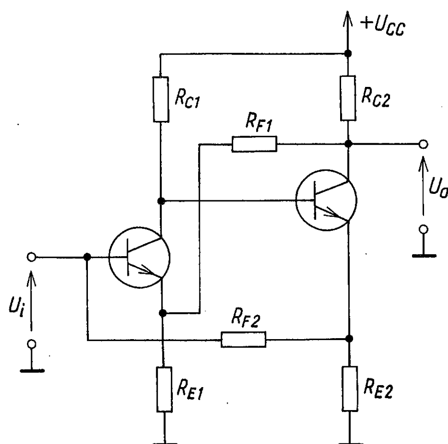
9/23 Wzmacniacz z ogólnym sprzężniem zwrotnym obejmującym trójkę tranzystorów

Jako przykład wzmacniacza z ogólnym sprzężeniem zwrotnym, obejmującym parę tranzystorów, może posłużyć drugi stopień różnicowy wraz z wtórnikami wyjściowymi układu z rys. 9/22. Ideę wzmacniacza z ogólnym sprzężeniem zwrotnym obejmującym trójkę tranzystorów przedstawiono na rys. 9/23. Jest to układ z prądowo-szeregowym sprzężeniem zwrotnym. Można wykazać, że w zakresie małych częstotliwości, przy pominięciu rezystnacji baz i przewodności wyjściowych, przy dużych wartościach β_0 tranzystorów, wzmocnienie napięciowe wzmacniacza

$$A_{u0} = -\frac{R_3(R_{E1} + R_{E3} + R_F)}{R_{E1} R_{E3}} \tag{9/80}$$

Implementacją tej koncepcji jest wzmacniacz MC 1553 firmy Motorola o wzmocnieniu 50 V/V i pasmie trzydecybelowym 45 MHz lub 100 V/V i pasmie 50 MHz.

Przykładem wzmacniacza z dwupętlowym sprzężeniem zwrotnym jest układ przedstawiony na rys. 9/24. Jest to układ z napięciowo-szeregowym



9/24 Wzmacniacz z dwupętlowym sprzężeniem zwrotnym

i napięciowo-równoległym sprzężeniem zwrotnym. Jego napięciowe wzmocnienie małoczęstotliwościowe, przy uproszczeniach jak w poprzednim układzie, można przedstawić następująco:

$$A_{u0} = \frac{R_{F1} + R_{E1}}{R_{E1}} \tag{9/81}$$

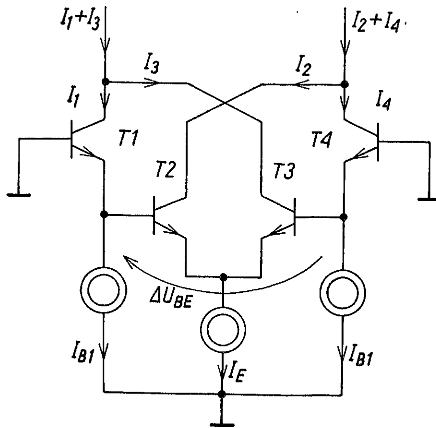
W konstrukcji wzmacniaczy o bardzo szerokim paśmie trzydecybelowym są stosowane *prądowe wzmacniacze Gilberta*. We wzmacniaczach tych przekształca się napięcie w prąd, wzmacnia go i ponownie przekształca w napięcie. Umożliwia to rozszerzenie pasma wzmacniacza do częstotliwości f_T.

Podstawowy wzmacniacz prądowy Gilberta przedstawiono na rys. 9/25. Załóżmy, że tranzystory są parami identyczne i charakteryzują się $\beta_0 >> 1$. Tranzystory $T1$ i $T4$ są sterowane z różnicowego źródła prądowego I_{B1}, I_{B2}, spełniającego związki:

$$I_{B1} = xI_B = I_1 \qquad I_{B2} = (1-x)I_B = I_4 \qquad I_B = I_{B1} + I_{B2} \tag{9/82}$$

Różnicę napięć ΔU_{BE}, zaznaczoną na rys. 9/25, można przedstawić następująco (por. wzór (7/1)):

$$\Delta U_{BE} = U_{BE2} - U_{BE1} = U_T \ln\frac{I_{B2}}{I_{B1}} = U \ln\frac{I_4}{I_1} \tag{9/83}$$



9/25 Wzmacniacz prądowy Gilberta

W tranzystorze *T*2 pary różnicowej *T*2, *T*3, sterowanej tym napięciem, płynie prąd (por. wzór (7/2))

$$I_2 = I_3 \exp \frac{\Delta U_{BE}}{U_T}$$

skąd wynika

$$\Delta U_{BE} = U_T \ln \frac{I_2}{I_3} \tag{9/84}$$

Z porównania wzorów (9/83) i (9/84) wynika:

$$\frac{I_{B2}}{I_{B1}} = \frac{I_4}{I_1} = \frac{I_2}{I_3} = \frac{1-x}{x}$$

skąd przyjmując: $I_2 + I_4 = I_E$ otrzymuje się

$$I_2 = (1-x)I_E \qquad I_3 = xI_E \tag{9/85}$$

Różnice prądów wyjściowych i wejściowych (patrz rys. 9/25) są zatem następujące:

$$\Delta I_o = (I_1 + I_3) - (I_2 + I_4) = 2x(I_B + I_E) \tag{9/86}$$

$$\Delta I_i = I_{B1} - I_{B2} = 2xI_B \tag{9/87}$$

Jeżeli zmiany ΔI_o i ΔI_i są dostatecznie małe, to można napisać, że

$$A_{id0} = \frac{\Delta I_o}{\Delta I_i} = \left(1 + \frac{I_E}{I_B}\right) \tag{9/88}$$

Ze wzoru (9/88) wynika, że:

> wzmocnienie prądowe wzmacniacza Gilberta w zakresie małych częstotliwości zależy jedynie od prądów stałych, zasilających obie pary różnicowe.

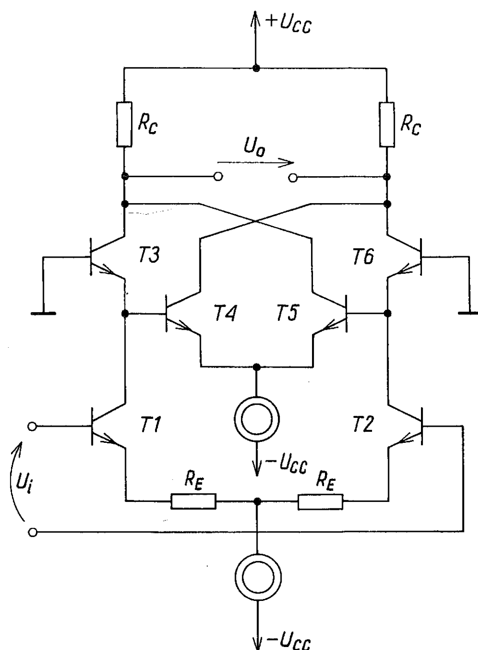
Zauważmy, że wzmocnienie prądowe otrzymaliśmy na podstawie wielkosygnałowej eksponencjalnej charakterystyki napięciowo-prądowej złącza baza-emiter tranzystora. Otrzymany rezultat jest niezależy od parametrów małosygnałowego modelu tranzystora i jest słuszny zarówno dla analizy wielko-, jak i małosygnałowej.

> Trzydecybelowa częstotliwość górna wzmacniacza Gilberta jest proporcjonalna do częstotliwości odcięcia tranzystorów.
>
> W wyniku aproksymacji biegunem dominującym można napisać

$$\Delta f_{3dB} = f_g = \frac{f_T}{A_{id0}} \tag{9/89}$$

przy czym A_{id0} – wzmocnienie dane wzorem (9/88).

Na rysunku 9/26 przedstawiono schemat szerokopasmowego wzmacniacza napięciowego z zastosowaniem wzmacniacza prądowego Gilberta. W parze różnicowej z emiterowym sprzężeniem zwrotnym ($T1$, R_E i $T2$, R_E) następuje liniowe przekształcenie napięcia wejściowego w prąd sterujący tranzystory $T3$ i $T6$ wzmacniacza Gilberta. Wzmocnione prądy we wzmac-



9/26 Szerokopasmowy wzmacniacz napięciowy z zastosowaniem wzmacniacza prądowego Gilberta

niaczu Gilberta są przetwarzane liniowo w rezystorach R_C na wyjściowe napięcie różnicowe. Wzmocnienie wzmacniacza można przedstawić następująco:

$$A_{ud0} = \frac{R_C}{R_E}\left(1 + \frac{I_E}{I_B}\right) \qquad (9/90)$$

9.5 PODSUMOWANIE

Wzmacniacze RC, są wzmacniaczami z separcją składowych stałych pojemnościami sprzęgającymi stopnie wzmacniające. Z tego względu są one wzmacniaczami środkowoprzepustowymi, które realizuje się jako szerokopasmowe.

Podstawowymi stopniami wzmacniającymi są wzmacniacze o wspólnym źródle i wspólnym emiterze. O ich właściwościach wzmacniających decyduje transkonduktancja tranzystora i obciążenie drenu lub kolektora. Częstotliwość dolna jest odwrotnie proporcjonalna do pojemności sprzęgającej i wypadkowych rezystancji „na lewo" i „na prawo" od pojemności sprzęgającej. Częstotliwość górna jest tym większa, im są mniejsze pasożytnicze pojemności tranzystora i im jest mniejsza rezystancja obciążająca dren lub kolektor tranzystora. Jak widać, istnieje sprzeczność między dużym wzmocnieniem i szerokim pasmem wzmacniaczy. Pojemność bocznikująca rezystor źródłowy lub emiterowy powinna być dobrana w taki sposób, aby pulsacja dolna, zależna od parametrów obwodu źródłowego (emiterowego) była znacznie mniejsza niż pulsacja dolna wzmacniacza. Wpływ na to mają nie tylko pojemność bocznikująca i rezystor źródłowy (emiterowy), lecz również transkonduktancja tranzystora.

We wzmacniaczach wielostopniowych najczęściej stosuje się stopnie o wspólnym źródle lub wspólnym emiterze.

W przypadku trudności z zapewnieniem odpowiednio szerokiego pasma używa się stopni o wspólnej bazie, stopni kaskodowych lub wzmacniaczy sprzężonych emiterowo. Wtórniki źródłowe i emiterowe stosuje się jako separatory między stopniami wzmacniacza, między źródłem sygnału i stopniem wzmacniacza lub między stopniem wzmacniacza, a obciążeniem.

Wzmocnienie kaskadowego połączenia wzmacniaczy jest iloczynem wzmocnień poszczególnych stopni. Moduł wzmocnienia w decybelach i faza wzmocnienia wzmacniacza wielostopniowego jest sumą odpowiednio: wzmocnień w $\{dB\}$ i faz poszczególnych stopni.

Wielostopniowe wzmacniacze mają węższe pasmo niż stopnie, z których są złożone.

Współcześnie, w coraz szerszym zakresie, w miejsce wzmacniaczy RC, stosuje się scalone wzmacniacze dolnoprzepustowe: wzmacniacze operacyjne i scalone wzmacniacze szerokopasmowe.

Szerokopasmowe wzmacniacze w.cz., realizowane współcześnie jako scalone wzmacniacze dolnoprzepustowe, konstruuje się wykorzystując dobre właściwości w zakresie wielkich częstotliwości tranzystorów złożonych CC-CB, CE-CB (kaskoda) oraz właściwości ujemnego sprzężenia zwrotnego. Stosuje się kaskadowe łączenie stopni z lokalnym sprzężeniem zwrotnym, obejmującym pary lub trójki tranzystorów, ogólne sprzężenie zwrotne oraz dwupętlowe sprzężenie zwrotne.

W przypadku wzmacniaczy o bardzo szerokich pasmach stosuje się wzmacniacze prądowe Gilberta, których wzmocnienie małoczęstotliwościowe zależy tylko od prądów polaryzujących tranzystory, a pasmo trzydecybelowe jest proporcjonalne do częstotliwości f_T tranzystorów.

LITERATURA

1. Allen P.E., Holberg, D.R.: *CMOS analog circuit design.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.
2. Filipkowski A.: *Układy elektroniczne analogowe analogowe cyfrowe.* WNT, Warszawa 1980.
3. Ghausi M.S.: *Elecronic devices and circuits: discrete and integrated.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1985.
4. Golde W.: *Układy elektroniczne.* t.1 WNT, Warszawa 1970.
5. Gray P.E., Searle C.L.: *Podstawy elektroniki.* PWN, Warszawa 1974.
6. Grebene A.B.: *Bipolar and MOS analog integrated circuit design.* John Wiley and Sons, New York 1984.
7. Sedra A.S., Smith K.C.: *Microelectronic circuits.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.

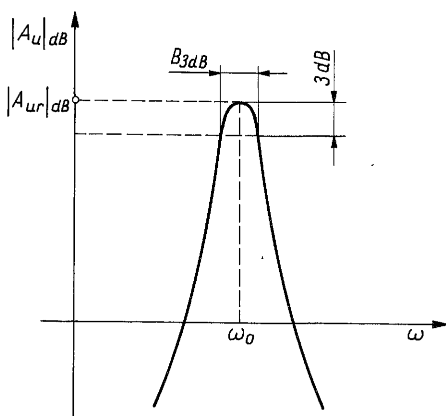
10

WZMACNIACZE WĄSKOPASMOWE

10.1 WPROWADZENIE

Wzmacniacze rezonansowe LC, nazwane tak ze względu na zastosowanie obwodów rezonansowych LC jako obciążenia tranzystora, są wzmacniaczami, środkowoprzepustnymi, wąskopasmowymi. Ich charakterystyki modułu wzmocnienia jest podobna do charakterystyk środkowoprzepustowych filtrów aktywnych RC. Stosuje się je jednak dla większych częstotliwości niż filtry aktywne RC.

Wzmacniacze rezonansowe LC są stosowane głównie w urządzeniach radiokomunikacyjnych, jako wzmacniacze w.cz., o dość szerokim pasmie, np. jako wzmacniacze antenowe odbiorników, a także jako wzmacniacze pośredniej częstotliwości (p.cz.), np. w odbiornikach z podwójną przemianą częstotliwości. W tym przypadku są to wzmacniacze decydujące o selektywności odbiornika i charakteryzują się wąskim pasmem i szybkim opadaniem zboczy charakterystyki amplitudowej. Wzmacniacze rezonansowe LC stosuje się wszędzie tam, gdzie są konieczne filtracja i wzmocnienie sygnałów, a jest



10/1 Charakterystyka modułu wzmocnienia wzmacniacza rezonasowego LC

niemożliwe ze względów technicznych czy ekonomicznych zastosowanie innych rozwiązań.

Wzmacniacze, o których mowa, są wzmacniaczami napięciowymi. Buduje się również wzmacniacze mocy w.cz., stosowane np. w nadajnikach radiokomunikacyjnych.

Na rysunku 10/1 przedstawiono przykładową charakterystykę modułu transmitancji rezonansowego wzmacniacza LC. Na charakterystyce tej można wyróżnić pulsację środkową, odpowiadającą maksymalnemu wzmocnieniu wzmacniacza. Wzmocnienie to nazywa się *wzmocnieniem w rezonansie*. Również jest zaznaczone pasmo trzydecybelowe B_{3dB}. Tak jak dla filtrów aktywnych RC wprowadza się pojęcie *dobroci wzmacniacza*

$$Q = \frac{\omega_0}{B_{3dB}} = \frac{f_0}{\Delta f_{3dB}} \tag{10/1}$$

Wzmacniacze rezonansowe LC pracują przy dużych częstotliwościach i dużych wzmocnieniach.

Prowadzi to do możliwości powstania pasożytniczych sprzężeń zwrotnych, które mogą stać się dodatnie i spowodować wzbudzenie się układu. Szczególny wpływ może wywierać pojemność pasożytnicza tranzystorów C_{gd} i C_{μ}.

Potencjalna niestabilność tranzystorów przy większych częstotliwościach sprawia, że bardzo ważnym aspektem w projektowaniu wzmacniaczy rezonansowych jest ich stabilność,

tym bardziej, że dąży się do maksymalnego wykorzystania zdolności wzmacniających tranzystora, czyli do pracy przy dopasowaniu energetycznym.

Istotnym zagadnieniem, związanym z stabilnością, jest *zestrajalność wzmacniaczy*, czyli możliwość strojenia poszczególnych obwodów rezonasowych bez rozstajającego wpływu na inne.

Wzmacniacze rezonansowe LC coraz częściej realizuje się dołączając obwody rezonansowe do wzmacniaczy scalonych, podobnych do omówionych w rozdz. 9.4.

Znaczenie wzmacniaczy rezonansowych LC zmalało wskutek wprowadzenia filtrów piezoelektrycznych: ceramicznych i kwarcowych.

Nowoczesne wzmacniacze p.cz. zwłaszcza do aparatury profesjonalnej, wykonuje się niemal wyłącznie z użyciem filtrów kwarcowych (I p.cz.) i ceramicznych (II p.cz.), często w połączeniu ze wzmacniaczami scalonymi.

10.2 WZMACNIACZE REZONANSOWE LC

10.2.1 Stabilność wzmacniaczy

Jak wiadomo czytelnikowi z teorii obwodów,

maksymalne wzmocnienie mocy jest tylko wówczas osiągalne, gdy czwórnik aktywny jest stabilny bezwzględnie.

Warunek stabilności bezwzględnej czwórnika można zapisać następująco:

$$|y_{12}y_{21}| + \mathrm{Re}(y_{12}y_{21}) \leqslant 2\mathrm{Re}(y_{11})\mathrm{Re}(y_{22}) \qquad (10/2)$$

przy:

$$\mathrm{Re}(y_{11}) > 0 \qquad \mathrm{Re}(y_{22}) > 0$$

Wzmocnienie mocy jest stosunkiem mocy dostarczonej do obciążenia do mocy dostarczanej ze źródła sygnału na wejście układu. Jeżeli Y_t jest admitancją wejściową układu, Y_l jego obciążeniem, to wzmocnienie mocy można przedstawić następująco:

$$A_P = \frac{P_o}{P_i} = \frac{\frac{1}{2}|U_o|^2\mathrm{Re}(Y_l)}{\frac{1}{2}|U_i|^2\mathrm{Re}(Y_i)} = \frac{\mathrm{Re}(Y_l)}{\mathrm{Re}(Y_i)}|A_u| \qquad (10/3)$$

przy czym U_i – napięcie na wejściu, U_o – napięcie na wyjściu czwórnika.

Wzmocnienie napięciowe i admitancję wejściową można wyrazić przez parametry czwórnikowe y następująco:

$$A_u = -\frac{y_{21}}{y_{22} + Y_l} \qquad (10/4)$$

$$Y_i = y_{11} - \frac{y_{12}y_{21}}{y_{22} + Y_l} \qquad (10/5)$$

Po podstawieniu (10/4) i (10/5) do wzoru (10/3) otrzymuje się:

$$A_P = \left|\frac{y_{21}}{y_{22} + Y_l}\right|^2 \frac{\mathrm{Re}(Y_l)}{\mathrm{Re}[y_{11} - (y_{12}y_{21})/(y_{22} + Y_l)]} \qquad (10/6)$$

Maksymalne wzmocnienie mocy osiąga się przy dopasowaniu, które określają wzory:

$$Y_l = (Y_o)^* = \left(y_{22} - \frac{y_{12}y_{21}}{y_{11} + Y_g}\right)^* \qquad (10/7)$$

$$Y_g = (Y_i)^* = \left(y_{11} - \frac{y_{21}y_{12}}{y_{22} + Y_l}\right)^* \qquad (10/8)$$

a zatem, w przypadku gdy admitancja wewnętrzna źródła jest równa sprzężonej admitancji wejściowej, a admitancja obciążenia sprzężonej admitancji wyjściowej.

Jeśli są spełnione warunki (10/7) i (10/8), to wzmocnienie mocy jest maksymalne i można je wyrazić wzorem:

$$A_{pmax} = |y_{21}|^2 \Big/ \Big(2\,\mathrm{Re}(y_{11})\mathrm{Re}(y_{22}) - \mathrm{Re}(y_{12}\,y_{21}) + \\ + \sqrt{[2\,\mathrm{Re}(y_{11})\mathrm{Re}(y_{22}) - \mathrm{Re}(y_{11}\,y_{22})]^2 - |y_{12}\,y_{21}|^2}\Big) \qquad (10/9)$$

Zauważmy, że jeżeli części rzeczywiste parametrów y_{11} i y_{22} są dodatnie, to aby wyrażenie pod pierwiastkiem było różne od zera, musi być spełnione równanie (10/2), czyli układ musi być bezwzględnie stabilny, aby osiągalne było maksymalne wzmocnienie mocy.

Rozpatrując warunek (10/2) można zauważyć, że zachowanie bezwzględnej stabilności, przy dużych wartościach $|y_{21}|$ wymaga małych wartości $|y_{12}|$. Warunek (10/2) byłby spełniony zawsze, gdyby y_{12} było równe zero.

Współczesne tranzystory w.cz., charakteryzują się małymi wartościami $|y_{12}|$. We wzmacniaczu kaskodowym lub wzmacniaczu sprzężonym emiterowo (patrz rozdz. 5.5.1 i 5.5.2) uzyskuje się znacze zmniejszenie wartości y_{12}. W praktyce stosując tranzystor o częstotliwości f_T 10...20 razy większej niż częstotliwość środkowa wzmacniacza można przyjąć, że $y_{12} \cong 0$. Jeżeli jest uzasadnione przyjęcie $y_{12} = 0$, z zachowaniem bezwzględnej stabilności, to wzór (10/9) przyjmuje postać

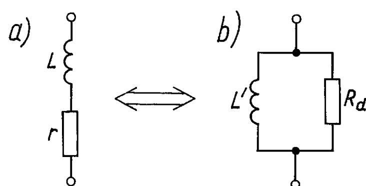
$$A_{pmax} = \frac{|y_{21}|^2}{4\mathrm{Re}(y_{11})\mathrm{Re}(y_{22})} = \frac{|y_{21}|^2}{4g_1 g_2} \qquad (10/10)$$

W przypadku potencjalnej niestabilności tranzystorów, rezygnuje się z maksymalnego wzmocnienia mocy i dobiera się takie przewodności generatora i obciążenia, aby zapewnić spełnienie warunków stabilności roboczej, a mianowicie

$$|y_{21}\,y_{12}| + \mathrm{Re}(y_{21}\,y_{12}) \leqslant 2[\mathrm{Re}(y_{11}) + G_g][\mathrm{Re}(y_{22}) + G_l] \qquad (10/11)$$

10.2.2 Schematy zastępcze obwodów rezonansowych LC i tranzystorów

Na rysunku 2/28b przedstawiono pojedynczy stopień wzmacniacza rezonansowego LC, a na rysunku 2/33a i b jego schemat zmiennoprądowy i małosygnałowy schemat zastępczy. Jak widać (rys. 2/33b) obwód rezonasowy jest włączony między tranzystor i obciążenie za pośrednictwem dwóch transformatorów idealnych, a równolegle do obwodu rezonasowego jest włączona przewodność G_d. Przewodność G_d, nazywa się przewodnością dynamiczną obwodu rezonasowego; jest ona równa admitancji obwodu rezonasowego w rezonasie. Można ją wyznaczyć z warunków równoważności obwodów,



10/2 Równoważność schematów zastępczych cewki z szergowymi stratami i równoległą rezystancją dynamiczną

przedstawionych na rys. 10/2. Z porównania admitancji obu obwodów wynikają wzory

$$R_d = \frac{1}{G_d} = r(1 + Q_L^2) \qquad L' = L\left(1 + \frac{1}{Q_L^2}\right) \tag{10/12}$$

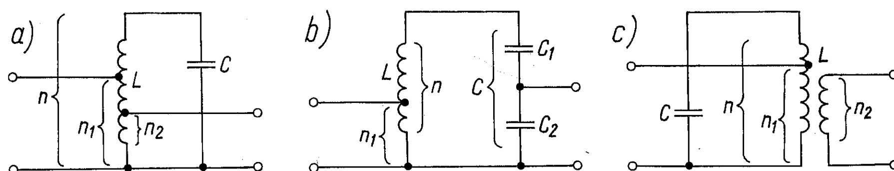
przy czym r – szeregowa rezystancja strat cewki,

$$Q_L = \frac{\omega L}{r} \tag{10/13}$$

jest dobrocią cewki.
W praktyce $Q_L >> 1$, można zatem uprościć wzory (10/12) do postaci

$$R_d \cong r Q_L^2 = \omega L\, Q_L \qquad L \cong L' \tag{10/14}$$

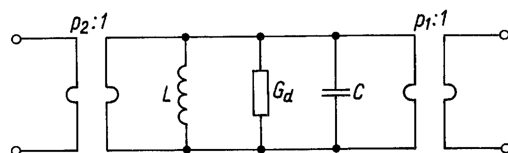
Na rysunku 2/28b można zauważyć, że obwód rezonasowy jest połączony z tranzystorem przez odczep cewki, a z obciążeniem przez dzielnik pojemnościowy. Taki sposób włączenia zapobiega stłumieniu obwodu rezonasowego. Przykładowe zmiennoprądowe schematy obwodów rezonansowych stosowanych we wzmacniaczach, pokazano na rys. 10/3. Niezależnie od sposobu połączenia obwodu rezonasowego z tranzystorem i obciążeniem, można je opisać ogólnym schematem zastępczym, przedstawionym na rys. 10/4. Szczegółowy schemat zastępczy uzyska się po określeniu przekładni p_1 i p_2, w zależności od schematu obwodu rezonasowego. Dla obwodów przedstawionych na rys. 10/3 przekładnie p_1 i p_2 określono w tabl. 10/1.



10/3 Schematy zmiennoprądowe obwodów rezonansowych o sprzężeniu: a) autotransformatorowo-autotransformatorowym, b) autotransformatorowo-pojemnościowym, c) autotransformatorowo-transformatorowym

10/1 Przekładnie obwodów rezonansowych z rys. 10/3

Rysunek	Przekładnia	
	p_1	p_2
10/3a	n/n_2	n_1/n
10/3b	C_2/C	n_1/n
10/3c	n/n_2	n_1/n

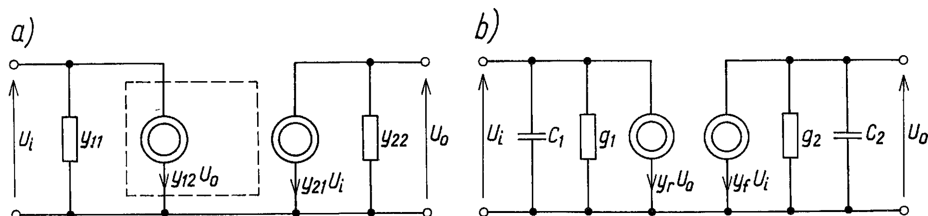


10/4 Schemat zastępczy obwodu rezonasowego

W analizie wzmacniaczy rezonansowych LC nie można stosować schematów zastępczych zunilateryzowanych zgodnie z zasadą Millera, ze względu na zbyt duży błąd, jaki wnosi ta aproksymacja w przypadku układów wąskopasmowych.

W projektowaniu posługuje się najczęściej parametrami *y* tranzystorów, które można mierzyć za pomocą wyspecjalizowanych mierników. W takim przypadku stosuje się schemat zastępczy z rys. 10/5a, jeżeli można przyjąć $y_{12} = 0$, to schemat zastępczy staje się unilatrealny (zanika źródło prądowe obwiedzione linią przerywaną na rys. 10/5a).

Wzmacniacze rezonansowe LC są na ogół wąskopasmowe, a ich dobroć jest większa niż 10, co oznacza, że pulsacje na skrajach pasma trzydecybelowego różnią się od pulsacji środkowej o 10%. Przyjmuje się, że przy takich zmianach pulsacji część rzeczywista jest w przybliżeniu stała, a część



10/5 Czwórnikowy schemat zastępczy tranzystora: a) dokładny, b) uproszczony

urojona liniowo zależy od pulsacji. Admitancje y_{11} i y_{22} można uważać za równoległe połączenie przewodności i pojemności (rys. 10/4b).

Na podstawie schematu zastępczego tranzystora unipolarnego (rys. 2/27), można wyznaczyć elementy macierzy **Y** czwórnika, mianowicie

$$y_{11} = \frac{I_1}{U_1}\bigg|_{U_2=0} = j\omega(C_{gs} + C_{gd})$$

$$y_{22} = \frac{I_2}{U_2}\bigg|_{U_1=0} = g_o + j\omega(C_{gd} + C_{gd})$$

$$y_{12} = \frac{I_1}{U_2}\bigg|_{U_1=0} = -j\omega C_{gd}$$

$$y_{21} = \frac{I_2}{U_1}\bigg|_{U_2=0} = g_m \qquad (10/15)$$

Otrzymany schemat zastępczy przedstawiono na rys. 10/6a. Zauważmy, że w tym przypadku, nie ma potrzeby korzystania z przytoczonej aproksymacji. Ponadto widać, że jeśli pominiemy pojemność C_{gd}, to również wszystkie pojemności pasożytnicze tranzystora, jako że mają one porównywalne wartości. Zauważmy także, że tranzystor unipolarny jest potencjalnie niestabilny, warunek (10/2) jest bowiem spełniony tylko w przypadku zerowych wszystkich pojemności pasożytniczych. Warunkiem stabilności roboczej jest

$$\omega g_m C_{gd} \leqslant 2G_g G_l \qquad (10/16)$$

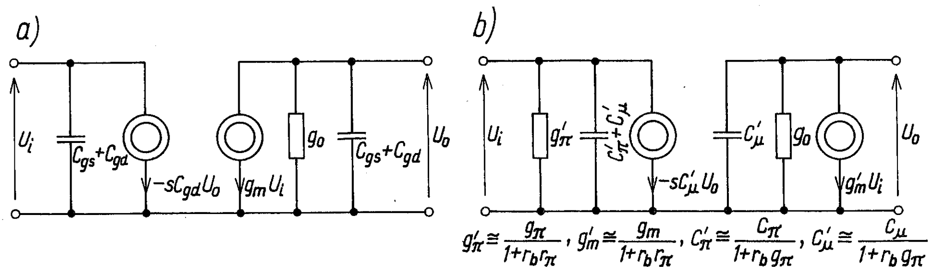
Na podstawie schematu zastępczego tranzystora bipolarnego (rys. 2/20) można wyznaczyć elementy czwórnikowej macierzy tranzystora, mianowicie

$$y_{11} = \frac{g_\pi + s(C_\pi + C_\mu)}{1 + r_b g_\pi + s r_b(C_\pi + C_\mu)}$$

$$y_{12} = -\frac{sC_\mu}{1 + r_b g_\pi + s r_b(C_\pi + C_\mu)} \qquad (10/17)$$

$$y_{21} = \frac{g_m}{1 + r_b g_\pi + s r_b(C_\pi + C_\mu)}$$

$$y_{22} = g_o + sC_\mu\left[1 + \frac{g_m r_b}{1 + r_b g_\pi + s r_b(C_\pi + C_\mu)}\right]$$



10/6 Czwórnikowy schemat zastępczy tranzystora: a) dokładny, b) uproszczony

W tym przypadku, aproksymacji, otrzymuje się

$$g_1 = \mathrm{Re}(y_{11}) \qquad C_1 = \mathrm{Im}\left(\frac{y_{11}}{\omega}\right)$$
$$g_2 = \mathrm{Re}(y_{22}) \qquad C_2 = \mathrm{Im}\left(\frac{y_{22}}{\omega}\right) \tag{10/18}$$

Ze wzorów (10/17) wynika, że jeżeli

$$\omega \ll \frac{1 + r_b g_\pi}{r_b(C_\pi + C_\mu)} = \frac{(1 + r_b g_\pi)\omega_T}{r_b g_m} = \frac{(1 + r_b g_\pi)\omega_\beta}{r_b g_\pi} \tag{10/19}$$

to można je przedstawić w przybliżeniu następująco:

$$y_{11} \cong \frac{g_\pi + s(C_\pi + C_\mu)}{1 + r_b g_\pi} \qquad y_{22} \cong g_o + s\frac{C_\mu}{1 + r_b g_\pi}$$
$$y_{12} \cong -\frac{sC_\mu}{1 + r_b g_\pi} \qquad y_{21} \cong \frac{g_m}{1 + r_b g_\pi} \tag{10/20}$$

Schemat zastępczy tranzystora bipolarnego, odpowiadający równaniom (10/20), przedstawiono na rys. 10/6b.
W celu sprawdzenia stabilności bezwzględnej podstawmy te wielkości do wzoru (10/2), otrzymamy:

$$\frac{\omega g_m C_\mu}{(1 + r_b g_\pi)^2} \leqslant 2\frac{g_\pi g_o}{(1 + r_b g_\pi)^2}$$

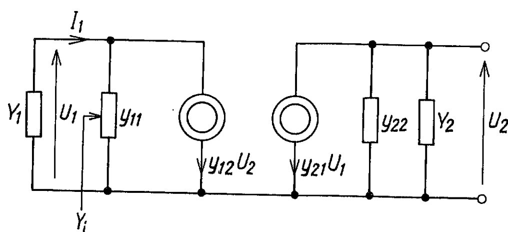
a stąd

$$\omega \leqslant \frac{2g_\pi g_o}{g_m C_\mu} = \frac{2g_o}{\beta_0 C_\mu} \tag{10/21}$$

Wzór (10/21) wyraża warunek stabilności bezwzględnej tranzystora bipolarnego.

10.2.3 Zestrajalność wzmacniaczy

W przypadku wielostopniowych wzmacniaczy, a także pojedynczych stopni z obwodami rezonasowymi na wejściu i wyjściu, jest istotna zestrajalność tych obwodów. Rozważmy wzmacniacz rezonasowy LC z dwoma obwodami rezonansowymi o schemacie zastępczym przedstawionym na rys. 10/7. Rozważamy „najgorszy przypadek”, gdyż obwody rezonasowe są połączone z tranzystorem bezpośrednio, co jest równoważne przekładniom $p_1 = p_2 = 1$ (por. rys. 10/4). Dla uproszczenia admitancje obwodów rezonasowych z rys. 10/7 oznaczyliśmy przez Y_1 i Y_2.



10/7 Schemat zastępczy wzmacniacza z dwoma obwodami rezonansowymi

Zauważmy, że przy strojeniu obwodu wyjściowego zmienia się Y_2, co wywołuje zmianę napięcia U_2, a tym samym za pośrednictwem y_{12} zmienia się admitancja Y_1, rozstrajając obwód wejściowy. Naturalnie analogiczny wpływ na obwód wyjściowy wywiera strojenie obwodu wejściowego. Ten wzajemny wpływ obwodów rezonansowych utrudnia zestrojenie wzmacniacza i wprowadza asymetrię charakterystyki modułu wzmocnienia.

Bezpośredni wpływ na rozstrojenie obwodu wejściowego ma admitancja Y_i, która jest równolegle połączona z admitancją obwodu rezonansowego Y_1. Korzystając z rys. 10/7 można napisać:

$$I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \qquad 0 = y_{21}U_1 + (y_{22} + Y_2)U_2$$

skąd otrzymuje się

$$Y_i = y_{11} - \frac{y_{22}y_{12}}{y_{22} + Y_2}$$

Szczególnie istotne jest zmniejszenie wpływu drugiego składnika. Można to zrealizować żądając:

$$|y_{11}Y_1| \gg \left|\frac{y_{21}y_{12}}{y_{22} + Y_2}\right| \qquad (10/22)$$

co jest równoważne warunkowi

$$|y_{21}y_{12}| \ll |(y_{11} + Y_1)(y_{22} + Y_2)| \qquad (10/23)$$

Admitancje Y_1 i Y_2 są najmniejsze w rezonansie i równe przewodnościom dynamicznym G_{d1} i G_{d2}. Warunek (10/23) można zatem napisać dla „najgorszego przypadku" następująco:

$$|y_{21}y_{12}| \ll G_{d1}G_{d2} \tag{10/24}$$

Warunek zestrajalności dla tranzystora bipolarnego jest następujący:

$$\frac{\omega g_m C_\mu}{(1 + r_b g_\pi)^2} \ll G_{d1}G_{d2} \tag{10/25}$$

Z porównania tego warunku z warunkiem stabilności bezwzględnej, mając na uwadze, że:

$$2g_\pi g_o > G_{d1}G_{d2}$$

wynika, że zestrajalność gwarantuje bezwzględną stabilność.

W przypadku tranzystora unipolarnego warunek zestrajalności jest następujący:

$$\omega g_m C_{gd} \ll G_{d1}G_{d2} \tag{10/26}$$

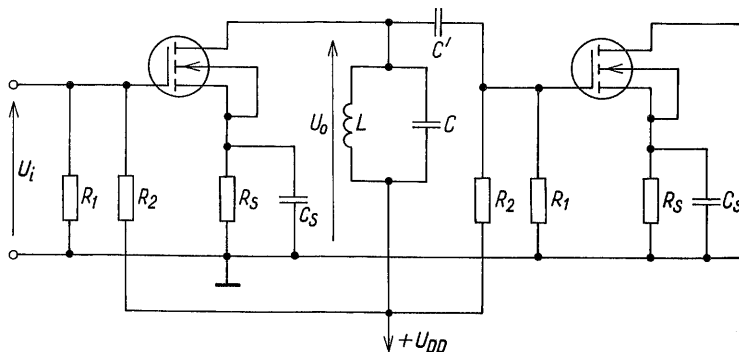
porównując go z warunkiem stabilności roboczej (wzór (10/16)) stwierdzamy, że łatwiej zapewnić stabilność roboczą niż zestrajalność.

Zauważmy, że w przypadku stosowania obwodów rezonansowych w postaci jak np. na rys. 10/3, przy odpowiednim doborze przekładni, wzajemny wpływ obwodów rezonansowych może być zmniejszony. Rozważając przykładowo obwód rezonansowy z rys. 10/7 o admitancji Y_1 jako przedzielony idealnym transformatorem, o przekładni $p_1\!:\!1$ ($p_1 > 1$), od admitancji Y_i można zauważyć, że admitancję obwodu rezonasowego obciąża admitancja $\frac{1}{p_1^2} Y_i$.

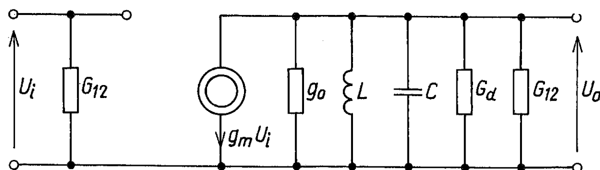
W dalszym ciągu rozważań dla uproszczenia analizy i nie komplikowania interpretacji uzyskiwanych wyników przyjmiemy, że są spełnione warunki stabilności i zestrajalności, zakładając że w rozważanym zakresie częstotliwości y_{12} tranzystorów można przyjąć równe zero.

10.2.4 Wzmacniacz z tranzystorem unipolarnym i pojedynczym obwodem rezonansowym LC

Na rysunku 10/8 przedstawiono stopień środkowy wzmacniacza rezonansowego LC zbudowany z użyciem tranzystora MOSFET ze wzbogaconym kanałem *n*. Wzmacniacz jest sterowany i obciążony takim samym stopniem. Załóżmy, że wzmacniacz pracuje w zakresie częstotliwości, dla którego można uznać, że pojemności pasożytnicze tranzystora są rozwarciem. Zgodnie



10/8 Srodkowy stopień wzmacniacza rezonansowego LC z tranzystorami MOSFET



10/9 Małosygnałowy schemat zastępczy wzmacniacza rezonasowego z rys. 10/8

z wnioskami z rozdz. 10.2.1 tranzystor jest stabilny bezwzględnie, a małosygnałowy schemat zastępczy wzmacniacza można przedstawić tak, jak na rys. 10/9.

Po podstawieniu do pierwszego z wzorów (10/14) $\omega_0 = 1/L\,C$, przewodność dynamiczną obwodu rezonansowego można przedstawić następująco:

$$G_d = \frac{1}{Q_L}\sqrt{\frac{C}{L}} \tag{10/27}$$

Z obwodu wyjściowego (rys. 10/9) wynika

$$U_o = \frac{g_m}{G_\Sigma + sC + \dfrac{1}{sL}}\,U_i \tag{10/28}$$

przy czym

$$G_\Sigma = g_o + G_d + G_{12} \tag{10/29}$$

Po podzieleniu obu stron równania (10/29) przez U_i i odpowiednim przekształceniu otrzymuje się

$$A_u = \frac{U_o}{U_i} = -\frac{g_m}{G_\Sigma}\,\frac{\dfrac{G_\Sigma}{C}s}{s^2 + \dfrac{G_\Sigma}{C}s + \dfrac{1}{L\,C}} \tag{10/30}$$

jeśli oznaczymy

$$A_{ur} = -\frac{g_m}{G_\Sigma} \tag{10/31}$$

$$B_{3dB} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{G_\Sigma}{C} \tag{10/32}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{10/33}$$

to wzór (10/30) przyjmie postać następującą:

$$A_u = A_{ur} \frac{\frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \tag{10/34}$$

przy czym A_{ur} – wzmocnienie w rezonansie, ω_0 – pulsacja środkowa, B_{3dB} – pasmo trzydecybelowe, Q – dobroć wzmacniacza.

Dobroć wzmacniacza można, na podstawie wzoru (10/32), przedstawić w następującej postaci:

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G_\Sigma} = \frac{1}{G_\Sigma} \sqrt{\frac{C}{L}} \tag{10/35}$$

Zauważmy, że postać wzoru (10/34) jest analogiczna do postaci wzoru wyrażającego transmitancję środkowoprzepustowego filtru aktywnego RC II rzędu. Stopień wzmacniacza rezonansowego LC z rys. 10/8 charakteryzuje się zatem takim samym rozkładem zer i biegunów wzmocnienia napięciowego, jak wspomniany filtr aktywny, ma także podobną charakterystykę częstotliwościową modułu wzmocnienia. Wzmacniacz jest układem o wspólnym emiterze i dlatego dla $\omega = \omega_0$ odwraca fazę.

Wzmocnienie w rezonansie jest proporcjonalne do transkonduktancji tranzystora i odwrotnie proporcjonalne do przewodności w rezonansie (dla $\omega = \omega_0$), obciążającej dren tranzystora.

Przewodność G_Σ można nazwać *przewodnością dynamiczną wzmacniacza* lub *przewodnością dynamiczną obciążonego obwodu rezonansowego.*

Im mniejsza przewodność (większa rezystancja) dynamiczna wzmacniacza, tym jest większe wzmocnienie w rezonansie, węższe pasmo trzydecybelowe i większa dobroć wzmacniacza.

W celu uzyskania wąskiego pasma i dużego wzmocnienia należy dążyć do stosowania obwodu rezonansowego o jak największej rezystancji dynamicznej i zapobiec stłumieniu obwodu rezonansowego przez obciążające go tranzystory i inne elementy.

Przykład 10/1. Pojedynczy stopień wzmacniacza rezonansowego LC, zbudowany jak stopień z rys. 10/8, jest obciążony rezystancją $R_l = 50\,\text{k}\Omega$. Dane wzmacniacza są następujące: $L = 1\,\text{mH}$, $C = 1\,\text{nF}$, $Q_L = 100$, $r_o = 100\,\text{k}\Omega$, $g_m = 2\,\text{mS}$. Wyznaczyć wzmocnienie w rezonansie, pasmo trzydecybelowe, częstotliwość środkową i dobroć wzmacniacza nieobciążonego i obciążonego. Wyznaczmy rezystancję dynamiczną obwodu rezonasowego ze wzoru (10/27)

$$R_d = \frac{1}{G_d} = Q_L\sqrt{\frac{L}{C}} = 100\sqrt{10^{-3}[\text{H}]/10^{-9}[\text{F}]} = 100\,[\text{k}\Omega]$$

Przewodność dynamiczna nieobciążonego wzmacniacza jest zatem następująca:

$$G_\Sigma = G_d + g_o = \frac{1}{R_d} + \frac{1}{r_o} = 10\,\mu\text{S} + 10\,\mu\text{S} = 20\,\mu\text{S}$$

natomiast przewodność dynamiczna obciążonego wzmacniacza

$$G'_\Sigma = G_\Sigma + G_l = 20\,[\mu\text{S}] + 20\,[\mu\text{S}] = 40\,[\mu\text{S}]$$

Stąd otrzymuje się następujące wzmocnienia w rezonansie wzmacniacza nieobciążonego i obciążonego:

$$A_{ur} = -2\cdot 10^{-3}/2\cdot 10^{-5} = -100 \qquad A'_{ur} = -2\cdot 10^{-3}/4\cdot 10^{-5} = -50$$

Na podstawie wzoru (10/32) otrzymuje się pasma trzydecybelowe, mianowicie:

$$\Delta f_{3dB} = \frac{G_\Sigma}{2\pi C} = 0{,}159\cdot 20\cdot 10^{-6}[\text{S}]/10^{-9}[\text{F}] = 3{,}18\,[\text{kHz}]$$

$$\Delta f'_{3dB} = \frac{G'_\Sigma}{2\pi C} = 0{,}159\cdot 40\cdot 10^{-6}[\text{S}]/10^{-9}[\text{F}] = 6{,}36\,[\text{kHz}]$$

Częstotliwość środkowa

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 0{,}159/\sqrt{10^{-3}[\text{H}]\cdot 10^{-9}[\text{F}]} = 159\,[\text{kHz}]$$

Zatem dobroci nieobciążonego i obciążonego wzmacniacza są następujące (wzór (10/35)):

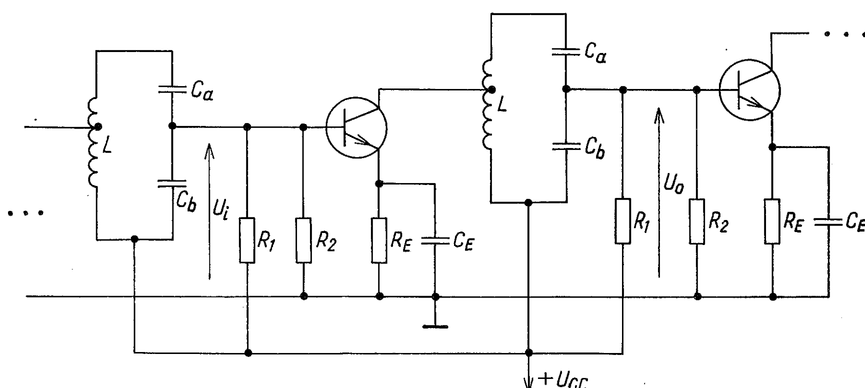
$$Q = 159/3{,}18 = 50 \qquad Q' = 159/6{,}36 = 25$$ □

Z przykładu wynika, że pasmo nieobciążonego wzmacniacza jest dwukrotnie mniejsze, a wzmocnienie i dobroć dwukrotnie większe niż odpowiednie wartości dla wzmacniacza obciążonego. Zauważmy także, że dobroć

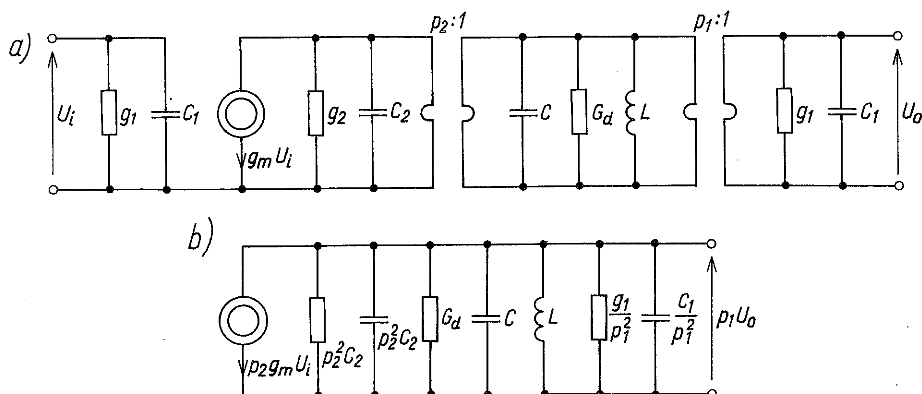
obwodu rezonansowego jest dwukrotnie większa niż dobroć nieobciążonego wzmacniacza, a czterokrotnie większa niż dobroć wzmacniacza obciążonego. Wynika to z tłumienia obwodu rezonasowego przez elementy wzmacniacza i obciążenie zewnętrzne. Gdyby obciążenie było rezystywno-pojemnościowe, to nastąpiłoby również przestrojenie obwodu rezonansowego.

10.2.5 Wzmacniacz z tranzystorem bipolarnym i pojedynczym obwodem rezonansowym LC

We wzmacniaczu z tranzystorem bipolarnym, ze względu na mniejsze przewodności takiego tranzystora, tłumienie obwodu rezonansowego jest znacznie większe. Stosuje się więc specjalne włączenie obwodu rezonansowego między tranzystory lub między tranzystor i obciążenie zewnętrzne (por. rys. 10/3). Na rysunku 10/10 przedstawiono stopień środkowy wzmacniacza rezonansowego LC. Załóżmy, że tranzystor w częstotliwościowym zakresie pracy wzmacniacza, można przedstawić schematem zastępczym



10/10 Srodkowy stopień bipolarnego wzmacniacza LC



10/11 Schematy zastępcze wzmacniacza z rys. 10/10: a) małosygnałowy, b) po transformacji elementów do obwodu rezonasowego

z rys. 10/5b, przy czym $y_{12} = 0$. Przy tych założeniach schemat zastępczy stopnia środkowego można przedstawić tak, jak na rys. 10/11a. Transformując źródło prądowe oraz elementy z wejścia transformatora o przekładni p_2 i z wyjścia transformatora o przekładni p_1 do obwodu rezonansowego, schemat zastępczy przyjmuje postać taka, jak na rys. 10/11b. Jeżeli oznaczymy

$$G_\Sigma = \frac{g_1}{p_1^2} + G_d + p_2^2 g_2 \tag{10/36}$$

$$C_\Sigma = \frac{C_1}{p_1^2} + C + p_2^2 C_2 \tag{10/37}$$

to dla obwodu z rys. 10/11b możemy napisać

$$p_1 U_o = -\frac{p_2 g_m U_i}{G_\Sigma + sC_\Sigma + \dfrac{1}{sL}} \tag{10/38}$$

Po przekształceniu tego wzoru otrzymuje się identyczną postać wzoru określającego wzmocnienie napięciowe ze wzorem (10/34).

Wzmocnienie w rezonansie jest następujące:

$$A_{ur} = -\frac{p_2}{p_1}\frac{g_m}{G_\Sigma} \tag{10/39}$$

natomiast pasmo trzydecybelowe, dobroć i pulsację środkową określają wzory:

$$B_{3dB} = \frac{G_\Sigma}{C_\Sigma} \tag{10/40}$$

$$Q = \frac{\omega_0 C_\Sigma}{G_\Sigma} = \frac{1}{G_\Sigma}\sqrt{\frac{C_\Sigma}{L}} \tag{10/41}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_\Sigma}} \tag{10/42}$$

Zależności te są słuszne dla dowolnego włączenia obwodu rezonansowego. Wzory określające przekładnie p_1 i p_2, podano w tabl. 10/1.

Ze wzorów (10/36) i (10/37) wynika, że dla minimalizacji wpływu pojemności i przewodności wzmacniacza na obwód rezonansowy powinien być spełniony warunek

$$p_1 \gg 1 \qquad p_2 \ll 1 \tag{10/43}$$

Rozważmy problem uzyskania maksymalnego wzmocnienia w rezonansie przy zapewnieniu zadanej dobroci wzmacniacza Q. Moduł wzmocnienia w rezonansie można przedstawić w następującej postaci:

$$|A_{ur}| = \frac{p_2 g_m}{p_1\left(\frac{g_1}{p_1^2} + p_2^2 g_2\right)} \frac{\frac{g_1}{p_1^2} + p_2^2 g_2 + G_d - G_d}{\left(\frac{g_1}{p_1^2} + G_d + p_2^2 g_2\right)} =$$

$$= \frac{g_m}{\frac{g_1}{p_1 p_2} + p_1 p_2 g_2}\left(1 - \frac{Q}{Q_L}\right) \tag{10/44}$$

przy czym Q – dobroć wzmacniacza, Q_L – dobroć obwodu rezonansowego.

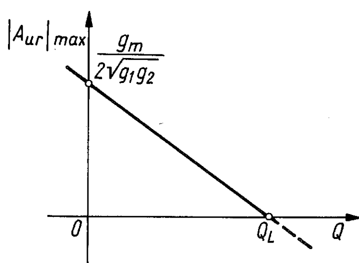
Z postaci wzoru (10/44) wynika, że istnieje maksimum wzmocnienia dla optymalnej wartości iloczynu przekładni $(p_1 p_2)$. Po zróżniczkowaniu funkcji danej wzorem (10/44) względem $(p_1 p_2)$ i przyrównaniu pochodnej do zera otrzymuje się

$$(p_1 p_2)_{opt} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \tag{10/45}$$

Po podstawieniu otrzymanej wielkości do wzoru (10/44) otrzymuje się maksymalne wzmocnienie w rezonansie przy zadanej wartości dobroci, mianowicie

$$|A_{ur}|_{max} = \frac{g_m}{2\sqrt{g_1 g_2}}\left(1 - \frac{Q}{Q_L}\right) \tag{10/46}$$

Zauważmy, że stosunek przewodności dynamicznych jest równy stosunkowi dobroci, jeżeli $C \approx C_\Sigma$. Ze wzoru (10/46) wynika, że wzmocnienie to przy zadanych Q, g_1, g_2 maleje liniowo wraz ze wzrostem dobroci wzmacniacza (rys. 10/12).



10/12 Zależność maksymalnego wzmocnienia w rezonansie od dobroci dla wzmacniacza z rys. 10/10

Przykład 10/2. Wyznaczyć optymalną wartość przekładni p_1, pojemności C_a i C_b, wzmocnienie w rezonansie, częstotliwość w środku pasma i pasmo trzydecybelowe, dla stopnia środkowego wzmacniacza LC przedstawionego na rys. 10/10. Dane są następujące: $g_1 = 0{,}4\,\text{mS}$, $g_2 = 10\,\mu\text{S}$, $C_1 = 20\,\text{pF}$, $C_2 = 5\,\text{pF}$, $g_m = 40\,\text{mS}$, $p_2 = 1$, $C = 100\,\text{pF}$, $L = 0{,}1\,\text{mH}$, $Q_L = 100$, $Q = 50$.
Ze wzoru (10/45), przy $p_2 = 1$, wynika

$$p_1 = (p_1 p_2)_{opt} = \sqrt{4 \cdot 10^{-4}/10^{-5}} = \sqrt{40} = 6{,}66$$

Wzmocnienie maksymalne w rezonansie, zgodnie ze wzorem (10/46)

$$|A_{ur}|_{max} = (1 - 0{,}5)\,4 \cdot 10^{-2} \Big/ \left(2\sqrt{4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-5}}\right) = 600$$

Pojemność C_Σ wyznaczona ze wzoru (10/37),

$$C_\Sigma = (20/40 + 100 + 5)\,\text{pF} = 105{,}5\,\text{pF}$$

Ze wzorów (10/33) i (10/32) otrzymuje się

$$f_0 = 1 \Big/ \left(2\pi\sqrt{10^{-4} \cdot 10^{-10}}\right)\,\text{Hz} = 1{,}59\,\text{MHz}$$

$$\Delta f_{3dB} = (1{,}59/50)\,\text{MHz} = 31{,}8\,\text{kHz}$$

Z definicji przekładni p_1 można wyznaczyć pojemność C_a i C_b, mianowicie

$$C_b = p_1 C \qquad C_a = \frac{p_1 - 1}{p_1} C \tag{P. 10/2.1}$$

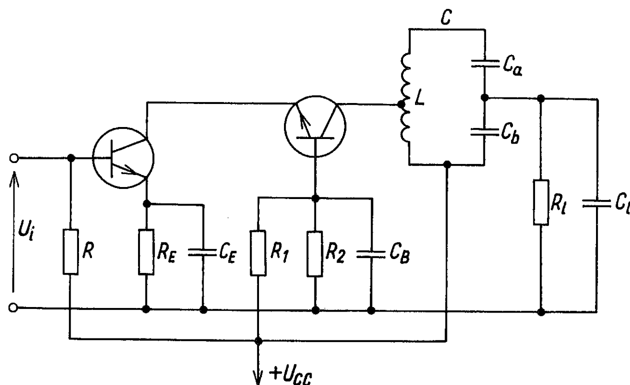
co po podstawieniu odpowiednich wartości prowadzi do

$$C_b = 666\,\text{pF} \qquad C_a = [(6{,}66/5{,}66)] \cdot 100\,\text{pF} = 118\,\text{pF}$$ □

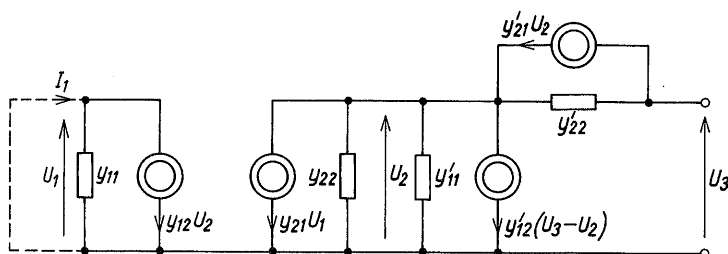
Jak wynika ze wzoru (10/45) i przykł. 10/2 maksymalizacja wzmocnienia w rezonansie, przy zadanej wartości dobroci wzmacniacza, prowadzi do wyznaczenia optymalnego iloczynu przekładni. Jedną z przekładni można zatem przyjąć arbitralnie, np. tak jak w przykł. 10/2, lub wyznaczyć ze względu na spełnienie innego wymagania.

10.2.6 Wzmacniacze kaskodowy i sprzężony emiterowo

Na rysunku 10/13 przedstawiono stopień wzmacniacza rezonansowego LC w układzie kaskody. Układ kaskody, jak to pokazano w rozdz. 5.5.2, charakteryzuje się dobrymi właściwościami częstotliwościowymi. Rozważmy ten problem ponownie operując parmetrami y tranzystora. Na rysunku 10/14 przedstawiono schemat zastępczy kaskodowego połączenia tranzystorów. Opierając się na definicji parametrów czwórnikowych y wyznaczmy admitancję y_{12k} kaskodowego połączenia tranzystorów. Z rysunku 10/14 wynika wzór



10/13 Schemat kaskodowego wzmacniacza LC



10/14 Małosygnałowy schemat zastępczy kaskodowego połączenia tranzystorów

$$U_2 = \frac{y'_{22}}{y_{22} + y'_{11}} U_3 + \frac{y'_{12}(U_3 - U_2)}{y_{22} + y'_{11}} - \frac{y'_{21}}{y_{22} + y'_{11}} U_2$$

stąd można wyznaczyć napięcie U, mianowicie

$$U_2 = \frac{y_{22} + y'_{12}}{y_{22} + y'_{11} + y_{12} + y'_{21}} U_3 \qquad (10/47)$$

Prąd

$$I_i = y_{12} U_2 \qquad (10/48)$$

a tym samym admitancję y_{12k} wyraża wzór

$$y_{12k} = \frac{I_i}{U_3}\bigg|_{U_1=0} = y_{12} \frac{y_{22} + y'_{12}}{y_{22} + y'_{11} + y_{12} + y'_{21}} \qquad (10/49)$$

Z dobrym przybliżeniem można napisać

$$y_{12k} \cong y_{12} \frac{y_{22} + y'_{12}}{y'_{21}} \qquad (10/50)$$

Ze względu na $|y_{21}| \gg |y_{12}(y_{22} + y'_{12})|$ z wzoru (10/50) mamy

$$|y_{12k}| \ll |y_{12}| \tag{10/51}$$

Sprawdźmy to na przykładzie tranzystora, który dla pewnej częstotliwości charakteryzyje się następującymi parametrami czwórnikowymi y:

$$y_{11} = (2 + 0{,}5\mathrm{j})\,10^{-3}\,\mathrm{S}$$

$$y_{12} = -(1 + 5\mathrm{j})\,10^{-5}\,\mathrm{S}$$

$$y_{21} = (20 - 5\mathrm{j})\,10^{-3}\,\mathrm{S}$$

$$y_{22} = (2 + 4\mathrm{j})\,10^{-5}\,\mathrm{S}$$

Jeśli oba tranzystory są jednakowe, to otrzymuje się

$$y_{12k} = -\frac{(1 + \mathrm{j}5)\,10^{-5}(1 - \mathrm{j}1)\,10^{-5}}{(20 - 5\mathrm{j})\,10^{-3}}\,\mathrm{S} = -\frac{6 + \mathrm{j}4}{20 - \mathrm{j}5}\,10^{-7}\,\mathrm{S} =$$

$$= -\frac{120 - 20 + 80\mathrm{j} + 30\mathrm{j}}{425}\,10^{-7}\,\mathrm{S} =$$

$$= -\left(\frac{400}{425} + \frac{110}{425}\mathrm{j}\right)10^{-7}\,\mathrm{S} = -(0{,}21 + 0{,}23\mathrm{j})\,10^{-7}\,\mathrm{S}$$

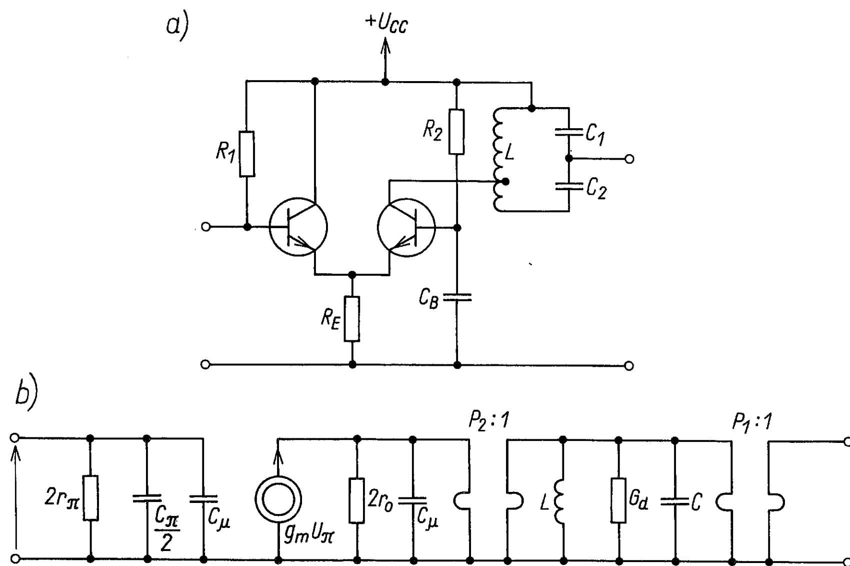
Jak wynika z otrzymanego rezultatu część rzeczywista, część urojona i moduł y_{12k} są o trzy rzędy mniejsze od odpowiednich wartości y_{12}.

Pozostałe parametry y kaskodowego połączenia tranzystorów można otrzymać w analogiczny sposób jak y_{12k}. Są one następujące:

$$y_{11k} \cong y_{11} \qquad y_{21k} \cong y_{21} \qquad y_{22k} \cong -y'_{12} \tag{10/52}$$

Kosztem użycia dodatkowego tranzystora znacznie poprawia się właściwości częstotliwościowe i uzyskuje się możliwość realizacji wzmacniacza o stabilności bezwzględnej i dobrej zestrajalności przy większych częstotliwościach niż w przypadku wzmacniacza o wspólnym emiterze.

Sprowadzając kaskodowe połączenie tranzystorów do złożonego tranzystora o parametrach czwórnikowych y danych wzorami (10/50) i (10/52), analiza i projektowanie wzmacniacza rezonansowego, staje się analogiczna jak omówiona w p. 10.2.5, przy czym przyjęcie $y_{12} = 0$ jest słuszne dla znacznie większych częstotliwości.



10/15 Schemat rezonansowego wzmacniacza sprzężonego emiterowo: a) ideowy, b) zastępczy

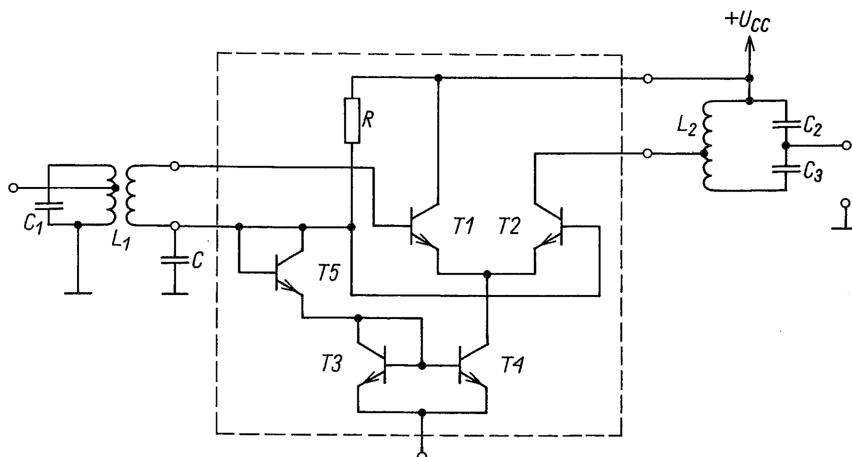
Na rysunku 10/15a przedstawiono wzmacniacz rezonansowy LC sprzężony emiterowo. Jak wykazaliśmy w p. 5.5.1, tranzystory w połączeniu CC-CB można zastąpić tranzystorem złożonym unilateralnym (por. rys. 5/29). W zastosowaniu do wzmacniaczy rezonasowych LC oznacza to stabilność bezwzględną i idealną zestrajalność (całkowity brak wzajemnego oddziaływania obwodów rezonasowych). W praktyce wzmacniacz nie jest wprawdzie idealnie unilateralny, ale ma właściwości bliskie otrzymanych teoretycznie. Ze względu na te właściwości wzmacniacz z rys. 10/15a stosuje się jako stopień wzmacniaczy wielostopniowych i jako pojedynczy stopień z obwodami rezonansowymi na wejściu i wyjściu (patrz rys. 10/16).

Schemat zastępczy wzmacniacza przedstawiono na rys. 10/15b. Ze schematu tego wynika, że analiza wzmacniacza jest analogiczna jak przeprowadzona w p. 10.2.5.

Wzmacniacz sprzężony emiterowo, jako stopień środkowy, opisują zależności wyprowadzone dla wzmacniacza o wspólnym emiterze w p. 10.2.5 po uwzględnieniu następującego przyporządkowania:

$$G_1 = \frac{g_\pi}{2} \qquad C_1 = \frac{1}{2}C_\pi + C_\mu \qquad G_2 = \frac{g_o}{2} \qquad C_2 = C_\mu$$

Powszechne stosowanie połączeń tranzystorów: CC-CE, CC-CC, CC-CB i CE-CB sprawiło, że są one produkowane w postaci prostych, uniwersalnych układów scalonych. Wykorzystuje się je do konstrukcji wzmacniaczy rezonasowych LC pośrednich i wielkich częstotliwości. Przykładem jest scalony wzmacniacz sprzężony emiterowo z dwoma obwodami rezonasowymi, przedstawiony na rysunku 10/16.



10/16 Scalony wzmacniacz sprzężony emiterowo z dwoma obwodami rezonasowymi

10.2.7 Wzmacniacz z parą obwodów sprzężonych

Na rysunku 10/17 przedstawiono stopień środkowy wzmacniacza z parą sprzężonych obwodów rezonasowych LC. Schemat zastępczy dla przebiegów zmiennych (rys. 10/18) uwzględnia przetransformowane źródło prądowe, przewodności i pojemności tranzystorów, pominięto natomiast wpływ rezystancji polaryzującej bazę tranzystora. Obciążone obwody rezonansowe, pierwotny i wtórny, charakteryzują się następującymi przewodnościami dynamicznymi:

$$G_{\Sigma p} = G_p + p_2^2 g_2 \qquad G_{\Sigma w} = G_w + \frac{g_1}{p_1^2} \tag{10/53}$$

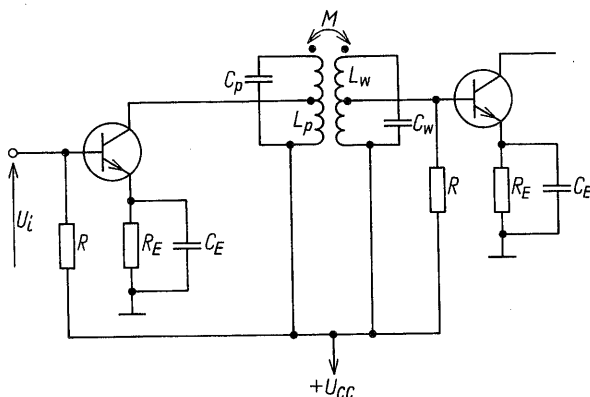
i następującymi pojemnościami:

$$C_{\Sigma p} = C_p + p_2^2 C_2 \qquad C_{\Sigma w} = C_w + \frac{C_1}{p_1^2} \tag{10/54}$$

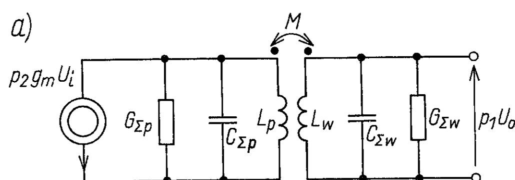
przy czym G_p, C_p i G_w, C_w są odpowiednio: przewodnościami i pojemnościami nieobciążonych – pierwotnego i wtórnego – obwodów rezonansowych.

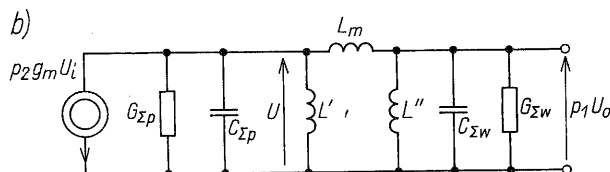
Przewodności dynamiczne nieobciążonych obwodów rezonansowych są następujące:

$$G_p = \frac{1}{Q_p}\sqrt{\frac{C_p}{L_p}} \qquad G_w = \frac{1}{Q_w}\sqrt{\frac{C_w}{L_w}} \tag{10/55}$$



10/17 Wzmacniacz rezonansowy LC z parą obwodów sprzężonych





10/18 Schematy zastępcze wzmacniacza z rys. 10/17: a) otrzymany bezpośrednio, b) przekształcony

Schemat z rysunku 10/18a jest niewygodny do analizy, można go przekształcić do postaci przedstawionej na rys. 10/18b. Elementy indukcyjne widoczne na schemacie wyznacza się ze wzorów:

$$L' = \frac{L_p L_w - M^2}{L_w - M} \qquad L'' = \frac{L_p L_w - M^2}{L_p - M} \tag{10/56}$$

$$L_m = \frac{L_p L_w - M^2}{M} \tag{10/57}$$

Zamiast indukcyjnością wzajemną M wygodniej jest operować współczynnikiem sprzężenia obwodów k. Korzystając ze związku:

$$M = k\sqrt{L_p L^w} \tag{10/58}$$

wzory (10/56) i (10/57) można przekształcić do postaci:

$$L' = L_p \frac{L_w(1-k^2)}{L_w - k\sqrt{L_pL_w}} \qquad L'' = L_w \frac{L_p(1-k^2)}{L_p - k\sqrt{L_pL_w}} \qquad (10/59)$$

$$L_m = \sqrt{L_pL_w}\,\frac{1-k^2}{k} \qquad (10/60)$$

Napięcie na wyjściu obwodu z rys. 10/18b można wyrazić przez napięcie U następująco:

$$p_1U_o = U\frac{\frac{1}{sL_m}}{sC_{\Sigma w} + G_{\Sigma w} + \frac{1}{sL''}}$$

Napięcie U określa natomiast wzór:

$$U = \frac{-p_2g_mU_i}{sC_{\Sigma p} + G_{\Sigma p} + \frac{1}{sL'} + \frac{\frac{1}{sL_m}\left(sC_{\Sigma w} + G_{\Sigma w} + \frac{1}{sL''}\right)}{sC_{\Sigma w} + G_{\Sigma w} + \frac{1}{sL''} + \frac{1}{sL_m}}}$$

Podstawiając ostatnią zależność do poprzedniej i dzieląc obie strony otrzymanego równania przez U_i, otrzymuje się wzmocnienie napięciowe wzmacniacza:

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{-\frac{p_2}{p_1}g_m\frac{1}{sL_m}}{\frac{1}{sL_m}\left(sC_{\Sigma w}+G_{\Sigma w}+\frac{1}{sL''}\right)+\left(sC_{\Sigma p}+G_{\Sigma p}+\frac{1}{sL'}\right)\left(sC_{\Sigma w}+G_{\Sigma w}+\frac{1}{sL''}+\frac{1}{sL_m}\right)} \qquad (10/61)$$

Po podstawieniu w miejsce L', L'' i L zależności danych wzorami (10/59) i (10/60) i po przekształceniach, otrzymuje się

$$A_u = \frac{-\frac{p_2}{p_1}\frac{k}{1-k^2}g_m}{C_1C_2\sqrt{L_pL_w}}\,\frac{s}{s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4} \qquad (10/62)$$

przy czym

$$a_1 = \omega_0\left(\frac{1}{Q_p} + \frac{1}{Q_w}\right) \qquad a_2 = \frac{\omega_0^2}{Q_p Q_w} + \frac{1}{1-k^2}(\omega_p - \omega_w) \tag{10/63}$$

$$a_3 = \frac{\omega_0}{1-k^2}\left(\frac{\omega_p^2}{Q_p} + \frac{\omega_w^2}{Q_w}\right) \qquad a_4 = \frac{\omega_p^2\,\omega_w^2}{1-k^2}$$

$$Q_p = \frac{\omega_0 C_{\Sigma p}}{G_{\Sigma p}} \qquad Q = \frac{\omega_0 C_{\Sigma w}}{G_{\Sigma w}} \tag{10/64}$$

przy czym: ω_0 – pulsacja środkowa wzmacniacza, ω_p i ω_w – pulsacje obciążonych obwodów rezonansowych.
Jeżeli oba obwody rezonansowe mają takie same pulsacje rezonansowe, czyli:

$$\omega_e = \omega_p = \omega_w$$

to pulsację środkową wzmacniacza można przedstawić następująco:

$$\omega_0 = \frac{\omega_e}{\sqrt{1-k^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-k^2)L_p C_{\Sigma p}}} = \frac{1}{\sqrt{(1-k^2)L_w C_{\Sigma w}}} \tag{10/65}$$

W takim przypadku wzmocnienie dane wzorem (10/63) przyjmie postać

$$A_u = A_{ur}\frac{a_0 s}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4} \tag{10/66}$$

przy czym A_{ur} – wzmocnienie w rezonansie

$$A_{ur} = -\frac{p_2}{p_1}\frac{g_m}{\left(k^2 + \frac{1}{Q_p Q_w}\right)\sqrt{Q_p Q_w}\,\sqrt{G_{\Sigma p} G_{\Sigma w}}} \tag{10/67}$$

współczynnik a_0 jest określony wzorem

$$a_0 = \omega_0^3\left(k^2 + \frac{1}{Q_p Q_w}\right) \tag{10/68}$$

a współczynniki dane wzorami (10/63) przekształcą się do następującej postaci:

$$a_1 = \omega_0\left(\frac{1}{Q_p} + \frac{1}{Q_w}\right) \qquad a_2 = \omega_0^2\left(2 + \frac{1}{Q_p Q_w}\right)$$

$$a_3 = \omega_0^3\left(\frac{1}{Q_p} + \frac{1}{Q_w}\right) \qquad a_4 = \omega_0^4(1 - k^2) \tag{10/69}$$

Moduł wzmocnienia danego wzorem (10/66), po uwzględnieniu wzorów (10/68), (10/69) i (10/70), można przedstawić następująco:

$$|A_u| = |A_{ur}|\frac{1}{\sqrt{\left[\omega_0^4 k^2 + \omega_0^2\frac{\omega}{Q_p Q_w} + (2\omega_0^2\omega^2 - \omega_0^4 - \omega^4)\right]^2 + \left(\frac{1}{Q_p} + \frac{1}{Q_w}\right)(\omega_0^2 - \omega^2)\omega_0^2}} \tag{10/70}$$

Badanie ekstremum funkcji $|A_{ur}|$ ze względu na k prowadzi do wniosku, że wzmocnienie w rezonansie osiąga maksimum równe:

$$|A_{ur}|_{k=k_c} = |A_{ur}|_{max} = \frac{g_m}{2\sqrt{G_{\Sigma p} G_{\Sigma w}}} \tag{10/71}$$

dla wartości współczynnika sprzężenia, nazywanej *wartością krytyczną*:

$$k = k_c = \frac{1}{\sqrt{Q_p Q_w}} \tag{10/72}$$

Natomiast dla wartości

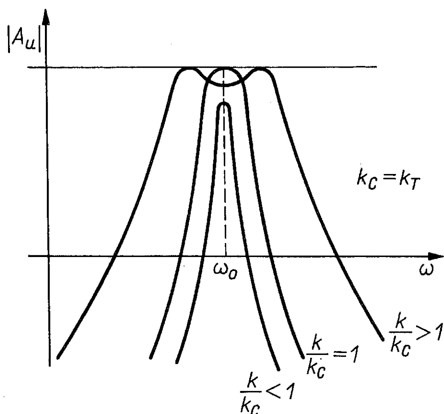
$$k = k_T = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{Q_p^2} - \frac{1}{Q_w^2}\right)} \tag{10/73}$$

charakterystyka modułu wzmocnienia jest maksymalnie płaska.
W przypadku szczególnym, gdy dobroci obciążonych obwodów rezonansowych są jednakowe, czyli

$$Q_p = Q_w = Q$$

wartości współczynnika k dla sprzężenia krytycznego, zapewniającego maksymalne wzmocnienie, i dla maksymalnie płaskiej charakterystyki modułu wzmocnienia, są jednakowe, a mianowicie:

$$k_c = k_T = \frac{1}{Q} \tag{10/74}$$



10/19 Charakterystyki modułu wzmocnienia wzmacniacza LC z parą obwodów sprzężonych

Na rysunku 10/19 przedstawiono charakterystyki nodułu wzmocnienia, przy $k_c = k_T$, dla sprzężenia krytycznego $k/k_c = 1$, podkrytycznego $k/k_c < 1$ i nadkrytycznego $k/k_c > 1$. Zauważmy, że w tym ostatnim przypadku, występują dwa „garby" na charakterystyce modułu wzmocnienia.

Wzmocnienie napięciowe wzmacniacza z parą obwodów sprzężonych LC jest transmitancją czwartego stopnia, ma dwie pary zespolonych biegunów sprzężonych i pojedyncze zero w zerze. Dzięki temu opadanie zboczy charakterystyki jest szybsze niż dla wzmacniacza z pojdynczym obwodem rezonansowym LC, asymptotycznie wynosi ono 12 dB/okt..

10.2.8 Wielostopniowe wzmacniacze rezonansowe LC

Zwiększenie stromości zboczy charakterystyki modułu wzmocnienia wzmacniaczy rezonansowych LC można uzyskać również przez kaskadowe połączenie wielu stopni z pojedynczym obwodem rezonansowym LC. Rozważmy przypadek kaskadowego połączenia n jednakowych stopni z pojedynczym obwodem rezonansowym LC. Moduł wzmocnienia pojedynczego stopnia można przedstawić (patrz wzory (10/34) i (10/31)) następująco:

$$|A_u| = |A_{ur}| = \frac{B_{3dB}\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (B_{3dB}\omega)^2}} \tag{10/75}$$

Jak to wykazano w rozdz. 9.3, moduł wzmocnienia kaskadowego połączenia n stopni, można przedstawić w postaci

$$|A_{uc}| = |A_{ur}|^n \left[\frac{B_{3dB}\,\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (B_{3dB}\omega)^2}\right]^n \tag{10/76}$$

Dla pewnej pulsacji moduł zmaleje o trzy decybele, czyli $\sqrt{2}$-krotnie, mianowicie

$$A_{uc}(\omega_c) = \frac{|A_{urc}|}{\sqrt{2}} \tag{10/77}$$

Pulsacja ω_c jest pulsacją trzydecybelową n-stopniowego wzmacniacza, ω_0 jest pulsacją środkową pojedynczego stopnia i całego wzmacniacza. Z równania (10/77) wynika

$$\frac{\omega_0^2 - \omega_c^2}{B_{3dB}\,\omega_c} = \sqrt{2^{1/n} - 1} \tag{10/78}$$

Dla dużych dobroci jest spełnione $\omega_0 >> B_{3dB}$ i lewą stronę równania (10/78) można przedstawić następująco:

$$\frac{\omega_0^2 - \omega_c^2}{\omega_c B_{3dB}} = \frac{(\omega_0 - \omega_c)(\omega_0 - \omega_c + 2\omega_c)}{\omega_c B_{3dB}} \cong \frac{(B_{3dB})_c}{B_{3dB}} \tag{10/79}$$

Po podstawieniu zależności (10/78) do (10/79) otrzymuje się:

$$(B_{3dB})_c = B_{3dB}\sqrt{2^{1/n} - 1} \tag{10/80}$$

Jak wynika z tabl. 9/1, pasmo trzydycebylowe wzmacniacza wielostopniowego zwęża się, dla dwóch stopni wynosi 0,64 B_{3dB} dla trzech stopni 0,51 B_{3dB} itd.

Wzmacniacze składające się z jednakowych stopni nazywa się *wzmacniaczami synchronicznymi.*

Zazwyczaj jest wymagana duża stromość zboczy modułu charakterystyki wzmocnienia przy dość szerokim pasmie. Taką możliwość dają *wzmacniacze asynchroniczne,* składające się ze stopni o różnych pulsacjach środkowych i różnych pasmach. Kaskadowe połączenie takich rozstrojnych stopni umożliwia uzyskanie charakterystyki modułu wzmocnienia o kształcie zbliżonym do idealnej charakterystyki prostokątnej. Istnieje wiele sposobów rozstrojenia poszczególnych stopni, prowadzące do różnych charakterystyk, jak np. maksymalnie płaskiej (Buterwortha), równo falistej (Czebyszewa), o liniowej fazie (Thomsona) itp. Dla przykładu w tabl. 10/2 podano pulsacje i pasma poszczególnych stopni, dla kaskadowego ich połączenia we wzmacniacz o charakterystyce maksymalnie płaskiej. Na rysunku 10/20 przedstawiono przykładowy rozkład zer i biegunów kaskadowego połączenia dwóch stopni. Zespolone bieguny sprzężone są rozłożone na okręgach o średnicy $(B_{3dB})_c/2$ i środkach o współrzędnych 0 i $\pm j\omega$, dwa jednakowe zera leżą w początku układu współrzędnych.

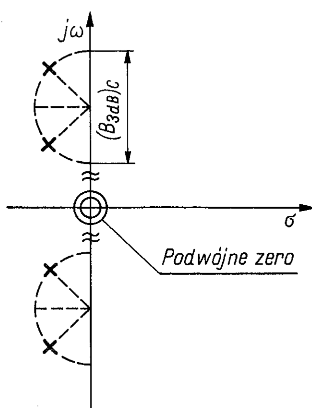
Kaskadowo można również łączyć stopnie z obwodami sprzężonymi. Podobnie, jak wykazano słuszność wzoru (10/80), można wykazać, że wzmacniacz zawierający n jednakowych stopni z obowodami sprzężonymi o charakterystykach masymalnie płaskich ($k = k_T$), charakteryzuje się pasmem

$$(B_{3dB})_c = B_{3dB}(2^{1/n} - 1)^{1/4} \tag{10/81}$$

10/2 **Pulsacja i pasmo stopni wzmacniacza rezonansowego LC o charakterystyce maksymalnie płaskiej**

Liczba stopni	Pulsacja stopnia	Pasmo stopnia
2	$\omega_0 \pm 0{,}35B$	0,71 B
3	$\omega_0 \pm 0{,}43B$	0,5 B
	ω_0	1,0 B
4	$\omega_0 \pm 0{,}46B$	0,38 B
	$\omega_0 \pm 0{,}19B$	0,92 B
5	$\omega_0 \pm 0{,}29B$	0,81 B
	$\omega_0 \pm 0{,}48B$	0,81 B
	ω_0	1,0 B
6	$\omega_0 \pm 0{,}48B$	0,26 B
	$\omega_0 \pm 0{,}35B$	0,71 B
	$\omega_0 \pm 0{,}13B$	0,97 B

ω_0 – pulsacja środkowa, B – pasmo 3 dB wzmacniacza

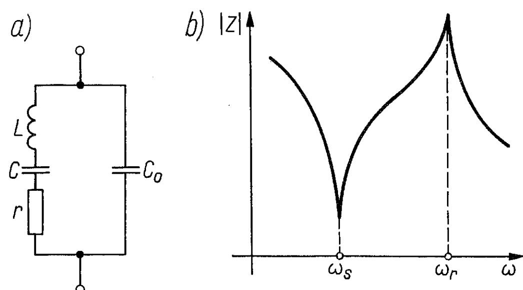


10/20 Przykładowy rozkład zer i biegunów wzmocnienia dwustopniowego wzmacniacza LC

10.3 WZMACNIACZE Z FILTRAMI PIEZOELEKTRYCZNYMI

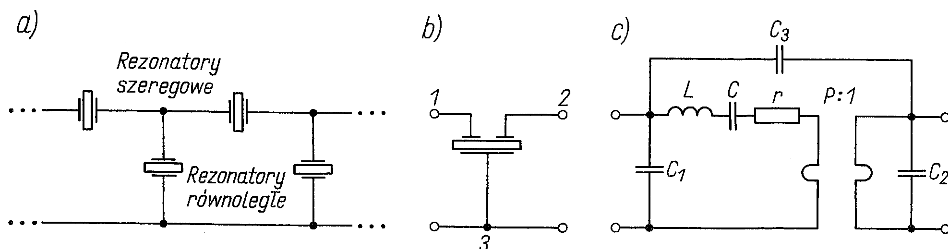
Podstawowym elementem złożonego filtru piezoelektrycznego jest rezonator piezoelektryczny. Jest on cienką płytką kwarcu lub ceramiki (np. cyrkoniowo-ołowiowej) z naniesionymi obustronnie metalicznymi elektrodami. Rezonator piezoelektryczny ma właściwości obwodu rezonansowego o bardzo dużej dobroci (rys. 10/21a).

Rezonatory ceramiczne charakteryzują się dobrocią kilkaset do tysiąca, natomiast kwarcowe – kilka tysięcy. Ze względu na większe rozmiary rezonatory kwarcowe wykonuje się dla częstotliwości 10...30 MHz, natomiast rezonatory ceramiczne poniżej 1 MHz. Tolerancja częstotliwości rezonansowej rezonatorów kwarcowych jest mniejsza, wynosi 10^{-3}%, dla rezonatorów ceramicznych jest ona równa 0,5%. Dryft temperaturowy częstotliwości rezonansowej rezonatorów kwarcowych jest również dużo mniejszy. Przy



10/21 Schemat zastępczy (a), moduł impedancji w funkcji pulsacji (b) rezonatora piezoelektrycznego

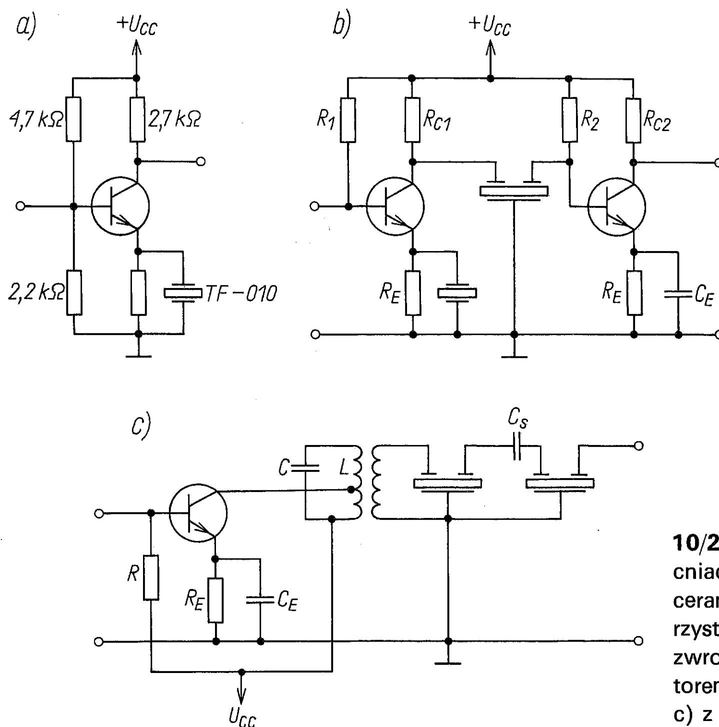
zmianach temperatury w zakresie $-25...85°C$ jest on ok. 10^{-4} dla rezonatorów kwarcowych i $5 \cdot 10^{-3}$ – dla rezonatorów ceramicznych. Występowanie dwóch rezonatorów: równoległego i szeregowego (por. rys. 10/21b) umożliwia wykorzystanie rezonatorów jako odpowiedników równoległych i szeregowych obwodów rezonansowych. Z razonatorów piezoelektrycznych buduje się złożone filtry oparte na koncepcji pasywnych filtrów RLC, jak np. filtry drabinkowe (rys. 10/22a). Rezonatory ceramiczne wykonuje się także jako trójelektrodowe (rys. 10/22b). Filtry piezoelektryczne, w porównaniu z obwodami rezonansowymi LC, charakteryzują się licznymi zaletami: mniejszymi rozmiarami, dużo lepszą stałością charakterystyk i dużo większą odpornością na działanie pola magnetycznego, ponadto nie wymagają kłopotliwego strojenia.



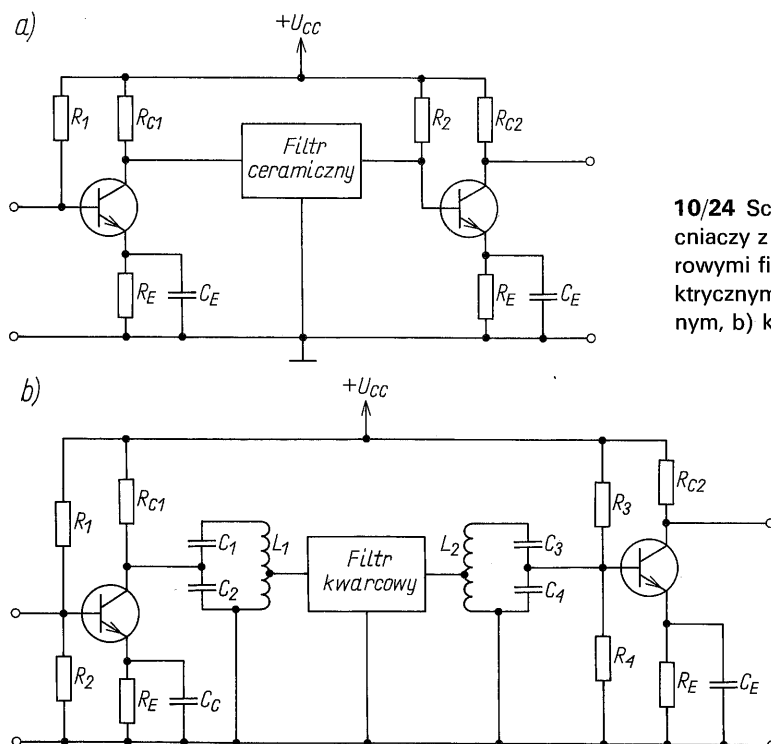
10/22 Filtr wielorezonatorowy (a), symbol (b), schemat zastępczy (c) rezonatora trójelektrodowego

Projektowanie wzmacniaczy z pojedynczymi rezonatorami i rezonatorami trójelektrodowymi jest podobne do projektowania wzmacniaczy razonasowych LC. Rezonatory można uważać za obwody RLC (rys. 10/21a), różniące się od klasycznych tym, że nie przewodzą prądu stałego. Wzmacniacze buduje się zatem według innych schematów, jednak problemy stabilności, zestrajalności i nietłumienia obwodów należy rozwiązywać podobnie, jak we wzmacniaczach z obwodami rezonansowymi LC. Przykładowe schematy wzmacniaczy z rezonatorami ceramicznymi przedstawiono na rys. 10/23.

Realizacja wzmacniacza wąskopasmowego z wielorezonatorowymi filtrami piezoelektrycznymi różni się od wzmacniaczy rezonansowych LC nie tylko rodzajem zastosowanych elementów. Wielorezonatorowe filtry piezoelektryczne realizują „selektywność skupioną" i wymagają tym samym



10/23 Schematy wzmacniaczy z rezonatorami ceramicznymi: a) z wykorzystaniem sprzężenia zwrotnego, b) z rezonatorem trójelektrodowym, c) z filtrem hybrydowym



10/24 Schematy wzmacniaczy z wielorezonatorowymi filtrami piezoelektrycznymi: a) ceramicznym, b) kwarcowym

„skupionego wzmocnienia". Buduje się je zatem łącząc kaskadowo filtr piezoelektryczny i szerokopasmowy wzmacniacz w.cz., współcześnie – wzmacniacz scalony.

Filtry wielorezonatorowe dla mniejszych częstotliwości np. dla II p.cz. (455 kHz, 465 kHz) wymagają, podobnie do klasycznych filtrów RLC, obustronnego obciążenia jednakowymi rezystancjami, dla większych częstotliwości np. I p.cz. (10,7 MHz) wymagają dopasowania ze względu na maksymalne wzmocnienie mocy do rezystywno-pojemnościowych admitancji wejściowej i wyjściowej. Przykłady schematów wzmacniaczy z wielorezonatorowymi filtrami przedstawiono na rys. 10/24.

10.4 PODSUMOWANIE

Wzmacniacze rezonansowe LC są wzmacniaczami środkowoprzepustowymi, zwykle wąskopasmowymi. Stosuje się je głównie w zakresie dużych częstotliwości.

Ważnym zagadnieniem dla poprawnej pracy wzmacniaczy rezonansowych LC jest ich stabilność, która często powinna być bezwzględna, dla umożliwienia pracy przy dopasowaniu energetycznym oraz zestrajalności. Główny wpływ na te właściwości ma admitancja y_{12} tranzystora, której wartość, przy jak największej częstotliwości, powinna być jak najmniejsza.

Wyraźnie polepsza właściwości wielkoczęstotliwościowe wzmacniacz kaskodowy (CE-CB) i wzmacniacz sprzężony emiterowo (CC-CB), w których wartość y_{12} jest wielokrotnie mniejsza niż dla pojedynczego tranzystora.

Obwody rezonansowe LC powinny charakteryzować się jak największą dobrocią, a tym samym, jak największą rezystancją dynamiczną.

Sposób włączenia obwodu rezonansowego do toru wzmacniającego, powinien uniemożliwić zbytnie stłumienie i roztrojenie obwodu. Osiąga się to przez stosowanie odpowiednich przekładni układów transformatorowego, autotransformatorowego lub pojemnościowego, sprzęgających obwód rezonansowy z tranzystorem lub innym obciążeniem.

Rezystancja dynamiczna obciążonego obwodu rezonansowego czyli rezystancja dynamiczna wzmacniacza powinna zapewniać osiągnięcie wymaganego pasma i dobroci.

Możliwa jest optymalizacja ze względu na maksimum wzmocnienia, przy spełnieniu wymagań odnośnie pasma, wzmacniacz musi być jednak bezwzględnie stabilny lub spełniać warunki stabilności roboczej. Optymalizacja ta polega na doborze odpowiedniego iloczynu przekładni.

Większą stromością zboczy charakterystyki modułu wzmocnienia charakteryzuje się wzmacniacz z parą rezonansowych obwodów sprzężonych, w którym dla wartości współczynnika sprzężenia równej odwrotności z pierwiastka iloczynu dobroci, osiąga się charakterystykę maksymalnie płaską.

Wzmacniacze wielostopiowe mogą być *synchroniczne*, zawierające jednakowe stopnie wzmacniające i *asynchroniczne*, składające się z rozstrojonych stopni, o różnych pulsacjach środkowych i różnych pasmach. Wzmacniacze synchroniczne mają pulsację środkową taką samą, jak pojedynczy stopień, natomiast pasmo trzydecybelowe maleje wraz ze wzrostem liczby stopni. Wzmacniacze asynchroniczne lepiej aproksymują idealną charakterystykę prostokątną modułu wzmocnienia, zapewniają większą stromość charakterystyki, przy szerszym pasmie, przy tej samej liczbie stopni co wzmacniacz synchroniczny.

Współcześnie coraz częściej, zastępuje się klasyczne obwody rezonansowe LC – rezonatorami piezoelektrycznymi, które mają właściwości szeregowo-równoległych obwodów rezonansowych o bardzo dużej dobroci. W urządzeniach profesjonalnych, stosuje się, zamiast wielostopniowych wzmacniaczy rezonansowych LC, kaskadowe połączenie scalonego wzmacniacza szerokopasmowego i filtru piezoelektrycznego (wielorezonatorowego) kwarcowego lub ceramicznego.

LITERATURA

1. Alley C.L., Atwood K.W.: *Elementy i układy półprzewodnikowe.* WNT, Warszawa 1975.
2. Filipkawski A.: *Układy elektroniczne analogowe i cyfrowe.* WNT, Warszawa 1980.
3. Fink D.G., Christiansen D.: *Electronics engineer's handbook.* McGraw-Hill Book Company, New York 1982.
4. Ghausi M.S.: *Electronic devices and circuits discrete and integrated.* Holt, Reinehart and Winston, New York 1985.
5. Gray P.E., Searle C.L.: *Podstawy elektroniki.* PWN, Warszawa 1974.
6. Guziński A.: *Projektowanie i konstrukcja układów warstwowych.* WKŁ, Warszawa 1973.
7. Lenkowski J., Białko M., Matusewicz A.: *Odbiorniki radiowe z przemianą częstotliwości.* WKŁ, Warszawa 1967.

11

WZMACNIACZE MOCY MAŁEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

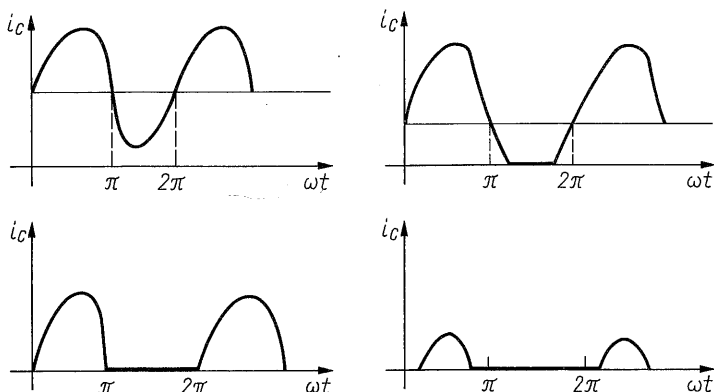
11.1 KLASYFIKACJA I PARAMETRY ENERGETYCZNE WZMACNIACZY MOCY

Wzmacniacze mocy m.cz. służą do dostarczania mocy akustycznej do obciążenia, jakim jest najczęściej głośnik (przetwornik elektroakustyczny). Stąd ich zastosowania jako wzmacniacze wyjściowe w torach akustycznych odborników radiofonicznych, radiokomunikacyjnych, telewizyjnych, w magnetowidach, magnetofonach, urządzeniach nagłaśniających, itp. Istnieją również inne zastosowania, jak np. sterowanie urządzeń wykonawczych. Wyjściowym układem wszystkich wzmacniaczy operacyjnych jest również wzmacniacz mocy o niedużej mocy wyjściowej.

Wzmacniacze mocy charakteryzują się dużymi sygnałami wyjściowymi i dużymi obciążeniami (małymi rezystancjami obciążenia).

Wzmacniacze mocy m.cz. ze względu na rodzaj pracy, dzieli się na klasy: A, AB i B. O przynależności do klasy decyduje kąt przepływu prądu wyjściowego wzmacniacza.

Na rysunku 11/1 pokazano, na przykładzie prądu kolektora i_C przynależność do wymienionych klas. Jak widać, jeżeli prąd i_C płynie przez cały okres, to wzmacniacz jest klasy A, jeżeli płynie przez więcej niż pół okresu jest to klasa AB. Klasa B ma miejsce wówczas, gdy prąd i_C płynie przez pół okresu. Wyróżnia się również klasę C, oraz w zależności od kształtu sygnału wyjściowego klasy D, E i F. Przykładowo, jeżeli prąd płynie mniej niż przez połowę okresu to wzmacniacz pracuje w klasie C. Wzmacniacze mocy m.cz., bez przetwarzania sygnałów, konstruuje się w klasach A, AB i B, głównie klasie B i AB, bliskiej klasie B. Klasa C jest stosowana we wzmacniaczach w.cz. z obciążeniem np. w postaci równoległego obwodu rezonansowego. Klasa D jest stosowana we wzmacniaczach mocy m.cz. z przetwarzaniem sygnału, o bardzo dużej sprawności energetycznej (por. wzór (11/1)). Układy te nie należą do klasy układów liniowych.



11/1 Wyjaśnienie podziału wzmacniaczy na klasy A, B, AB i C

Wszystkie rozważane dotąd w książce wzmacniacze są wzmacniaczami napięciowymi klasy A.

Specyficzność wzmacniaczy mocy wymaga zdefiniowania niestosowanych we wzmacniaczach napięciowych wielkości. Ważną wielkością jest *moc użyteczna wzmacniacza* P_{ac}, czyli moc sygnału dostarczanego do obciążenia i niosącego informację. Istotna jest też *moc zasilania* P_{dc}, a zatem moc dostarczana do układu ze źródła zasilania.

Bardzo ważnym kryterium oceny jakości wzmacniaczy mocy jest *sprawność energetyczna*, definiowana następująco:

$$\eta = \frac{P_{ac}}{P_{dc}} \qquad (11/1)$$

Współczynnik η najczęściej jest podawany w procentach i wskazuje, jaka część mocy zasilania jest przetwarzana na moc użyteczną.

O wykorzystaniu możliwości tranzystora pod względem **mocowym** świadczy współczynnik zdefiniowany następujaco:

$$\xi = \frac{P_{acm}}{P_{CM}} \qquad (11/2)$$

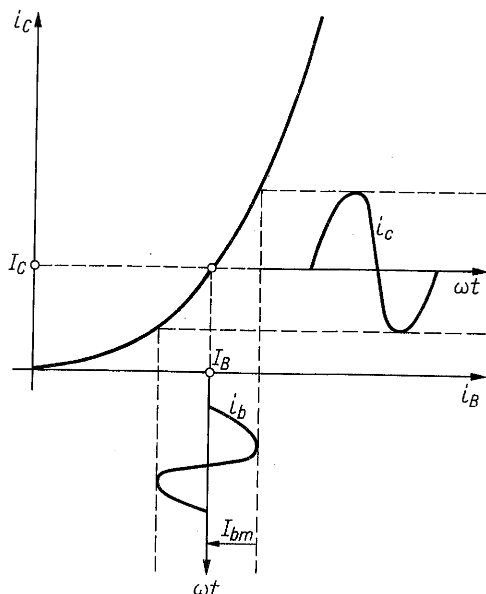
przy czym P_{CM} – maksymalna moc wydzielana w złączu kolektora, P_{acm} – maksymalna moc wyjściowa.

Współczynnik ξ wskazuje, jaką część lub wielokrotność maksymalnej mocy wydzielonej w kolektorze stanowi maksymalna moc użyteczna wzmacniacza.

Podobnie jak dla wzmacniaczy napięciowych ważna jest charakterystyka częstotliwościowa wzmacniaczy mocy. Dotyczy to zarowno jej kształtu w pasmie przenoszenia, jak i szerokości pasma przenoszenia.

11.2 ZNIEKSZTAŁCENIA NIELINIOWE WE WZMACNIACZACH MOCY

Parametrem szczególnie ważnym dla wzmacniaczy mocy są zniekształcenia nieliniowe. Wynika to z wielkosygnałowej pracy wzmacniaczy mocy, co prowadzi do wejścia w obszary nieliniowosci charakterystyk elementów aktywnych. W takim przypadku przebieg napięcia wyjściowego różni się od napięcia wejściowego, jest zniekształcony. Ten rodzaj zniekształceń nazywa się *zniekształceniami nieliniowymi* lub *amplitudowymi.*



11/2 Charakterystyka przejściowa tranzystora bipolarnego

Na rysunku 11/2 przedstawiono wielkosygnałową charakterystykę $i_C = f(i_B)$. Jeżeli nieliniowość tej charakterystyki jest nieduża, to rozwijając i_C w szereg potęgowy w otoczeniu punktu pracy, otrzymuje się

$$i_C = a_0 + a_1 i_b + a_2 i_b^2 + a_3 i_b^3 + \ldots\ldots \qquad (11/3)$$

Jeżeli $i_b = I_{bm} \cos\omega t$, to wzór (11/3) można zapisać następująco:

$$i_C = I_0 + I_1 \cos\omega t + I_2 \cos 2\omega t + I_3 \cos 3\omega t + \ldots\ldots \qquad (11/4)$$

Otrzymany szereg o postaci (11/4) jest szeregiem Fouriera. Jeżeli ograniczymy szereg np. do 5 wyrazów, współczynniki w równaniu (11/4) określa się następująco:

$$I_0 = a_0 + 0{,}5 a_2 I_{bm}^2 + 0{,}25 a_4 I_{bm}^4$$

$$I_1 = a_1 I_{bm} + 0{,}75 a_3 I_{bm}^2$$

$$I_2 = 0{,}5a_2 I_{bm}^2 + 0{,}5a_4 I_{bm}^4 \tag{11/5}$$

$$I_3 = 0{,}25a_3 I_{bm}^3$$

$$I_4 = 0{,}125a_4 I_{bm}^4$$

Jak wynika ze wzoru (11/5), do wyznaczenia składowej stałej i kolejnych harmonicznych, oprócz znajomości amplitudy sygnału wyjściowego, jest konieczna znajomość współczynników a_0, a_1, a_2, ... Można je łatwo wyznaczyć rozwiązując układ równań o postaci (11/3), przy czym w każdym równaniu powinny występować różne pary wartości i_C, i_b, zmierzone lub odczytane z charakterystyk, jednak tylko z przedziału $I_B - I_{bm}$, $I_B + I_{bm}$. Tych par wartości powinno być tyle, ile jest współczynników a_i. Stosując do obliczeń komputer można oczywiście nie ograniczać się do 5 wyrazów, lecz obciąć szereg stosownie do żądanej dokładności.

Stosunek k-tej harmonicznej do pierwszej harmonicznej

$$h_k = \frac{I_k}{I_1} \tag{11/6}$$

nazywa sie *zawartością k-tej harmonicznej*. Współczynnik zniekształceń nieliniowych h definiuje się następująco:

$$h = \sqrt{h_2^2 + h_3^2 + h_4^2 + \ldots} \tag{11/7}$$

Zauważmy, że moc wyjściowa sygnału zniekształconego jest sumą mocy poszczególnych harmonicznych wydzielonych w obciążeniu R_l, a zatem:

$$P_{ac} = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots =$$

$$= (I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \ \ldots)\frac{R_l}{2} =$$

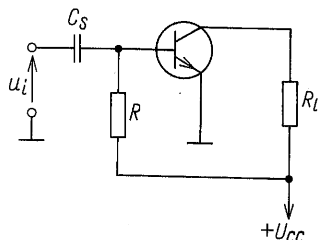
$$= P_1(1 + h_2^2 + h_3^2 + \ldots) = (1 + h^2)P_1 \tag{11/8}$$

Przykładowo, dla $h = 10\%$, co stanowi największe do przyjęcia zniekształcenia nieliniowe wzmacniacza mocy, moc użyteczna sygnału podstawowego jest tylko o 1% mniejsza niż całkowita moc wydzielana w obciążeniu. Należy pamiętać, że w urządzeniach wysokiej jakości żąda się zniekształceń nieliniowych mniejszych niż 1%. Zazwyczaj amplitudy harmonicznych maleją wraz z wzrostem ich rzędu. Fakt, że bardziej nieprzyjemne dla ucha ludzkiego są zniekształcenia harmonicznymi wyższych rzędów niż drugą, czy trzecią harmoniczną sprzyja konstruowaniu wzmacniaczy zapewniających dobry odbiór sygnałów akustycznych.

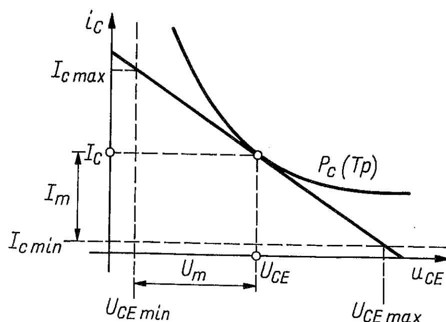
11.3 PODSTAWOWE WŁAŚCIWOŚCI WZMACNIACZY MOCY

11.3.1 Wzmacniacze klasy A

Na rysunku 11/3 przedstawiono prosty układ wzmacniacza mocy klasy A o wspólnym emiterze, a na rys. 11/4 charakterystykę wyjściową tranzystora wraz z prostą roboczą.



11/3 Schemat wzmacniacza o wspólnym emiterze klasy A



11/4 Prosta robocza wzmacniacza z rys. 11/3

Przy na ogół zadanej rezystancji obciążenia R_l, punkt pracy i napięcie zasilania wybiera się tak, aby prosta robocza była styczna do hiperboli mocy dla maksymalnej temperatury pracy w punkcie dzielącym użyteczny odcinek prostej roboczej na połowy. Moc zasilania jest dana wzorem

$$P_{dc} = I_C U_{CC} \tag{11/9}$$

moc wyjściowa

$$P_{ac} = \frac{I_m U_m}{2} \tag{11/10}$$

Z rysunku 11/4 wynika, że

$$I_m = \frac{I_{Cmax} - I_{Cmin}}{2} \tag{11/11}$$

$$U_m = \frac{U_{CEmax} - U_{CEmin}}{2} \tag{11/12}$$

zatem

$$P_{ac} = \frac{(I_{Cmax} - I_{Cmin})(U_{CEmax} - U_{CEmin})}{2} \quad (11/13)$$

W idealnym przypadku ($I_{Cmin} = 0$, $U_{CEmin} = 0$), otrzymuje się $I_m = I_C$, $U_m = 0,5\,U_{CC}$ oraz

$$P_{acm} = \frac{I_C U_{CC}}{4} \quad (11/14)$$

Ze wzoru (11/1) można wyznaczyć maksymalną sprawność energetyczną, odpowiadajacą tym wyidealizowanym warunkom, a mianowicie

$$\eta_{max} = 0,25 \quad (11/15)$$

Maksymalną moc wydzielaną w kolektorze otrzymuje się ze wzoru

$$P_{CM} = P_{dc} - P_{acmin} - I_C R_l = \frac{I_C U_{CC}}{2} \quad (11/16)$$

Zgodnie ze wzorem (11/2), po uwzglednieniu wzoru (11/4), można wyznaczyć

$$\xi = 0,5 \quad (11/17)$$

Moc użyteczna stanowi więc tylko połowę maksymalnej mocy wydzielanej w kolektorze. Oznacza to, że dla uzyskania mocy użytecznej, np. 1 W, jest konieczne użycie tranzystora o $P_{CM} = 2\,W$.

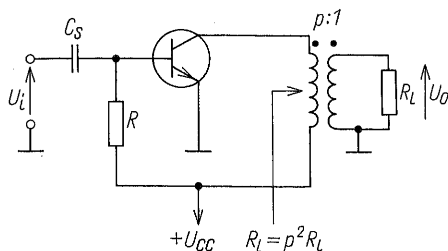
Jak wynika z tych rozważań, beztransformatorowy wzmacniacz mocy klasy A charakteryzuje się małą sprawnością i nieefektywnym mocowym wykorzystaniu tranzystora. Wadą jest również to, że przez obciążenie płynie prąd zasilania. Z tych względów wzmacniaczy takich w zasadzie się nie stosuje, nawet dla realizacji małych mocy.

Podobne właściwości ma wtórnik emiterowy (rys. 7/15), który jako stopień wyjściowy wzmacniacza, można traktować jako wzmacniacz małej mocy klasy A. Punkt pracy i napięcie zasilania lub wartość R_l należy wybrać tak, jak w przypadku układu z rys. 11/3. Maksymalna moc wyjściowa

$$P_{acm} = \frac{I_{C1} U_{CC}}{2} \quad (11/18)$$

natomiast moc zasilania

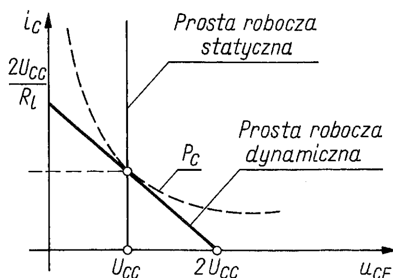
$$P_{dc} = 2 I_{C1} U_{CC} \quad (11/19)$$



11/5 Transformatorowy wzmacniacz mocy klasy A

Maksymalna sprawność energetyczna jest zatem równa 0,25 tak, jak w przypadku układu z rys. 11/3. Również mocowe wykorzystanie tranzystora jest takie same i wynosi 0,5.

Sprawność energetyczną wzmacniaczy klasy A można zwiększyć stosując transformatory dopasowujace. Transformatorowy wzmacniacz mocy klasy A przedstawiono na rys. 11/5. Dzięki transformacji obciążenia R_l, przy $p > 1$, tranzystor obciąża rezystancja $R_l' = p^2 R_l$. Rezystancja R_l' może być dość duża, a odpowiadająca jej prosta robocza dynamiczna może być styczna do hiperboli mocy w punkcie pracy dzielącym prostą roboczą na połowy. Jak widać na rys. 11/6, dla prądu stałego, uzwojenie pierwotne transformatora



11/6 Charakterystyka wyjściowa i proste robocze transformatorowego wzmacniacza klasy A

stanowi prawie zwarcie i rezystancja obciążająca tranzystor dla prądu stałego jest bliska 0. Prosta robocza statyczna charakteryzyje się zatem dużym nachyleniem, bliskim wartości $-\pi/2$. Sytuację tę przedstawiono na rys. 11/6. Jak wynika z rysunku, spoczynkowe napięcie U_{CE} jest prawie równe napięciu zasilania U_{CC}. Można wykazać, że w idealnym przypadku ($I_{Cmin} = 0$, $U_{CEmin} = 0$) maksymalna sprawność energetyczna

$$\eta_{max} = \frac{\frac{I_C U_{CC}}{2}}{I_C U_{CC}} = \frac{P_{acm}}{P_{dc}} = 0{,}5 \qquad (11/20)$$

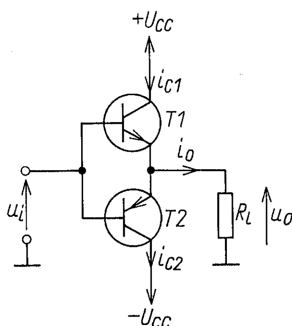
jest więc dwukrotnie wieksza, natomiast mocowe wykorzystanie tranzystora jest takie, jak w beztransformatorowym wzmacniaczu klasy A.

W kolejnym rozdziale pokażemy jak bez użycia transformatora, w wielotranzystorowym układzie, można uzyskać większą sprawność energetyczną w klasie B. Mając na uwadze rozmiary i koszt transformatora w porównaniu

z rozmiarami i kosztami tranzystorów w układzie scalonym, staje się oczywiste, że transformatorowe wzmacniacze mają obecnie już tylko znaczenie historyczne.

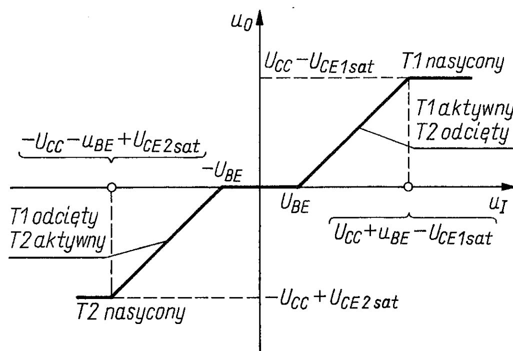
11.3.2 Wzmacniacze klasy B

Na rysunku 11/7 przedstwiono uproszczony schemat beztransformatorowego wzmacniacza klasy B z parą tranzystorów komplementarnych *npn-pnp*. Dzięki zasilaniu $\pm U_{CC}$ rezystancja obciążenia jest włączona między zasisk o zerowym stałym potencjale względem masy i masę i prąd stały przez



11/7 Beztransformatorowy wzmacniacz mocy klasy B

nią nie płynie. Na rysunku 11/8 przedstawiono wielkosygnałową charakterystykę przejściową, wyjaśniającą pracę wzmacniacza. Z rysunku 11/8 wynika, że przy braku pobudzenia prąd zasilania nie płynie. Jeżeli napięcie



11/8 Charakterystyka przejściowa beztransformatorowego wzmacniacza klasy B

u_I stanie się większe niż $U_{BE} \cong 0{,}7\,\mathrm{V}$, to nastapi głębsze odcięcie tranzystora $T2$ i wejście w obszar aktywny tranzystora $T1$. Po przekroczeniu wartości $U_{CC} - U_{CE1sat}$ tranzystor $T1$ wejdzie w stan nasycenia. Analogicznie zachowuje się tranzystor $T2$ przy ujemnych wartościach u_I. Tranzystory przenoszą na przemian połówki sinusoidy. Wartość średnia takiego pojedynczego impulsu może być wyznaczona następująco:

$$I_{C\acute{s}r} = \frac{1}{T}\int_0^T i_{C1}(t)\mathrm{d}t = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^T I_m \sin\omega t\,\mathrm{d}t = \frac{I_m}{\pi} \tag{11/21}$$

i jak widać zależy od amplitudy sygnału.
Moc zasilania wyznacza zatem wzór:

$$P_{dc} = 2I_{C\acute{s}r}U_{CC} = \frac{2}{\pi}I_m U_{CC} = \frac{2}{\pi}\frac{U_m}{R_l}U_{CC} \tag{11/22}$$

Maksymalną moc wyjściową użyteczną wzmacniacza można przedstawić następująco:

$$P_{ac} = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{U_m^2}{2R_l} \tag{11/23}$$

Po podstawieniu wzorów (11/22) i (11/23) do wzoru (11/1) otrzymuje się maksymalną sprawność energetyczną wzmacniacza klasy B, a mianowicie

$$\eta = \frac{\pi}{4}\frac{U_m}{U_{CC}} \tag{11/24}$$

Jeżeli $U_m = U_{CC}$, to sprawność energetyczna jest maksymalna, wynosi ok. 78,5% i jest wyraźnie większa niż wzmacniaczy pracujących w klasie A.
Moc wydzieloną w kolektorach obu tranzystorów można przedstawić następująco:

$$2P_C = P_{dc} - P_{ac} = \frac{2}{\pi}I_m U_{CC} - \frac{I_m^2 R_l}{2} \tag{11/25}$$

Osiągnie ona wartość maksymalną dla pewnej określonej warości amplitudy I_{mo}, a mianowicie:

$$\frac{\mathrm{d}P_C}{\mathrm{d}I_m} = 0 \Rightarrow I_{mo} = \frac{2U_{CC}}{\pi R_l} \tag{11/26}$$

wobec tego

$$P_{CM} = P_C(I_{mo}) = \frac{U_{CC}^2}{\pi^2 R_l} \tag{11/27}$$

Na podstawie wzorów (11/2) oraz (11/25) i (11/27) otrzymuje się

$$\xi = \frac{U_{CC}^2/2R_l}{U_{CC}^2/\pi^2 R_l} = \frac{\pi^2}{2} = 5 \tag{11/28}$$

Zauważmy, że

współczynnik ξ jest 10 razy lepszy niż w przypadku wzmacniaczy klasy A.

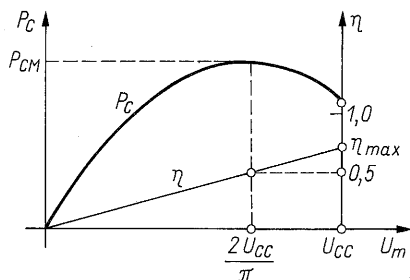
Przykładowo dla osiągnięcia mocy wyjściowej 5 W, w układzie klasy B wystarczaja tranzystory o maksymalnej dopuszczalnej mocy wydzielanej w kolektorze $P_D = 1$ W, natomiast w układzie klasy A konieczny byłby tranzystor o mocy $P_D = 10$ W.
Dla amplitudy napięcia wyjściowego

$$U_{mo} = \frac{2}{\pi} U_{CC} \tag{11/29}$$

przy której moc wydzielana w kolektorach jest maksymalna, moc wyjściową określa wzór

$$P_{ac}(U_{mo}) = \frac{2U_{CC}^2}{\pi^2 R_l} \tag{11/30}$$

a sprawność energetyczna osiąga wartość 50%. Zależność mocy wydzielanej w kolektorach tranzystorów i sprawności energetycznej od amplitudy napięcia wyjściowego pokazano na rys. 11/9.



11/9 Zależność mocy wydzielonej w tranzystorze i sprawności energetycznej wzmacniacza klasy B od wysterowania

Zwroćmy uwagę na inną zaletę rozważanego układu. Na podstawie rys. 11/7 można napisać

$$i_o(t) = i_{C1} - i_{C2} \tag{11/31}$$

Jeśli założymy, że prądy i_{C1} i i_{C2} zależą od napięcia wejściowego tak, jak to pokazują wzory:

$$i_{C1} = a_0 + a_1 u_I + a_2 u_I^2 + a_3 u_I^3 + \ldots\ldots$$

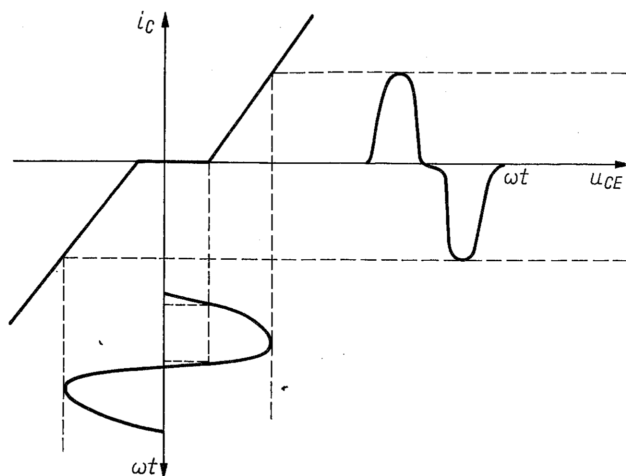
$$i_{C2} = a_0 - a_1 u_I + a_2 u_I^2 - a_3 u_I^3 + \ldots\ldots$$

to otrzymamy

$$i_o(t) = 2(a_1 u_I + a_3 u_I^3 + \ldots\ldots) \tag{11/32}$$

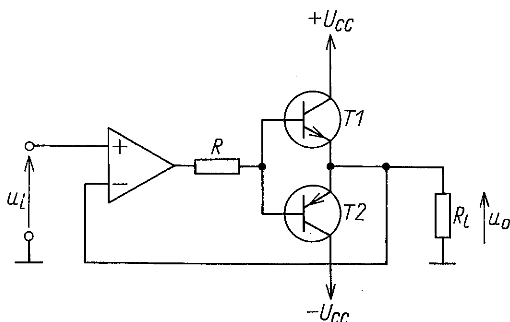
Ze wzoru tego wynika, że w sygnale wyjściowym redukują się parzyste harmoniczne, co zmiejsza zniekształcenia nieliniowe sygnału wyjściowego.

W dotychczasowych rozważaniach zaniedbano wpływ „stopy" charakterystyki $i_C = f(i_B)$.W zakresie pracy wzmacniacza między $-U_{BE}$ i U_{BE} (rys. 11/8) powstają zniekształcenia skrośne; (rys. 11/10).

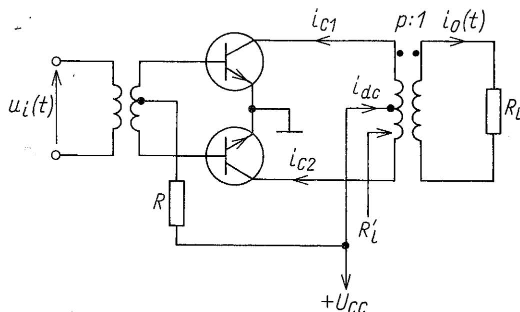


11/10 Ilustracja powstawania zniekształceń skrośnych we wzmacniaczach klasy B

Jak to wykazano w rozdz. 6.5, można zmniejszyć zniekształcenia nieliniowe przez wprowadzenie ujemnego sprzężenia zwrotnego. W rozważanym wzmacniaczu redukcję zniekształceń skrośnych można uzyskać przez wprowadzenie ujemnego sprzężenia zwrotnego (rys. 11/11). Wzmacniacz operacyjny pracuje w tym układzie jako wtórnik. Odcinek $-U_{BE}$, U_{BE} (rys. 11/5), dzięki ujemnemu sprzężeniu zwrotnemu, zmniejszy się A_0-krotnie. Wzmocnienie stałoprądowe wzmacniacza operacyjnego jest duże, np. dla µA741 wynosi 10^4. Dla takiego wzmacniacza zakres, w którym powstają zniekształcenia skorośne zostanie zredukowany do ok. 7 µV.



11/11 Beztransformatorowy wzmacniacz mocy z ujemnym sprzężeniem zwrotnym



11/12 Transfornatorowy wzmacniacz klasy B

Na rysunku 11/12 przedstawiono transformatorowy, przeciwsobny wzmacniacz klasy B. Wzmacniacze te przez długi okres stanowiły podstawowe układy, dostarczające do obciążenia moc akustyczną. Obecnie, dzięki rozwojowi technologii układów scalonych, zostały prawie całkowicie zastąpione przez scalone wzmacniacze mocy, nie wymagające transformatorów.

Wzmacniacze transformatorowe klasy B charakteryzują się taką samą maksymalną sprawnością energetyczną i mocowym wykorzystaniem tranzystorów, jak wzmacniacze beztransformatorowe.

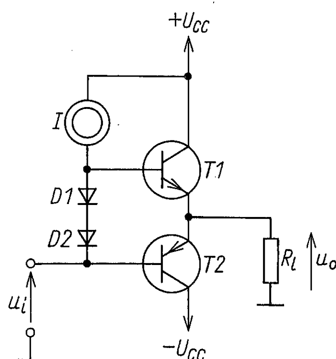
Inne istotne właściwości tych wzmacniaczy są następujące:
- parzyste harmoniczne znoszą się w sygnale wyjściowym, co oznacza redukcję zniekształceń nieliniowych;
- przez uzwojenie transformatora wyjściowego nie płynie składowa stała, co zapobiega magnesowaniu się rdzenia;
- w obwodzie zasilania znosi się składowa podstawowa i nieparzyste harmoniczne, co zmniejsza możliwość powstania szkodliwych sprzężeń pasożytniczych w obwodzie zasilania i przedostawania się tętnień i zakłóceń ze źródła zasilania do wyjścia wzmacniacza.

11.3.3 Wzmacniacze klasy AB

Zniekształcenia skrośne można zmniejszyć, zapewniając przepływ przez tranzystory małego prądu spoczynkowego, czyli pracę wzmacniacza w klasie AB. Realizację układową takiego rozwiązania pokazano na rys. 11/13. Źródło stałoprądowe wymusza prąd w diodach *D*1 i *D*2. Diody te są dołączone równolegle do złącz baza-emiter tranzystorów *T*1 i *T*2, polaryzując je wstępnie w kierunku przewodzenia. Dla $u_I = 0$ przez tranzystory płynie prąd stały

$$I_Q = I_{C1} = I_{C2} = nI \qquad (11/33)$$

przy czym n – stosunek powierzchni złącz emiter-baza tranzystorów do powierzchni złącz diod.



11/13 Beztransformatorowy wzmacniacz mocy klasy AB

Wzrost napiecia u_I spowoduje wzrost prądu i_{C1}, a mianowicie

$$i_{C1} = i_{C2} + i_0 \tag{11/34}$$

wzrasta także u_o. Jednak ze względu na wymuszone

$$U_{BE1} + U_{BE2} = 2U_{BE} \tag{11/35}$$

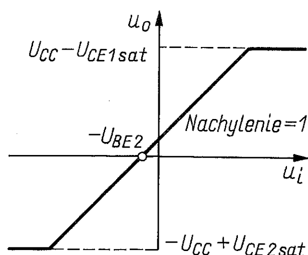
czyli

$$U_T \ln \frac{i_{C1}}{I_S} = U_T \ln \frac{i_{C2}}{I_S} = 2U_T \ln \frac{I_Q}{I_S} \tag{11/36}$$

otrzymuje się

$$i_{C1} i_{C2} = I_Q^2 \tag{11/37}$$

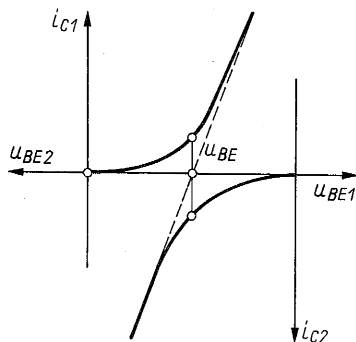
Charakterystyka przejściowa przyjmuje kształt taki, jak na rys. 11/14. Wynik linearyzacji charakterystyki $i_C = f(u_{BE})$ pokazano na rys. 11/15.



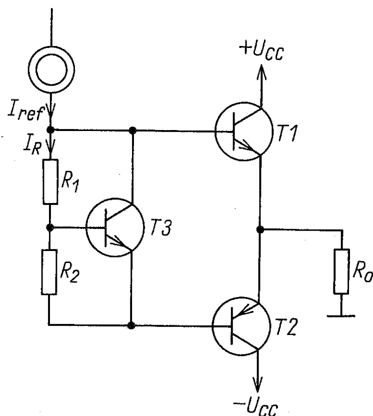
11/14 Charakterystyka przejściowa wzmacniacza z rys. **11/13**

Wymuszjąc pewien niewielki prąd spoczynkowy sprowadza się wzmacniacz do klasy AB, jednak bliskiej klasie B. W takim przypadku można przyjąć, że przeprowadzone rozważania dla wzmacniaczy klasy B są w przybliżeniu słuszne dla klasy AB.

Inne dogodniejsze w projektowaniu rozwiązanie, wykorzystujące mnożnik U_{BE} omówiony w rozdz. 4.2.5, przedstawiono na rys. 11/16. Jak wiadomo



11/15 Linearyzacja charakterystyki wzmacniacza mocy klasy AB



11/16 Wzmacniacz mocy klasy AB z mnożnikiem napięcia baza-emiter

(por. wzór (4/25)), napięcie między bazami tranzystorów $T1$ i $T2$ określa wzór

$$U = I_R(R_1 + R_2) = U_{BE3}\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \tag{11/38}$$

przy czym napięcie U_{BE3} jest dane wzorem

$$U_{BE3} = U_T \ln \frac{I_{ref} - I_R}{I_{S3}} \tag{11/39}$$

Na podstawie wzorów (11/38) i (11/39) prąd spoczynkowy można wyznaczyć ze wzoru

$$I_Q = I_{S1} \exp \frac{U}{2U_T} \tag{11/40}$$

Jeżeli jest zadany prąd spoczynkowy i prąd odniesienia, ze wzoru (11/40) można wyznaczyć napięcie U, a następnie, przyjmując stosunek rezystancji R_1/R_2, ze wzoru (11/38) – napięcie U_{BE3}, ze wzoru (11/39) – prąd I_R i ostatecznie wartości R_1 i R_2.

11.4 WPŁYW TEMPERATURY NA MOC WYDZIELANĄ W TRANZYSTORZE

Wybierając punkt pracy tranzystora, szczególnie we wzmacniaczach mocy, należy pamiętać o nie przekroczeniu maksymalnej dopuszczalnej mocy wydzielanej w kolektorze. Dopuszczalna moc P_D, jaka może być wydzielona w złączu, jest ograniczona maksymalną dopuszczalną temperaturą złącza, która dla krzemu wynosi 150...200°C. Temperatura ta zależy od mocy wydzielonej, temperatury otoczenia i jakości chłodzenia (odprowadzania wydzielonego ciepła). Innymi słowy, zawsze musi być spełnione

$$P_{CM} < P_D \tag{11/41}$$

przy czym P_D – maksymalna dopuszczalna moc wydzielana w kolektorze, P_{CM} – maksymalna moc wydzielana w kolektorze.

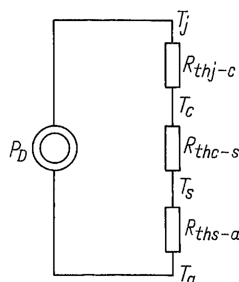
W ogólnym przypadku droga odprowadzenia ciepła ze złącza przebiega następująco: złacze (j) – obudowa (c) – radiator (s) – otoczenie (a). Każdemu przejściu można przyporządkować rezystancję termiczną, a mianowicie:
złącze-obudowa – R_{thj-c}
obudowa-radiator – R_{thc-s}
radiator-otoczenie – R_{ths-a}
Rezystancję termiczną wyznacza się w °C/W. Moc P_D może być określona następująco:

$$P_D = \frac{T_j - T_c}{R_{thj-c}} = \frac{T_c - T_s}{R_{thc-s}} = \frac{T_s - T_a}{R_{ths-a}} \tag{11/42}$$

przy czym T_j, T_c, T_a – odpowiednio temperatura złącza, obudowy radiatora, otoczenia.

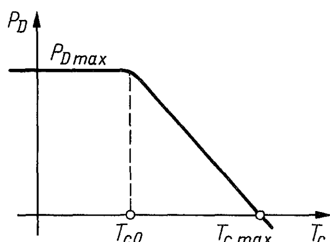
Na rysunku 11/17 przedstawiono analog elektryczny przepływu ciepła ze złącza do otoczenia. Zauważmy, że moc traktuje się jako źródło prądu, rezystancje termiczne – jako rezystancje, a temperatury – jako potencjały. W takim ujęciu z rozważanego obwodu wynika równanie (11/42), jak również

$$P = \frac{T_j - T_a}{R_{thj-c} + R_{thc-s} + R_{ths-a}} \tag{11/43}$$



11/17 Analog elektryczny przepływu ciepła ze złącza do otoczenia

Typowe wartości poszczególnych rezystancji są następujące: $R_{thj-c} = 1\,°C/W$, $R_{thc-s} = 1\,°C/W$, $R_{thj-a} = 3\,°C/W$. Suma tych rezystancji jest równa 5 °C/W, natomiast rezystancja nieobudowanego tranzystora wynosi aż 50 °C/W.



11/18 Zależność maksymalnej dopuszczalnej mocy wydzielanej w tranzystorze od temperatury obudowy

Producenci tranzystorów podają na ogół moc P_D w odniesieniu do temperatury obudowy (rys. 11/18). Jak widać moc P_D zależy od temperatury i analitycznie można ją przedstawić następująco:

$$P_D = \begin{cases} P_{Dmax} & \text{dla } T < T_{C0} \\ P_{Dmax}\dfrac{T_{Cmax} - T_C}{T_{Cmax} - T_{C0}} & \text{dla } T > T_{TC0} \end{cases} \tag{11/44}$$

Przytoczone wzory mogą służyć do wyznaczania maksymalnej dopuszczalnej mocy wydzielanej w tranzystorze oraz do projektowania jego chłodzenia.

Maksymalna moc wydzielana w kolektorze P_{CM} musi być zawsze mniejsza niż wyznaczona maksymalna moc dopuszczalna P_D.

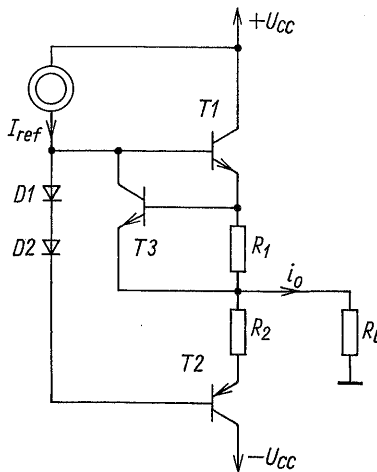
11.5 WZMACNIACZE SCALONE

Dotychczas rozważyliśmy podstawowe koncepcje budowy i właściwości wzmacniaczy mocy m.cz., nie przesądzając technologii ich wykonania. Rozważmy obecnie wzmacniacze realizowane jako scalone wzmacniacze mocy.

Scalone wzmacniacze mocy m.cz. realizuje się głównie technologią bipolarną w klasie AB zgodnie z koncepcją, przedstawioną w rozdz. 11.3.3. Wyposaża się je w dodatkowe układy pomocnicze takie, jak np. *zabezpieczenie przed zwarciem wyjścia* (ang. *short-circuit protection*), *zabezpieczenie przed przekroczeniem maksymalnej dopuszczalnej temperatury złącza* (ang. *thermal shutdown*).

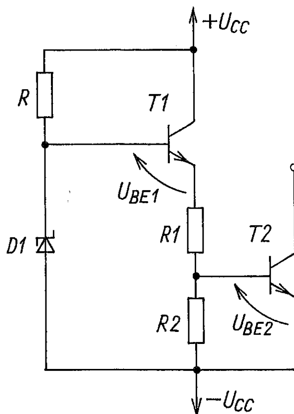
Realizuje się także operacyjne wzmacniacze mocy, które stanowią podstawę do budowy mostkowych wzmacniaczy mocy.

Na rysunku 11/19 przedstawiono modyfikację wzmacniacza z rys. 11/13, zawierającą układ zabezpieczjący przed skutkami zwarcia wyjścia. Tranzystor $T3$, w normalnych warunkach będący w stanie odcięcia, wskutek wzrostu



11/19 Wzmacniacz mocy klasy AB z układem zabezpieczającym przed skutkami zwarcia wyjścia

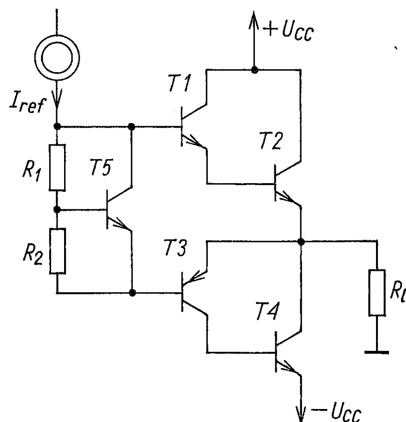
napięcia na rezystorze R_1 wywołanym prądem zwarciowym, wchodzi w obszar przewodzenia. W takim stanie prąd I_0 płynie głównie przez tranzystor *T*3, co utrzymuje prąd bazy i tym samym prąd kolektora tranzystora *T*1 w dopuszczalnym zakresie.



11/20 Układ zapobiegający przekroczeniu maksymalnej dopuszczalnej temperatury pracy

Układ zabezpieczający przed przekroczeniem dopuszczalnych warunków termicznych przedstawiono na rys. 11/20. Tranzystor *T*2 jest w normalnych warunkach odcięty. Jeżeli temperatura w układzie rośnie, to dodatni współczynnik temperaturowy diody Zenera i ujemny temperaturowy współczynnik napięcia U_{BE1} sprawia, że napięcie na emiterze tranzystora *T*1 także rośnie. Prowadzi to do wzrostu napięcia U_{BE2} i wprowadzenia tranzystora *T*2 w stan przewodzenia. Tranzystor *T*2 jest tak dołączony do wzmacniacza mocy, że w stanie przewodzenia pobiera część prądu zasilającego wzmacniacz i tym samym zmniejsza wydzielaną w nim moc, a co za tym idzie temperaturę jego wnętrza.

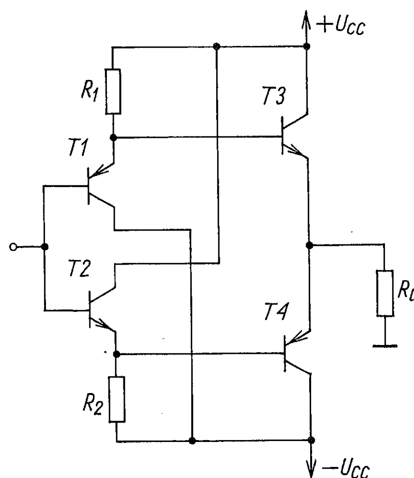
Na rysunku 11/21 przedstawiono wzmacniacz mocy klasy AB z mnożnikiem U_{BE} i tranzystorami złożonymi w połączeniu Darlingtona. Technologią bipolarną wykonuje się tranzystory *pnp* jako lateralne o małej wartości β_0. Połączenie tranzystorów *T*3 i *T*4 tworzy tranzystor złożony *pnp* o wzmocnieniu prądowym równym $\beta_{03}\beta_{04}$, a wzmacniacz charakteryzuje się znacznie większą rezystancją wejściową (por. rozdz. 5.4.2).



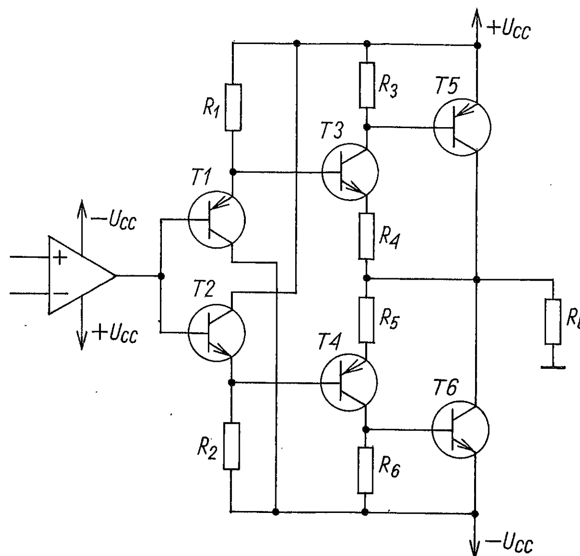
11/21 Wzmacniacz mocy klasy AB z tranzystorami złożonymi

Na rysunku 11/22 przedstawiono wzmacniacz mocy klasy AB, w którym prąd spoczynkowy wymuszają wtórniki emiterowe, zbudowane z tranzystorów *T*1 i *T*2, zapewniając jednocześnie dużą rezystancję wejściową wzmacniacza.

Przykładowy operacyjny wzmacniacz mocy przedstawiono rys. 11/23. Składa się on ze wzmacniacza operacyjnego i stopnia mocy. Zauważmy, że wtórniki emiterowe (tranzystory *T*1 i *T*2), wymuszając prąd spoczynkowy, sterują parę komplementarną *T*3, *T*4, która spełnia analogiczną funkcję w stosunku do pary komplementarnej *T*5, *T*6.



11/22 Wzmacniacz mocy klasy AB z wejściem wtórnikowym



11/23 Operacyjny wzmacniacz mocy

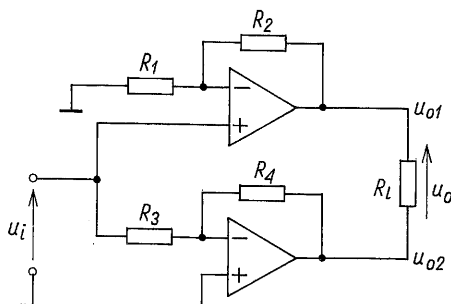
Na rysunku 11/24 przedstawiono mostkowy wzmacniacz mocy z dwoma operacyjnymi wzmacniaczami mocy w układzie odwracającym i nieodwracającym fazy. Obciążenie jest włączone między wyjścia obu wzmacniaczy. Jeżeli rezystory spełniają zależność

$$\frac{R_4}{R_3} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = A_{u0} \tag{11/45}$$

to napięcie wyjściowe

$$u_o = u_{o1} - u_{o2} = A_{u0}u_I - (-A_{u0}u_I) = 2A_{u0}u_I \tag{11/46}$$

Jeżeli zasilanie jest symetryczne ± 15 V, to na wyjściach poszczególnych wzmacniaczy można uzyskać napięcie wyjściowe ok. ± 12 V, a na wyjściu wzmacniacza mostkowego, zgodnie ze wzorem (11/46) ± 24 V. Wzmacniacze te stosuje się do dostarczania do obciążenia bardzo dużych mocy.



11/24 Wzmacniacz mostkowy

W przypadku konieczności realizacji bardzo dużych mocy scalony wzmacniacz mocy może być użyty jako przedwzmacniacz sterujący wzmacniacz mocy, zbudowany z elenentów dyskretnych o schemacie jak np. na rys. 11/13, 11/21 czy 11/22. Konieczny jest jednak staranny dobór par tranzystorów (np. *T*1 i *T*2, *T*3 i *T*4 na rys. 11/22) pod względem możliwie najlepszej zgodności ich parametrów.

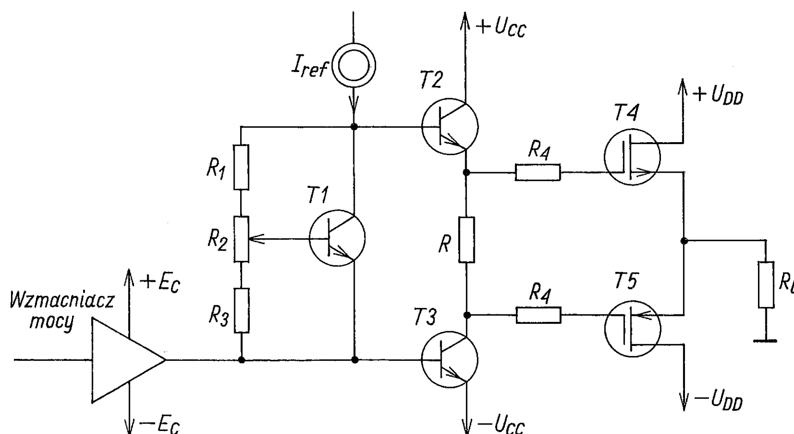
Operacyjny wzmacniacz mocy (rys. 11/23) i mostkowy wzmacniacz mocy (rys. 11/24) również mogą być zrealizowane jako scalone wzmacniacze operacyjne i zbudowane z elementów dyskretnych wzmacniacze wyjściowe. Takie stopnie wyjściowe wykonuje się często w postaci hybrydowego układu grubowarstwowego.

Omawiane dotąd wzmacniacze mocy są budowane z tranzystorów bipolarnych. W ostatnich latach wprowadzono do produkcji nowe rodzaje tranzystorów polowych dużej mocy. Są to wysokonapięciowe, planarne struktury z podwójną dyfuzją, nazywane DMOS (ang. *double-diffused MOS*), np. IRF 630 Siliconic (Courtesy Siliconic Inc.) i niskonapięciowe, z wytrawionym zagłębieniem w postaci litery V, nazywane VMOS (ang. *V-groove MOS*), np. 2N6657 (Courtesy Siliconic Inc.).

Tranzystory MOSFET dzięki specjalnej strukturze umożliwiają pracę przy dużych prądach (do 50 A), a w przypadku tranzystorów DMOS również przy dużych napięciach (napięcie przebicia > 600 V). Napięcie progowe jest równe 2...4 V. Dla dużych napięć charakterystyka $i_D = f(u_{GS})$ jest liniowa, a prąd drenu można aproksymować następująco:

$$i_D = C_{ox} W V_{sat}(u_{GS} - V_t) \qquad (11/47)$$

przy czym V_{sat} – *prędkość nasycenia.* Jest to graniczna wartość prędkości nośników osiągana w warunkach bardzo krótkiego kanału i bardzo



11/25 Dyskretno-scalony wzmacniacz mocy z wyjściowym stopniem z tranzystorami mocy MOSFET

silnego pola elektrycznego. W krzemie, dla elektronów, ma ona wartość 5·10 cm/s.

Liniowa zależność (11/47) implikuje w zakresie prędkości nasycenia stałą wartość transkonduktancji g_m. Zauważmy, że g_m jest proporcjonalne do W, co przy odpowiednim doborze umożliwia uzyskanie dość dużej wartości g_m.

Tranzystory mocy MOSFET charakteryzują się lepszymi właściwościami częstotliwościowymi (większą szybkością przełączania) i lepszymi właściwościami termicznymi niż bipolarne tranzystory mocy.

Jak dotąd, polowe tranzystory mocy wykonuje się w postaci elementów dyskretnych. Mogą być one zatem stosowane w stopniach wyjściowych o bardzo dużych mocach (rys. 11/25).

11.6 PODSUMOWANIE

Wzmacniacze mocy m.cz. służą do dostarczania mocy sygnału akustycznego do obciążenia. Najistotniejsze parametry tych wzmacniaczy to moc użyteczna, sprawność energetyczna i mocowe wykorzystanie tranzystorów.

Wzmacniacze mocy m.cz. realizuje się w klasie A (kąt przepływu 360°), B (180°) i AB (> 180°, < 360°). Głównie realizuje się wzmacniacze mocy w klasie AB bliskiej klasie B i w klasie B z ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Współcześnie są to głównie wzmacniacze scalone beztransformatorowe.

Maksymalna sprawność energetyczna beztransformatorowych wzmacniaczy klasy A jest równa 25%, transformatorowych 50%, w obu przypadkach współczynnik ξ wynosi 0,5.

Beztransformatorowe wzmacniacze klasy B i przeciwsobne transformatorowe wzmacniacze klasy B mają identyczną maksymalną sprawność energetyczną równą 78,5%, współczynnik ξ równy 5.

Podstawowym rozwiązaniem beztransformatorowego wzmacniacza mocy klasy B jest para przeciwstawnych tranzystorów komplementarnych. Zasada działania polega na naprzemiennym wzmacnianiu mocy (przez połowę okresu) przez wtórniki emiterowe, utworzone z aktualnie przewodzącego tranzystora i obciążenia.

Wzmacniacze mocy klasy B wprowadzają zniekształcenia skrośne wynikające z nieliniowości charakterystyki tranzystorów w zakresie napięć wejściowych mniejszych niż napięcia baza-emiter. Zniekształcenia te się minimalizuje przez zastosowanie ujemnego sprzężenia zwrotnego.

Innym sposobem zmniejszenia zniekształceń skrośnych jest wymuszenie małego prądu spoczynkowego płynącego przez obwody kolektorów tranzystorów, np. przez włączenie między bazy tranzystorów szeregowego połączenia diod spolaryzowanych w kierunku przewodzenia. Takie wzmacniacze pracują w klasie AB, jednak bardzo bliskiej klasie B, można zatem przyjąć, że ich właściwości są w przybliżeniu takie same, jak wzmacniaczy klasy B.

Istotnym zagadnieniem we wzmacniaczach mocy jest nie przekraczanie maksymalnej dopuszczalnej mocy wydzielanej w kolektorach tranzystorów, co wiąże się z nie przekraczaniem wartości maksymalnej dopuszczalnej tempertury złącza (dla krzemu 150...200°C). Moc ta jest proporcjonalna do różnicy maksymalnej dopuszczalnej temperatury złącza i temperatury otoczenia oraz odwrotnie proprcjonalna do sumy rezystancji termicznych: złącze-obudowa, obudowa-radiator i radiator-otoczenie. Maksymalna temperatura złącza i rezystancja złącze-obudowa są podawane przez producenta, pozostałe rezystancje termiczne zależą od projektanta wzmacniacza.

Współcześnie wzmacniacze mocy m.cz. są realizowane głównie w postaci bipolarnych układów scalonych. Zawierają one układy pomocnicze, zabezpieczające przed skutkami zwarcia wyjścia i przekroczeniem maksymalnej dopuszczalnej temperatury pracy.

Wzmacniacze bardzo dużych mocy realizuje się np. z operacyjnych wzmacniaczy mocy, wzmacniaczy mostkowych czy scalonych wzmacniaczy mocy ze stopniem wyjściowym bardzo dużej mocy, zbudowanym z elementów dyskretnych. Wzmacniacze takie często realizuje się w postaci grubowarstwowego układu hybrydowego.

Szczególnym rozwiązaniem jest wzmacniacz mocy ze stopniem wyjściowym zbudowanym z tranzystorów DMOS, charakteryzuje się on lepszymi właściwościami częstotliwościowymi i termicznymi niż wzmacniacze z tranzystorami bipolarnymi.

LITERATURA

1. Filipkowski A.: *Układy elektroniczne analogowe i cyfrowe.* WNT, Warszawa 1978.
2. Ghausi M.S.: *Electronic devices and circuits discrete and integrated.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1985.
3. Golde W.: *Układy elektroniczne.* t.1. WNT, Warszawa 1970.
4. Gray P.R., Mayer R.G.: *Analysis and design of analog integrated circuits.* John Wihley and Sons, New York 1984.
5. Grebene A.B.: *Bipolar and MOS analog integrated circuit design.* John Wiley and Sons, New York 1984.
6. Millman J., Halkias C.C.: *Układy scalone analogowe i cyfrowe.* WNT, Warszawa 1976.
7. Sedra A.S., Smith K.C.: *Microelectronic circuits.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1987.
8. Wilamowski B.M.: *Układy scalone, budowa, działanie i technilogia.* WKŁ, Warszawa 1989.

12

SZUMY W UKŁADACH LINIOWYCH

12.1 WPROWADZENIE

Zakłócenie można zdefiniować następująco: jest to niepożądany sygnał zakłócający prawidłowe wydobycie informacji z sygnału użytecznego. W takim ujęciu zakłóceniem jest zarówno niepożądany sygnał pochodzący z zewnątrz: zakłócenie sieciowe, radiowe, przemysłowe, jak i „zakłócenie" wewnętrzne nazywane *szumem*, pochodzące od fluktuacji związanych z ziarnistą budową materii, a objawiających się w postaci przypadkowych sygnałów elektrycznych. Zakłóceń zewnętrznych można uniknąć lub zmniejszyć ich wpływ przez ekranowanie, filtrację itp. Szumy generowane przez materię użytą do realizacji układu nie mogą być wyeliminowane, towarzyszą one użytecznym zjawiskom fizycznym, zapewniającym realizację podstawowej funkcji elementu, jak przykładowo powstawaniu rezystancji czy wzmacniania sygnałów. W dalszym ciągu

terminu szum będziemy używać tylko w odniesieniu do przypadkowych fluktuacji elektrycznych związanych z ziarnistą budową materii.

Szum ma istotne znaczenie w przypadku występowania małych sygnałów użytecznych, a zatem głównie we wzmacniaczach wejściowych, np. we wzmacniaczach antenowych odbiorników radiokomunikacyjnych, wzmacniaczach współpracujących z czujnikami, detektorami i przetwornikami o małym poziomie sygnału niosącego informację. Szumy ograniczają dynamikę wzmacniaczy od dołu, jest to szczególnie niepożądane we wzmacniaczch, od których wymaga się dużej dynamiki, np. od akustycznych wzmacniaczy hi-fi.

Szum jest sygnałem stochastycznym, o składowych z przypadkową amplitudą i fazą. Nie można zatem operować wartością chwilową, nie można bowiem jej przewidzieć. Szum określa się przez wartość średniokwadratową napięcia lub prądu szumów. Pierwiastek z tych wielkości jest wartością skuteczną napięcia lub prądu szumów.

12.2 ŹRÓDŁA SZUMÓW

Źródłem szumów powstających w układzie elektronicznym są oczywiście elementy, z których układ jest zbudowany. Ze względu na mechanizm powstawania szumów nie wszystkie elementy generują szumy w jednakowym stopniu. Istotnym źródłem są rezystory, także pasożytnicze, jak rezystancja szeregowa strat cewki indukcyjnej czy rezystancje doprowadzeń dowolnego elementu.

Elementy rezystancyjne są źródłem szumów cieplnych (szumów Johnsona).

Powstają one wskutek bezwładnego ruchu nośników ładunku elektrycznego w materiale przewodzącym. Ten bezwładny ruch nośników, wywołany energią cieplną, zgodnie z prawem ekwipartycji energii zaburzany przez oddziaływanie z atomami sieci krystalicznej, jest źródłem szumu cieplnego o następującej wartości średniokwadratowej:

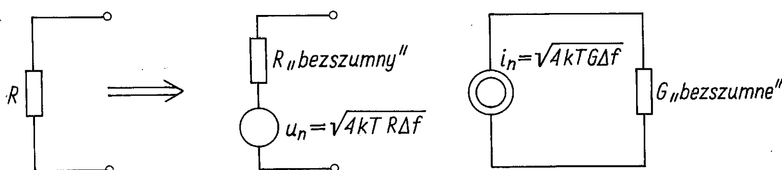
$$\overline{u_n^2} = 4\mathrm{k}TR\Delta f \tag{12/1}$$

przy czym R – rezystancja rezystora, k – stała Boltzmanna, T – temperatura bezwzględna, Δf – pasmo szumów.

„Szumiący" rzeczywisty rezystor R można przedstawić za pomocą szumowego schematu zastępczego tak, jak to pokazano na rys. 12/1. Napięcie u_n, jako pierwiastek ze średniej kwadratowej, jest napięciem skutecznym szumów cieplnych rezystora. Źródło napięciowe można przekształcić na prądowe z równoległą przewodnością „bezszumną", co również pokazano na rys. 12/1. Rezystorowi można zatem przyprządkowć prądowe źródło szumów o wartości średniej kwadratowej prądu danej wzorem

$$\overline{i_n^2} = 4\mathrm{k}TG\Delta f = 4\mathrm{k}T\frac{1}{R}\Delta f \tag{12/2}$$

Drugim rodzajem szumów są *szumy śrutowe*. Szum śrutowy powstaje w przyrządach półprzewodnikowych z powodu ziarnistej budowy matarii. Prąd, jaki powstaje, jest sumą impulsów prądowych związanych z przepływem nośników ładunku przez barierę potencjału, z których każdy niesie



12/1 Szumowy schemat zastępczy rezystora

pojedynczy ładunek elektronu q. Średniokwadratową wartość prądu szumów śrutowych przedstawia wzór

$$\overline{i_s^2} = 2qI_0\Delta f \tag{12/3}$$

przy czym I_0 – prąd stały płynący przez „szumiący" element.

Szum cieplny i śrutowy są *szumem białym*, widmowa gęstość mocy $P_d/\Delta f$ nie zależy bowiem od częstotliwości.

Dominującym szumem w zakresie bardzo małych częstotliwości jest *szum strukturalny* nazywany też *szumem 1/f.* Wiąże się on również z przyrządami półprzewodnikowymi, głównie z fluktuacjami emisji, dyfuzji i rekombinacji powierzchniowej nośników. Średniokwadratową wartość prądu szumu strukturalnego można wyrazić następująco:

$$\overline{i^2} = K\frac{I_o}{f}\Delta f \tag{12/4}$$

przy czym K – stała właściwa dla danego elementu, zależna od punktu pracy, temperatury, stanu powierzchni itp.

Zauważmy, że gęstość widmowa mocy szumów 1/f jest odwrotnie proporcjonalna do częstotliwości, *szum 1/f nie jest zatem szumem białym.*

Specjaliści w dziedzinie szumów wyróżniają wiele innych rodzajów szumów, np. szum lawinowy, szum wybuchowy, które mogą mieć istotne znaczenie w szczególnych warunkach i specjalnych układach. Poprzestańmy na trzech wymienionych rodzajach szumów, które są dominujące w typowych układach liniowych.

Źródłem szumów w układach elektronicznych są zatem rezystory i wszelkie rezystancje pasożytnicze oraz elementy półprzewodnikowe, generują one szum cieplny, szum śrutowy oraz istotny tylko dla małych częstotliwości szum *1/f*.

12.3 SZUMOWE SCHEMATY ZASTĘPCZE ELEMENTÓW AKTYWNYCH

Na rysunku 12/2 przedstawiono szumowy schemat zastępczy tranzystora bipolarnego w konfiguracji wspólnego emitera. Jak wynika z rysunku, jest to małosygnałowy schemat zastępczy tranzystora, wzbogacony o niezależne źródła szumów.

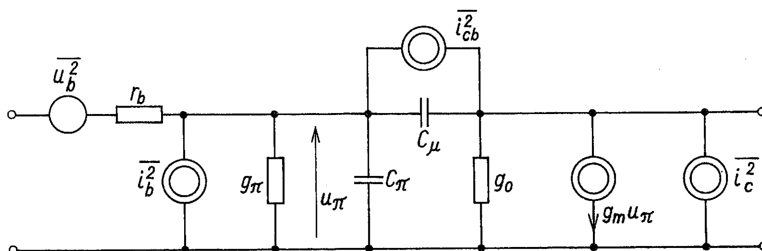
Źródło napięciowe, włączone w szereg z rezystancją rozproszenia bazy, reprezentuje szum cieplny generowany przez rezystancję r_b. Zgodnie ze wzorem (12/1) wartość średniokwadratowa napięcia szumów jest dana wzorem

$$\overline{u_b^2} = 4kTr_b\Delta f \tag{12/5}$$

Źródło prądowe włączone równolegle do przewodności g_π ma dwie składowe, a mianowicie

$$\overline{i_b^2} = 2qI_B\Delta f + K_1 I_B \frac{\Delta f}{f} \qquad (12/6)$$

Pierwszy składnik jest szumem śrutowym, związanym z prądem rekombinacji i nośników większościowych w obszarze bazy, drugi składnik jest szumem strukturalnym rekombinacji powierzchniowej. Wielkość K_1 jest proporcjonalna do prądu kolektora. Z wyjątkiem bardzo małych częstotliwości drugi składnik jest pomijalny wobec pierwszego.



12/2 Szumowy schemat zastępczy tranzystora bipolarnego

Źródło prądowe włączone równolegle do pojemności C_μ zawiera również dwie składowe

$$\overline{i_{cb}^2} = 2qI_{C0}\Delta f + K_2 \frac{\Delta f}{f} \qquad (12/7)$$

Pierwszy składnik jest szumem śrutowym prądu zerowego kolektora, drugi – jest szumem $1/f$ upływności kolektora. Wielkość K_2 zależy od napięcia U_{CE} i temperatury. Z wyjątkiem bardzo małych częstotliwości, źródło to można pominąć ze względu na małe wartości I_{C0}.
Na wyjściu występuje źródło prądowe reprezentujące szum nośników mniejszościowych, wstrzykniętych przez emiter, docierających do kolektora. Jego wartość średniokwadratowa

$$\overline{i_c^2} = 2qI_C\Delta f \qquad (12/8)$$

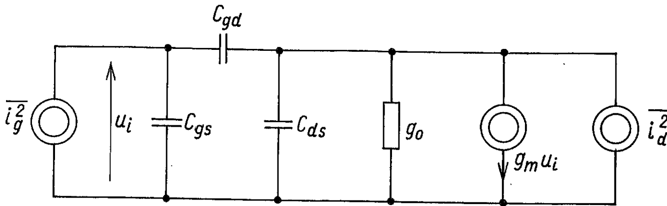
Zauważmy, że w przypadku występowania dwóch składowych szumów (patrz wzory (12/6) i (12/7)) są sumowane wartości średniokwadratowe, a nie wartości skuteczne. Wiąże się to z koniecznością sumowania mocy dysponowanych źródeł szumów. Źródła szumów w schemacie zastępczym

z rys. 12/2 mogą być zastąpione źródłami napięć i prądów skutecznych, ale wtedy

$$i_b = \sqrt{\overline{i_b^2}} = \sqrt{2qI_B\Delta f + K_1 I_B \frac{\Delta f}{f}} \tag{12/9}$$

$$i_{cb} = \sqrt{\overline{i_{cb}^2}} = \sqrt{2qI_{CO}\Delta f + K_2 \frac{\Delta f}{f}} \tag{12/10}$$

przy czym i_b i i_{cb} oznaczają tutaj wartości skuteczne.



12/3 Szumowy schemat zastępczy tranzystora polowego

Szumowy schemat zastępczy tranzystorów polowych (rys. 12/3) jest znacznie prostszy niż schemat dla tranzystorów bipolarnych. Źródło prądowe na wejściu reprezentuje szum śrutowy prądu bramki

$$\overline{i_g^2} = 2qI_G\Delta f \tag{12/11}$$

Można je pominąć ze względu na bardzo małe prądy I_G (nA dla JFET i pA dla MOSFET) oraz znacznie większy wpływ szumu rezystancji źródła sygnału sterującego.
Prądowe źródło na wyjściu jest dwuskładnikowe

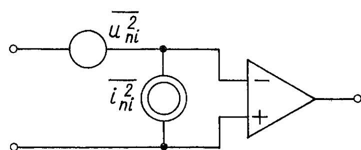
$$\overline{i_d^2} = 4kT\left(\frac{2}{3}g_m\right)\Delta f + K_3 \frac{I_D}{f}\Delta f \tag{12/12}$$

Pierwszy składnik jest szumem cieplnym kanału, stanowiącego rezystor sterowany napięciem bramka-źródło, drugi składnik jest szumem *1/f*, istotnym tylko dla małych częstotliwości.

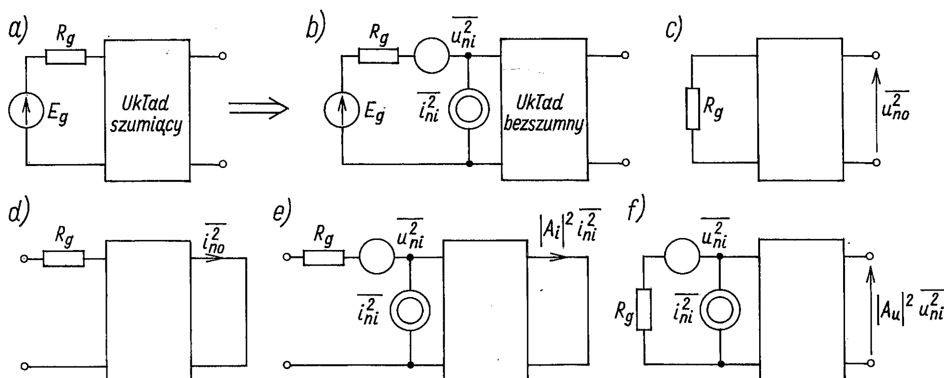
Wzmaczniacze operacyjne w układach z nich budowanych traktuje się jako elementy. Niewygodne byłoby każdorazowo analizować szumy wzmacniacza operacyjnego biorąc pod uwagę szumy elementów jakie zawiera.

„Szumiący" wzmacniacz operacyjny zastępuje się „bezszumnym" i równoważnymi źródłami szumów sprowadzonymi do wejścia (rys. 12/4).

Na rysunku 12/5a i b przedstawiono równoważne pod względem szumowym czwórniki liniowe, na rysunku 12/5c-f wyznaczanie równoważnych



12/4 Szumowy schemat zastępczy wzmacniacza operacyjnego



12/5 Równoważne źródła szumów sprowadzone do wejścia: a) układ szumiący, b) układ bezszumny z rónoważnymi źródłami szumów, c), d), e), f) ilustracja wyznaczania równoważnych, wejściowych źródeł szumów

źródeł szumów odniesionych do wejścia. Jak wynika z rysunków 12/5c i f, zwiera się wejścia i wyznacza na rozwartym wyjściu średniokwadratowe napięcie wyjściowe szumów odpowiednio: $\overline{u^2_{no}}$ i $|A_u|^2\,\overline{u^2_{ni}}$, a z porównania obu napięć otrzymuje się $\overline{u^2_{ni}}$. Analogicznie (patrz rys. 12/5d i e) przy rozwartych wejściach i zwartych wyjściach wyznacza się $\overline{i^2_{no}}$ i $|A_i|^2\,\overline{i^2_{ni}}$, a stąd $\overline{i^2_{ni}}$. W przypadku wzmacniaczy operacyjnych producent podaje równoważne napięcie skuteczne szumów i równoważny skuteczny prąd szumów na wejściu. Wielkości te normalizuje się względem pasma i są to napięcie i prąd skuteczny w jednostkowym pasmie. Dla wzmacniacza µA 741 przy częstotliwości 1 kHz wartości te są następujące: $u_{ni} = 10\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, $i_{ni} = 0{,}8\,\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Wielkości te zależą od częstotliwości, malejąc przy jej wzroście.

12.4 SZUMOWA ANALIZA UKŁADÓW LINIOWYCH

Analizę szumową układów liniowych przeprowadza się analogicznie do analizy zmiennoprądowej, małosygnałowej operując napięciami i prądami skutecznymi, a więc pierwiastkami z wartości średniokwadratowych. Przy takim podejściu należy jednak zmodyfikować „prawa Kirchhoffa". Jeśli nie ma korelacji między źródłami szumów, to można stwierdzić, że:

- suma napięć skutecznych jest równa pierwiastkowi z sumy wartości średniokwadratowych tych napięć,
- suma prądów skutecznych jest równa pierwiastkowi z sumy wartości średniokwadratowych tych prądów.

W układzie występuje zwykle więcej niż jedno źródło szumów, układ pod względem szumowym jest pobudzany wieloma sygnałami. W analizie należy zatem zastosować zasadę superpozycji, sumując odpowiedzi na poszczególne pobudzenia w sposób przytoczony wyżej. Algorytm analizy szumowej można przedstawić następująco:

- utworzyć schemat zastępczy do analizy szumowej, zwierając zasilanie, zwierając lub rozwierając te elementy, o których wiadomo, że w analizowanym pasmie częstotliwości stanowią zwarcie lub rozwarcie, zwierając napięciowe i rozwierając prądowe, niezależne źródła sygnału użytecznego i wprowadzając w miejsce elementów ich szumowe schematy zastępcze;
- zgodnie z zasadą superpozycji należy wyznaczyć odpowiedzi na kolejne pobudzenia, przy zwartych napięciowych i rozwartych prądowych, wszystkich pozostałych źródłach szumu;
- wyznaczyć odpowiedź globalną na wszystkie pobudzenia sumując odpowiedzi na pojedyncze pobudzenie, mając na uwadze, że suma ta jest pierwiastkiem z sumy wartości średniokwadratowych.

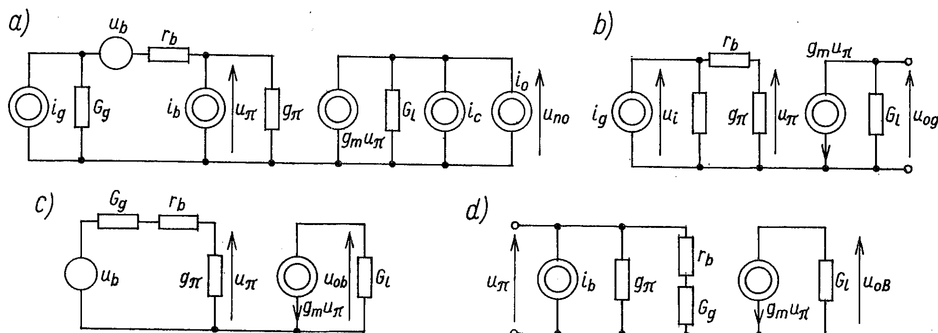
Przykład 12/1. Wyznaczyć średniokwadratowe i skuteczne napięcie szumów na wyjściu wzmacniacza RC o wspólnym emiterze, w zakresie częstotliwości środkowych (rys. 2/37). Obliczyć średniokwadratowe i skuteczne napęcie wyjściowe szumów w jednostkowym pasmie 1 Hz. Dane są następujące: $I_C = 1\,\text{mA}$, $R_C = 1\,\text{k}\Omega$, $R_g = R_l = 100\,\Omega$, $R_1 \parallel R_2 \gg R_g$, $C \to \infty$, $C_E \to \infty$, $r_o \gg R_l$, $r_b = 100\,\Omega$, $\beta_0 = 100$.

Postępując zgodnie z przytoczonym algorytmem, tworzymy schemat zastępczy pokazany na rys. 12/6a. Otrzymano go:

- traktując w zakresie częstotliwości środkowych pojemności pasożytnicze tranzystora jako rozwarcie, pojemności C i C_E jako zwarcie;
- zaniedbując G_{12} wobec G_g i g_o oraz G_C wobec G_l;
- zaniedbując w zakresie częstotliwości środkowych źródła szumów strukturalnych oraz źródło szumów śrutowych zerowego prądu kolektora.

Poszczególne źródła szumów charakteryzują następujące wartości średniokwadratowe:

$$\overline{u_b^2} = 4kTr_b\Delta f \qquad \overline{i_b^2} = \frac{2qI_C}{\beta_0}\Delta f \tag{P. 12/1.1}$$



12/6 Wzmacniacz RC: szumowe schematy zastępcze wzmacniacza (a), do wyznaczania szumów na wyjściu (b, c, d)

$$\overline{i_c^2} = 2qI_C\Delta f \qquad \overline{i_g^2} = 4kTG_g\Delta f \qquad \overline{i_l^2} = 4kTG_l\Delta f \tag{P. 12/1.2}$$

Zgodnie z przytoczonym algorytmem, stosując zasadę superpozycji, przyjmujemy $u_b = 0$, $i_b = 0$, $i_C = 0$, $i_o = 0$ i wyznaczamy odpowiedź u_{og} na pobudzenie i_g (wszystkie te wielkości są wartościami skutecznymi) na podstawie schematu z rys. 12/6b. Mianowicie

$$u_i = i_g \frac{R_g(r_b + r_\pi)}{R_g + r_b + r_\pi} \qquad u_\pi = \frac{r_\pi}{r_b + r_\pi} u_i \tag{P. 12/1.3}$$

Po podstawieniu u_i z pierwszego z wzorów (P. 12/1.3) do drugiego otrzymuje się

$$u_\pi = \frac{R_g r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi} i_g \tag{P. 12/1.4}$$

Wartość skuteczna napięcia na wyjściu

$$u_{og} = g_m u_\pi R_l = g_m R_l \frac{R_g r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi} i_g \tag{P. 12/1.5}$$

Po podniesieniu do kwadratu i podstawieniu wyrażenia określającego $\overline{i_g^2}$ (wzór (P. 12/1.2)) otrzymuje się

$$\overline{u_{og}^2} = \left(\frac{g_m R_l r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 4kTR_g\Delta f = \left(\frac{\beta_0 R_l}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 4kTR_g\Delta f \tag{P. 12/1.6}$$

Postępując analogicznie dla pobudzenia sygnałem u_b (rys. 12/6c) otrzymuje się

$$u_{ob} = \frac{g_m R_l r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi} u_b \tag{P. 12/1.7}$$

$$\overline{u_{ob}^2} = \left(\frac{g_m R_l r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 4kTr_b\Delta f = \left(\frac{\beta_0 R_l}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 4kT\,r_b\Delta f \tag{P. 12/1.8}$$

natomiast dla pobudzenia sygnałem i_b (rys. 12/6d) otrzymuje się

$$u_{cB} = \frac{g_m R_l r_\pi (r_b + R_g)}{R_g + r_b + r_\pi} i_b \tag{P. 12/1.9}$$

$$\overline{u_{oB}^2} = \left(\frac{g_m R_l r_\pi (r_b + R_g)}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 \frac{2qI_C}{\beta_0}\Delta f \tag{P. 12/1.10}$$

Składowe szumów, pochodzące od źródeł prądowych, na wyjściu są następujące:

$$u_{oc} = R_l i_c \qquad \overline{u_{oc}^2} = 2qI_C R_l^2 \Delta f \tag{P. 12/1.11}$$

$$u_{oo} = R_l i_o \qquad \overline{u_{oo}^2} = 4kTR_l\Delta f \tag{P. 12/1.12}$$

Średniokwadratowa wartość napięcia szumów na wyjściu jest równa sumie wartości średniokwadratowych pochodzących od poszczególnych pobudzeń, mianowicie

$$\overline{u_{no}^2} = \overline{u_{og}^2} + \overline{u_{ob}^2} + \overline{u_{oB}^2} + \overline{u_{oc}^2} + \overline{u_{oo}^2} \tag{P. 12/1.13}$$

Po podstawieniu do wzoru (P. 12/1.13) wielkości danych wzorami (P. 12/1.6), (P. 12/1.8), (P. 12/1.10) oraz (P. 12/1.12) otrzymuje się, po przekształceniu, wzór:

$$\overline{u_{no}^2} = \left[\left(\frac{g_m R_l r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 (R_g + r_b) + R_l\right] 4kT\Delta f + $$
$$+ R_l^2\left[\beta_0\left(\frac{R_g + r_b}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 + 1\right] 2qI_C\Delta f \qquad \text{(P. 12/1.14)}$$

Wyjściowe napięcie skuteczne szumów określa zatem wzór:

$$u_{no} = \sqrt{\overline{u_{no}^2}} \qquad \text{(P. 12/1.15)}$$

Na podstawie wzorów, określających poszczególne wartości średniokwadratowe napięć szumów na wyjściu, otrzymuje się:

$$\frac{\overline{u_{og}^2}}{\Delta f} = 24{,}69\,\text{nV/Hz} \qquad \frac{\overline{u_{ob}^2}}{\Delta f} = 1{,}8\,\text{nV/Hz} \qquad \frac{\overline{u_{oB}^2}}{\Delta f} = 1{,}76\,\text{nV/Hz}$$

$$\frac{\overline{u_{oc}^2}}{\Delta f} = 3{,}2\,\text{nV/Hz} \qquad \frac{\overline{u_{oo}^2}}{\Delta f} = 1{,}47\,\text{nV/Hz}$$

Na mocy wzoru (P. 12/1.13) mamy:

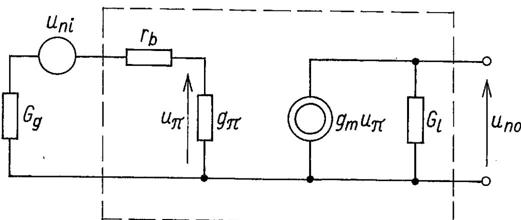
$$\overline{u_{no}^2} = 30{,}83\,\text{nV/Hz}$$

a ze wzoru (P. 12/1.15) otrzymuje się:

$$\frac{u_{no}}{\sqrt{\Delta f}} = 5{,}73\,\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$$ □

Przykład 12/2. Dla układu z przykł. 12/1 wyznaczyć równoważne źródło napięciowe na wejściu. Zauważmy, że wzory (P. 12/1.14) i (P. 12/1.15) określają szumy wyjściowe „szumiącego" wzmacniacza. Należy zatem wyznaczyć napięcie skuteczne szumów wzmacniacza „bezszumnego", pobudzanego równoważnym źródłem szumów. Schemat zastępczy do tych obliczeń przedstawiono na rys. 12/7. Napięcie u_π określa wzór

$$u_\pi = \frac{r_\pi}{R_g + r_b + r_\pi} u_{mi} \qquad \text{(P. 12/2.1)}$$



12/7 Schemat zastępczy do przykł. 12/2

Z obwodu wyjściowego wynika:

$$u_{no} = \frac{g_m r_\pi R_l}{R_g + r_b + r_\pi} u_{ni} \qquad \text{(P. 12/2.2)}$$

a stąd

$$\overline{u_{no}^2} = \left(\frac{g_m r_\pi R_l}{R_g + r_b + r_\pi}\right)^2 \overline{u_{ni}^2} \qquad \text{(P. 12/2.3)}$$

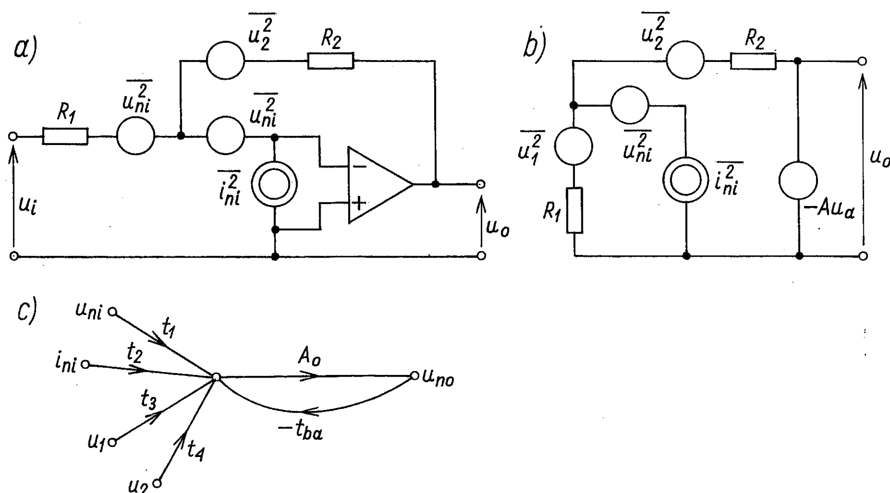
Po przyrównaniu wyrażeń danych wzorami (P. 12/2.3) i (P. 12/1.14) otrzymuje się średniokwadratowe napięcie szumów równoważnego źródła szumów na wejściu, mianowicie

$$\overline{u_{ni}^2} = \left[R_g + r_b + \frac{(R_g + r_b + r_\pi)^2}{\beta_0^2 R_l}\right] 4kT\Delta f +$$

$$+ \left[\frac{(R_g + r_b)^2}{\beta_0} + \left(\frac{R_g + r_b + r_\pi}{\beta_0}\right)^2\right] 2qI_C\Delta f \qquad \text{(P. 12/2.4)} \ \square$$

Przykład 12/3. Dany jest wzmacniacz odwracający fazę (rys. 12/8a), zbudowany z użyciem wzmacniacza operacyjnego. Wyznaczyć skuteczne napięcie szumów wyjściowych na jednostkę pasma przy 1 kHz. Równoważne napięcie i prąd szumów na jednostkę pasma na wejściu są następujące: $u_{ni} = 10\,\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$, $i_{ni} = 0{,}8\,\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Pozostałe parametry wzmacniacza przyjąć takie, jak dla wzmacniacza idealnego, a $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 100\,\text{k}\Omega$.

Po uwzględnieniu szumów rezystorów oraz zwarciu napięciowego źródła sygnału użytecznego, otrzymuje się zastępczy schemat szumowy, przedstawiony na rys. 12/8b. Na rysunku 12/8c przedstawiono wielowejściowy sygnałowy graf przepływowy układu. Węzłom grafu przyporządkowano wartości skuteczne. W celu zapewnienia $u_{no} > 0$, zachowując ujemne wzmocnienie pętli, zamieniono znaki transmitancji gałęziowych w pętli. Definiując transmitancje gałęziowe jako



12/8 Schemat do przykł. 12/3 (a), jego sygnałowy graf przepływowy (b), schemat zastępczy (c)

stosunek wartości skutecznych dwóch sygnałów, po przyrównaniu do zera pozostałych, otrzymuje się

$$t_1 = 1$$

$$t_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$t_3 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{P. 12/3.1}$$

$$t_4 = t_{ba} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Po zredukowaniu grafu i przyjęciu $A_0 \to \infty$, otrzymuje się:

$$u_{no} = \frac{1}{t_{ba}} \sqrt{t_1^2 \overline{u_{ni}^2} + t_2^2 \overline{i_{ni}^2} + t_3^2 \overline{u_1^2} + t_4^2 \overline{u_2^2}} \tag{P. 12/3.2}$$

Po podstawieniu transmitancji gałęziowych, danych wzorem (P. 12/3.1), do wzoru (P. 12/3.2), po podzieleniu przez $\sqrt{\Delta f}$, otrzymuje się wartość skuteczną napięcia szumów na wyjściu na jednostkę pasma, w postaci

$$\frac{u_{no}}{\sqrt{\Delta f}} =$$

$$= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sqrt{\frac{\overline{u_{ni}^2}}{\Delta f} + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \frac{\overline{i_{ni}^2}}{\Delta f} + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 \frac{\overline{u_1^2}}{\Delta f} + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)^2 \frac{\overline{u_2^2}}{\Delta f}} \tag{P. 12/3.3}$$

lub po przekształceniu, w następującej postaci:

$$\frac{u_{no}}{\sqrt{\Delta f}} = \sqrt{(1 - A_u)^2 \frac{\overline{u_{ni}^2}}{\Delta f} + R_2^2 \frac{\overline{i_{ni}^2}}{\Delta f} + 4kT(A_u^2 R_1 + R_2)} \tag{P. 12/3.4}$$

przy czym A_u – wzmocnienie napięciowe wzmacniacza odwracającego fazę.
Po podstawieniu do wzoru (P. 12/3.4) zadanych wartości otrzymuje się:

$$\frac{u_{no}}{\sqrt{\Delta f}} = \sqrt{1{,}21 \cdot 10^{-14} + 0{,}64 \cdot 10^{-14} + 0{,}152 \cdot 10^{-14}} \; \frac{\mathrm{V}}{\sqrt{\mathrm{Hz}}} = 141\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$$

Zauważmy, że po podzieleniu otrzymanego rezultatu przez moduł wzmocnienia, otrzymuje się równoważne napięcie skuteczne szumów na wejściu wzmacniacza na jednostkę pasma, a mianowicie

$$\frac{u_{ni}}{\sqrt{\Delta f}} = \frac{1}{|A_u|} \frac{u_{no}}{\sqrt{\Delta f}} = 14{,}1\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$$

□

12.5 PARAMETRY SZUMOWE UKŁADÓW LINIOWYCH

Ważną i użyteczną wielkością, charakteryzującą właściowości szumowe układów, jest współczynnik szumów definiowany następująco:

$$F = \frac{(S/N)_{we}}{(S/N)_{wy}} \tag{12/13}$$

przy czym $(S/N)_{we}$ i $(S/N)_{wy}$ jest stosunkiem sygnał/szum na wejściu i na wyjściu układu.

Współczynnik ten wyraża się w decybelach:

$$F_{dB} = 10\log F = (S/N)_{we\,dB} - (S/N)_{wy\,dB} \tag{12/14}$$

Stosunek sygnał/szum na wejściu jest określony przez źródło sygnału użytecznego i cieplne szumy rezystancji wewnętrznej źródła, mianowicie:

$$(S/N)_{we} = \left(\frac{P_{syg}}{P_{SZ}}\right)_{we} = \frac{E_g^2}{4\mathrm{k}TR_g\Delta f} \tag{12/15}$$

przy czym E_g – skuteczna wartość sygnału użytecznego.

Z przekształconego wzóru (12/14) do postaci

$$(S/N)_{wy\,dB} = (S/N)_{we\,dB} - F_{dB} \tag{12/16}$$

widać, że znając współczynnik szumów układu można określić stosunek sygnału użytecznego do sygnału szumu na wyjściu układu

$$(S/N)_{wy\,dB} = 10\log\frac{E_g^2}{4\mathrm{k}TR_g\Delta f} - F_{dB} \tag{12/17}$$

Współczynnik szumów można przedstawić również następująco:

$$F = \left(\frac{P_{syg}}{P_{SZ}}\right)_{we}\left(\frac{P_{SZ}}{P_{syg}}\right)_{wy} = \frac{(P_{SZ})_{wy}}{A_P(P_{SZ})_{we}} \tag{12/18}$$

przy czym A_P – wzmocnienie mocy układu.

Współczynnik szumów jest zatem stosunkiem mocy szumów na wyjściu układu do mocy szumów na wyjściu, pochodzących od źródła sygnału.

Przedstawiając wzór (12/18) w postaci:

$$F = \frac{(P_{SZ})_{we}A_P + (P_{SZ})_{wł}}{(P_{SZ})_{we}A_P} = 1 + \left(\frac{(P_{SZ})_{wł}}{(P_{SZ})_g}\right)_{wy} \tag{12/19}$$

widać, że jest on powiększonym o jedność stosunkiem szumów własnych do szumów źródła sygnału na wyjściu układu. Ten stosunek nazywa się *nadmiarowym współczynnikiem szumów*:

$$F_d = F - 1 \tag{12/20}$$

Alternatywną reprezenatacją szumów układu jest, ściśle związana ze współczynnikiem szumów, *temperatura szumów*. Jest to temperatura, w której moc wyjściowa szumów pochodzących od źródła jest równa mocy szumów własnych:

$$(P_{SZ}(T_e)_g)_{wy} = ((P_{SZ})_{wł})_{wy} \tag{12/21}$$

Ze wzoru (12/19) mamy

$$(P_{SZ})_{wł})_{wy} = (F - 1)(P_{SZ}(T_e))_g \tag{12/22}$$

stąd

$$\left(\frac{(P_{SZ}(T_e))_g}{(P_{SZ}(T))_g}\right)_{wy} = \frac{T_e}{T} = F - 1 \tag{12/23}$$

Związek między temperaturą szumów i współczynnikiem szumów jest zatem następujący:

$$T_e = T(F - 1) \tag{12/24}$$

przy czym T – temperatura odniesienia.

12.6 OPTYMALIZACJA SZUMOWA UKŁADÓW

Wyznaczmy współczynnik szumów układu z przykładu 12/1. Zgodnie ze wzorem (12/19), mając na uwadze, że moce są wydzielane we wspólnym obciążeniu, można napisać

$$F = 1 + \frac{\overline{u_{ob}^2} + \overline{u_{oB}^2} + \overline{u_{oc}^2} + \overline{u_{oo}^2}}{\overline{u_{og}^2}} = \tag{12/25}$$

Po podstawieniu do wzoru (12/25) wielkości danych wzorami: (P. 12/1.6), (P. 12/1.8), (P. 12/10), (P. 12/1.11) i (P. 12/1.12) otrzymuje się:

$$F = 1 + \frac{r_b}{R_g} + \frac{(R_g + r_b + r_\pi)^2}{\beta_0^2 R_l R_g} +$$

$$+\frac{qI_C}{kT}\left[\frac{(R_g + r_b + r_\pi)^2 + \beta_0(R_g + r_b)^2}{2\beta_0^2 R_g}\right] \tag{12/26}$$

Jeśli uwzględnimy zależność

$$g_m = \beta_0 g_\pi = \frac{\beta_0}{r_\pi} = \frac{qI_C}{kT} \tag{12/27}$$

oraz $\beta_0 \gg 1$, to wzór (12/26) możemy przedstawić następująco:

$$F \cong 1 + \frac{r_b}{R_g} + g_m\frac{(R_g + r_b + r_\pi)^2 + \beta_0(R_g + r_b)^2}{2\beta_0^2 R_g} \tag{12/28}$$

Z postaci wzoru (12/28) wynika, że jest możliwe znalezienie optymalnej wartości R_g, dla której współczynnik szumów jest minimalny. Po zróżniczkowaniu (12/28) i przyrównaniu pochodnej do zera otrzymuje się

$$R_{g\,opt} = \frac{1}{g_m}\sqrt{\frac{\beta_0^2}{\beta_0 + 1} + 2\beta_0 g_m r_b + g_m^2 r_b} \tag{12/29}$$

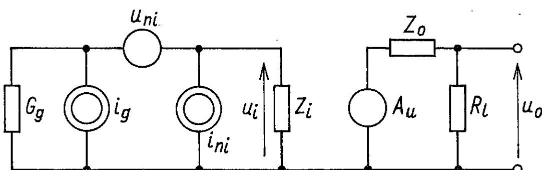
lub w przybliżeniu

$$R_{g\,opt} \cong \frac{1}{g_m}\sqrt{\beta_0(1 + 2g_m r_b)} \tag{12/30}$$

Po podstawieniu do wzoru (12/30) danych z przykł. 12/1 otrzymuje się: $R_{g\,opt} = 750\,\Omega$, $F_{dB} = 0{,}6$ dB. Zauważmy, że w przykł. 12/1 $R_g = 100\,\Omega$ i dla tej wartości $F = 3$ dB.

Rozważmy ogólniej problem minimalizacji szumów. Niech będzie dany układ o wzmocnieniu A_u, impedancji wejściowej Z_i, wyjściowej Z_o i szumach reprezentowanych przez równoważne źródło napięciowe u_{ni} i prądowe i_{ni}. Układ jest sterowany ze źródła o „szumiącej" rezystancji R_g i obciążony rezystancją R_l. Układ ten przedstawiono na rys. 12/9. Zauważmy, że współczynnik szumów F można tu przedstawić następująco:

$$F = 1 + \frac{P_{no}}{P_{go}} \tag{12/31}$$



12/9 Szumowy schemat układu do przeprowadzenia optymalizacji

przy czym P_{no} – moc wyjściowa szumów, wytworzona przez równoważne źródła szumów na wejściu; P_{go} – moc wyjściowa szumów, wytworzona przez szumy cieplne rezystancji źródła sterującego.

Średniokwadratowe napięcie szumów, pochodzące od równoważnych źródeł szumów na wejściu

$$\overline{u_{no}^2} = |A_u|^2 \left\{ \overline{i_{ni}^2} \frac{|R_g Z_i|^2}{|R_g + Z_i|^2} + \overline{u_{ni}^2} \frac{|Z_i|^2}{|R_g + Z_i|^2} \frac{R_l^2}{|R_l + Z_l|^2} \right\} \tag{12/32}$$

Średniokwadratowe napięcie szumów, pochodzące od szumu źródła sygnału

$$\overline{u_{go}^2} = |A_u|^2 \overline{i_g^2} \frac{|R_g Z_i|^2}{|R_g + Z_i|^2} \frac{R_l^2}{|R_l + Z_o|^2} \tag{12/33}$$

Odpowiadające tym napięciom moce szumów na wyjściu są następujące:

$$P_{no} = \frac{\overline{u_{no}^2}}{R_l} \qquad P_{gn} = \frac{\overline{u_{go}^2}}{R_l} \tag{12/34}$$

Zgodnie ze wzorem (12/31) otrzymuje się zatem:

$$F = 1 + \frac{\overline{i_{ni}^2}}{\overline{i_g^2}} + \frac{\overline{u_{ni}^2}}{\overline{i_g^2} R_g^2} \tag{12/35}$$

Po uwzględnieniu w tym wzorze cieplnego rodzaju szumów źródła sygnałów mamy

$$F = 1 + \frac{\overline{i_{ni}^2}}{4kT \frac{1}{R_g} \Delta f} + \frac{\overline{u_{ni}^2}}{4kTR_g \Delta f} \tag{12/36}$$

Optymalna wartość rezystancji źródła sygnału, ze względu na minimum F

$$R_{gopt} = \sqrt{\frac{\overline{u_{ni}^2}}{\overline{i_{ni}^2}}} = \frac{u_{ni}}{i_{ni}} \tag{12/37}$$

Ta minimalna wartość F, jest określona wzorem

$$F_{opt} = 1 + \frac{i_{ni}}{\sqrt{\Delta f}} \frac{u_{ni}}{\sqrt{\Delta f}} \frac{1}{2kT} \tag{12/38}$$

Zauważmy, że

> wartości: optymalnej rezystancji i minimalnego współczynnika szumów wyznacza się bezpośrednio z wartości napięcia i prądu skutecznego na jednostkę pasma równoważnych źródeł szumów na wejściu układu.

Przykładowo, dla wzmacniacza operacyjnego μA741, dla którego $u_{ni}/\sqrt{\Delta f} = 10\,\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$, $i_{ni}/\sqrt{\Delta f} = 0{,}8\,\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$, otrzymuje się

$$R_{gopt} = \frac{10^{-8}}{8 \cdot 10^{-13}}\,\Omega = 12{,}5\,\text{k}\Omega$$

w temperaturze $T = 300\,\text{K}$

$$F_{optdB} \cong 10 \log 2 = 3\,\text{dB}$$

12.7 WSPÓŁCZYNNIK SZUMÓW WZMACNIACZY WIELOSTOPNIOWYCH

Na podstawie wzoru (12/19) można zuważyć, że moc szumów własnych na wyjściu pojedynczego stopnia wzmacniacza można przedstawić następująco:

$$((P_{SZ})_{wł})_{wy} = (F - 1)((P_{SZ})_g)_{we} A_{ps} \tag{12/39}$$

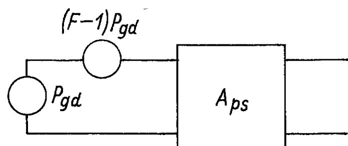
Po podzieleniu obu stron tego równania przez wzmocnienie skuteczne mocy, można szumy własne przedstawić w postaci równoważnego źródła mocy na wejściu, mianowicie

$$((P_{SZ})_{wł})_{we} = (F - 1)((P_{SZ})_g)_{we} \tag{12/40}$$

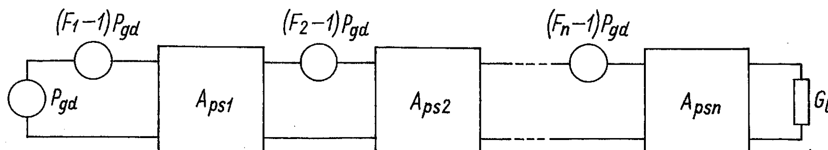
traktując wzmacniacz jako „bezszumny" (rys. 12/10).

Rozważmy kaskadowe połączenie n stopni wzmacniających, w których szumy własne są reprezentowane przez równoważne źródła mocy na wejściach (patrz rys. 12/11). Jeżeli przyjmiemy P_{gd} – moc dysponowana szumów cieplnych źródła sygnału użytecznego, $F_1, F_2, \ldots, F_n$ – współczynniki szumów, $A_{ps1}, A_{ps2}, \ldots, A_{psn}$ – wzmocnienia skuteczne mocy poszczególnych stopni, to moc wyjściowa szumów pochodzących od źródła sygnałów

$$((P_{SZ})_g)_{wy} = P_{gd} A_{ps1} A_{ps2} \cdots A_{psn} \tag{12/41}$$



12/10 Szumowy schemat zatępczy z szumowym źródłem mocy na wejściu



12/11 Kaskadowe połączenie układów szumiących do wyznaczenia współczynnika szumów

moc wyjściowa szumów własnych kaskady będzie dana wzorem

$$((P_{SZ})_{wl})_{wy} = P_{gd}(F_1-1)A_{ps1}A_{ps2}\dots A_{psn} + P_{gd}(F_2-1)A_{ps2}A_{ps3}\dots A_{psn} + P_{gd}(F_n-1)A_{psn} \qquad (12/42)$$

Po podstawieniu tych wielkości do wzoru (12/19) otrzymuje się współczynnik szumów układu wielostopniowego w następującej postaci:

$$F = F_1 + \frac{F_2-1}{A_{ps1}} + \frac{F_3-1}{A_{ps1}A_{ps2}} + \dots + \frac{F_n-1}{A_{ps1}\dots A_{psn}} \qquad (12/43)$$

Z otrzymanego rezultatu i zwykle spełnionego warunku $A_{ps1} > 1$ wynika, że najistotniejszy wpływ na współczynnik szumów kaskady wzmacniaczy ma stopień wejściowy i ewentulanie dalsze stopnie bliskie wejścia. Jeżeli $A_{ps1} \gg 1$, to wpływ kolejnych stopni można zaniedbać i wówczas $F \cong F_1$.

12.8 PODSUMOWANIE

Szumem nazywa się niepożądany sygnał przypadkowy generowany przez materię użytą do realizcji układu.

Szum stanowi szczególnie istotne ograniczenie dynamiki układów od dołu.

Źródłem szumów są rezystory, rezystancje pasożytnicze i elementy aktywne.

Zasadnicze rodzaje szumów to szum cieplny i szum śrutowy, będące szumami białymi oraz małoczęstotliwościowy szum strukturalny $1/f$.

Szumy charakteryzuje się mocą dysponowaną szumów, średniokwadratowym napięciem lub prądem szumów oraz napięciem lub prądem skutecznym.

W szumowej analizie układów liniowych używa się zastępczych schematów szumowych tranzystorów, uwzględniających, oprócz właściwości małosygnałowych, również źródła szumów. Można stosować również opis za

pomocą elementu lub układu „bezszumnego" i równoważnych źródeł szumów na wejściu. Przy braku korelacji między poszczególnymi źródłami szumów ich wpływ uwzględnia się sumując wartości średniokwadratowe.

Najważniejsze parametry szumowe układów to stosunek sygnał/szum na wejściu i wyjściu układu oraz współczynnik szumów, będący stosunkiem wyjściowej mocy szumów na wyjściu układu do mocy szumów na wyjściu, wniesionych przez źródło sygnału użytecznego.

Układy można optymalizować pod względem szumowym, np. dobierając optymalną rezystancję wewnętrzną źródła sygnałów użytecznych ze względu na minimalną wartość współczynnika szumów.

Tranzystory MOSFET w ogólności są lepsze pod względem szumowym od tranzytorów bipolarnych, szczególnie jeśli współpracują z bardzo dużymi rezystancjami źródła sygnału użytecznego. W przypadku małych wartości tych rezystancji tranzystory bipolarne mogą okazać się lepsze.

W wielostopniowych wzmacniaczach najistotniejszy wpływ na właściwości szumowe ma pierwszy, wejściowy stopień wzmacniacza.

LITERATURA

1. Ghausi M.S.: *Electronic devices and circuits discrete and integrated.* Holt, Rinehart and Winston, New York 1985.
2. Golde W.: *Układy elektroniczne.* tom I. WNT, Warszawa 1970.
3. Gray P.R., Meyer R.G.: *Analysis and design of analog integrated circuits.* John Wiley and Sons, New York 1984.
4. Hasse I., Spiralski L.: *Szumy elementów i układów elektronicznych.* WNT, Warszawa 1981.
5. Motchenbacher C.D., Fitchen F.C.: *Projektowanie elementów i układów elektronicznych niskoszumnych.* WNT, Warszawa 1977.

SKOROWIDZ RZECZOWY

WNT Warszawa 1993
Wydanie II. Format B5
Ark. wyd. 27,1. Ark. druk. 25
Symbol Et/20567/MEN
Cieszyńska Drukarnia Wydawnicza
Zam. nr 2019/K-93